

动压气浮球轴承承载力分析

中国科学院力学研究所 傅仙罗

摘要

本文采用曲面间的保角变换,将球面润滑问题变换为平面润滑问题,导出等角螺旋槽球形轴承的承载能力和气膜刚度的近似解析表达式和最佳槽型参数。本文结果适用于小压缩数和小偏心的情况。

一、引言

在工程设计中,需要一套比较简单的公式,能方便地确定球形轴承的设计参数。

对于光滑润滑面球形轴承,文献〔1〕给出了解析解。在工程上为提高轴向承载力,往往在润滑面上加工气流槽,这对球形轴承润滑问题的求解带来很大困难,因为方程中的间隙函数是具有多个间断点的不连续函数。球形轴承的气体润滑方程通常采用数值解,例如文献〔2〕。数值解的优点是结果可靠,但要对所有参数的各种组合进行数值计算,从中确定最佳参数,因此计算工作量是相当大的。

本文的目的是试图提供一套简单的近似解析表达式,能比较方便地确定承载力、气膜刚度和最佳设计参数,作为工程设计的依据。

二、球面润滑问题的变换

描述动压气浮球形轴承润滑问题的方程为

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{h^3}{12\mu R} (\cos \varphi)^{-1} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu R} \cos \varphi \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \pi R \omega \cos \varphi \frac{\partial h}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

边界条件(泵入式球形轴承)为

$$\varphi = \pm \varphi_3, \quad p = p_3 = p_a \quad (2)$$

或(泵出式球形轴承)

$$\begin{cases} \varphi = 0, & p = p_1 = p_a \\ \varphi = \pm \varphi_3, & p = p_3 = p_a \end{cases} \quad (3)$$

式中, θ 、 φ 为球面坐标; μ 为气体粘度; R 为球面半径; h 为气膜厚度; ω 为一润滑面的转速。润滑面的速度边界条件已包含在方程(1)中,其它符号的意义见图1、图2。

设球形轴承的润滑面 Σ 为一关于赤道平面对称的球台的球面

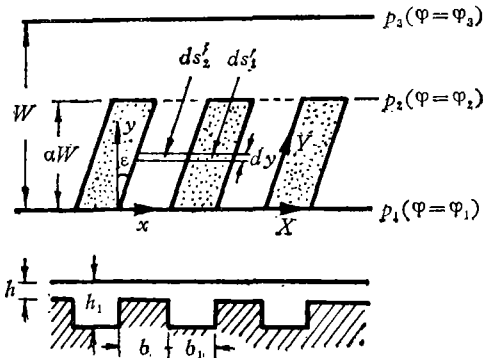


图 1 平行直线槽模型

Fig. 1 Parallel straight groove pattern

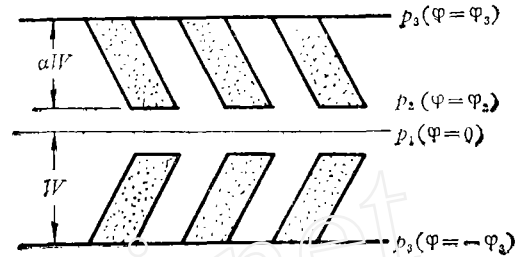


图 2 人字槽模型

Fig. 2 Herringbone groove pattern

$$\begin{cases} x_s = R \cos \varphi \cos \theta \\ y_s = R \cos \varphi \sin \theta \\ z_s = R \sin \varphi \end{cases} \quad \theta \in [0, 2\pi], \varphi \in [-\varphi_3, \varphi_3]$$

经变换^[3]

$$\begin{cases} x_p = R\theta \\ y_p = R \ln \left[\frac{\operatorname{tg}\left(-\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right] \end{cases} \quad (4)$$

变换后, 球面 Σ_s 的映象是一平面 Σ_p 。式中, 下标 s 、 p 分别表示球面和平面。球面等角螺线

$$\theta + \frac{2\pi}{N} i + \Delta\theta j = \pm \operatorname{tg} \varepsilon \ln \left[\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} \right]$$

在平面 Σ_p 上的映象为平行斜直线

$$x_p = \pm \operatorname{tg} \varepsilon y_p - \left(\frac{2\pi R}{N} i + \Delta\theta j \right)$$

其中, $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ 代表 N 条槽, $j = 0, 1$ 为槽的两条槽沿线, $\Delta\theta$ 为一条槽的跨度。

描述平面润滑问题的雷诺方程为^[1]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{V_p}{2} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

单侧开槽情况下边界条件为

$$y = \pm y_3, \quad p = p_3 = p_a \quad (6)$$

人字槽情况下边界条件为

$$\begin{cases} y = 0, \quad p = p_1 = p_a \\ y = \pm y_3, \quad p = p_3 = p_a \end{cases} \quad (7)$$

可以证明, 方程(1)及边界条件(2)、(3)经(4)式变换后就是方程(5)及边界条件(6)、(7)。变换前后的边界速度满足关系式

$$V_p = V_s \cos \varphi, \quad V_s = V' \cos \varphi \quad (8)$$

其中 V' 为球形轴承赤道上的线速度。

三、承载能力、气膜刚度和最佳槽型参数

采用Whipple求解不可压缩流体或压缩数不大的平面润滑问题的方法^[4], 取消原文中槽深比的立方远大于一的假设, 可导出单侧开槽无限平面长条有槽区上的压强分布为

$$\Delta p_A = P \zeta_A^{-1} \quad (9)$$

其中

$$\begin{cases} \zeta_A = \alpha(1 + \beta)(\beta + \gamma^3) + \zeta_B \\ \zeta_B = \beta(1 - \alpha)[(\gamma^3 - 1)^2 \cos^2 \varepsilon + \gamma^3(\beta + \beta^{-1} + 2)] \\ P = 3\mu\alpha W V h^{-2} \beta(1 - \alpha)(\gamma - 1)(\gamma^3 - 1) \sin 2\varepsilon \\ \alpha = (y_2 - y_1)/W, \quad \beta = b_1/b, \quad \gamma = l_1/h \end{cases} \quad (10)$$

同样, 对于人字槽无限平面长条, 有

$$\Delta p_B = P \zeta_B^{-1} \quad (11)$$

利用式(9)、(11), 定义球形轴承的当地气膜刚度为

$$K = \frac{d\rho}{dh} = \begin{cases} \frac{d\Delta p_A}{dh} \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} & \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \quad \varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3 \\ \frac{d\Delta p_B}{dh} & \end{cases} \quad (12)$$

当球轴颈相对球轴承摄动偏心距 de 时, 轴向和径向的气膜厚度增量为

$$\begin{cases} dh_a = \sin\varphi de \\ dh_r = \cos\varphi \cos\theta de \end{cases} \quad (13)$$

轴向和径向承载能力为压强增量在球面 Σ_s 上的积分, 运用式(9), 求得开槽区在赤道两侧、赤道和极区通大气的球形轴承的无量纲轴向、径向承载能力和气膜刚度为

$$\begin{cases} \frac{W_{Aa}}{R^2 p_a} = -\Lambda_s E_{Aa} e \\ \frac{W_{Ar}}{eR^2 p_a} = -\Lambda_s E_{Ar} e \\ \frac{W_{Ar}}{R^2 p_a} = -\Lambda_s E_{Ar} e \\ \frac{W_{Ar}}{eR^2 p_a} = -\Lambda_s E_{Ar} e \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} \Lambda_s = 12\pi R^2 \mu \omega / h^2 p_a \\ e = de/h \\ E_{Aa} = \frac{\pi}{3} E_{Aa_1} E_{Aa_2} E_{Aa_3} \sin 2\varepsilon \\ E_{Aa_1} = (G_1 + G_2) / G_3^2 \\ E_{Aa_2} = 3\cos\varphi_2 - \cos^3\varphi_2 - 3\cos\varphi_1 + \cos^3\varphi_1 + 3(\varphi_2 - \varphi_1)\sin^2\varphi_3 \\ E_{Aa_3} = 1 + (\sin 2\varphi_2 - \sin 2\varphi_1) / 2(\varphi_2 - \varphi_1) \\ E_{Ar} = \frac{\pi}{6} E_{Ar_1} E_{Ar_2} E_{Ar_3} \sin 2\varepsilon \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases}
 E_{Ar_1} = E_{Aa_1} \\
 E_{Ar_2} = \cos\varphi_2(\cos^2\varphi_2 + 6) - \cos\varphi_1(\cos^2\varphi_1 + 6) + 3(\varphi_2 - \varphi_1)(\cos^2\varphi_3 + 2)\sin\varphi_3 \\
 E_{Ar_3} = E_{Aa_3} \\
 G_1 = (1 + \beta^{-1})(\beta + \gamma^3)/(\alpha^{-1} + 1) + \zeta_B/\beta(1 - \alpha) \\
 G_2 = (\gamma + 1)(\gamma - 1)^2[(\gamma^3 - 1)^2\cos^2\varepsilon + \gamma^2(\gamma^2 + 1)(\beta + \beta^{-1} + 2)] \\
 G_3 = (\gamma - 1)^2(1 + \beta^{-1})[\beta(2\gamma^2 + \gamma + 1) + \gamma^2(\gamma + 1)(\gamma^2 + 1)]/(\alpha^{-1} - 1)
 \end{cases}$$

对于槽开在极区附近、极区通大气的泵入式球形轴承, 运用式(11), 可得无量纲轴向、径向承载能力和气膜刚度为

$$\begin{cases}
 \frac{W_{Ba}}{R^2 p_a} = -\Lambda_r F_{Ba} e \\
 \frac{W_{Ba}}{e R^2 p_a} = -\Lambda_r F_{Ba} \\
 \frac{W_{Br}}{R^2 p_a} = -\Lambda_r F_{Br} e \\
 \frac{W_{Br}}{e R^2 p_a} = -\Lambda_r F_{Br}
 \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$\begin{cases}
 F_{Ba} = \frac{\pi}{3} F_{Ba_1} F_{Ba_2} F_{Ba_3} \sin 2\varepsilon \\
 F_{Ba_1} = (\gamma + 1)(\gamma - 1)^2 \beta^2 (1 - \alpha)^2 [\gamma^2(\gamma^2 + 1)(\beta + \beta^{-1} + 2) + (\gamma^3 - 1)^2 \cos^2 \varepsilon] / \zeta_B^2 \\
 F_{Ba_2} = \cos\varphi_3(\cos^2\varphi_3 - 3) - \cos\varphi_2(\cos^2\varphi_2 - 3) \\
 F_{Ba_3} = 1 + (\sin 2\varphi_3 - \sin 2\varphi_2) / 2(\varphi_3 - \varphi_2) \\
 F_{Br} = \frac{\pi}{6} F_{Br_1} F_{Br_2} F_{Br_3} \sin 2\varepsilon \\
 F_{Br_1} = F_{Ba_1} \\
 F_{Br_2} = \cos\varphi_2(\cos^2\varphi_2 + 6) - \cos\varphi_3(\cos^2\varphi_3 + 6) \\
 F_{Br_3} = 1 + \sin 2\varphi_2 / 2\varphi_2
 \end{cases} \quad (17)$$

最佳设计参数用多元函数极值法求得。

四、结果与讨论

用曲面间的保角变换法, 将球面映射为平面, 球面上的等角螺线槽映射为平面上的斜直线槽, 应用Whipple理论, 求出球形轴承的承载能力、气膜刚度近似表达式, 用函数极值法确定最佳槽型参数, 是一种简单的方法。这种方法适用于不可压缩流体或小压缩数的情况。对于润滑面区域为 $-75^\circ \leq \varphi \leq 75^\circ$ 的泵出式轴承在轴向刚度最大时的最佳槽型参数为 $\gamma = 3.1$, $\beta = 1.5$, $\varepsilon = 73^\circ$, 开槽区为 $0^\circ \sim 42^\circ$ 。对于泵入式轴承, $\gamma = 2.9$, $\beta = 1.0$, $\varepsilon = 75^\circ$, 开槽区为 $37^\circ \sim 75^\circ$ 。从图3、图4可以看出, 在极值附近的相当大范围内, 参数 β 的变化对这两类轴承的承载能力、气膜刚度的影响是很小的。为便于起动, 槽深比 γ 一般选择得比最佳值小些, 但因 γ 对承载能力影响较大, 因此不宜过小。对 ε 和 φ_2 而言, 曲线很陡, 因此, 选择最佳槽型参数是很重要的。最佳槽型参数值列表(见351页表)。

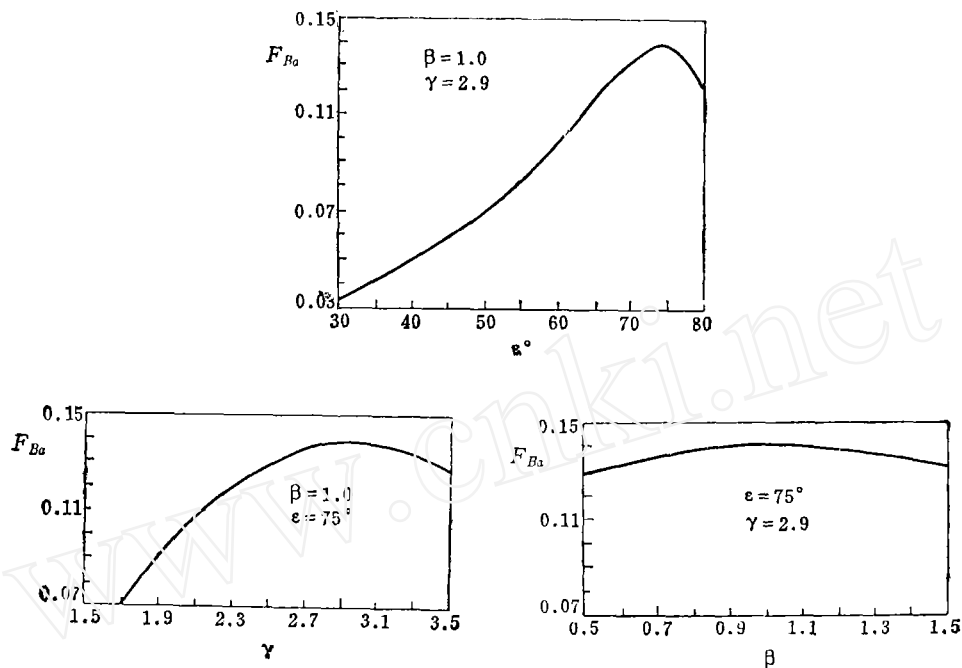


图 3 泵入式轴承的函数 F_{Ba} 与槽型参数的关系 ($\varphi_1 = 0^\circ, \varphi_3 = 75^\circ$)

Fig. 3 F_{Ba} of the pump-in bearings, as a function of the groove parameters ($\varphi_1 = 0^\circ, \varphi_3 = 75^\circ$)

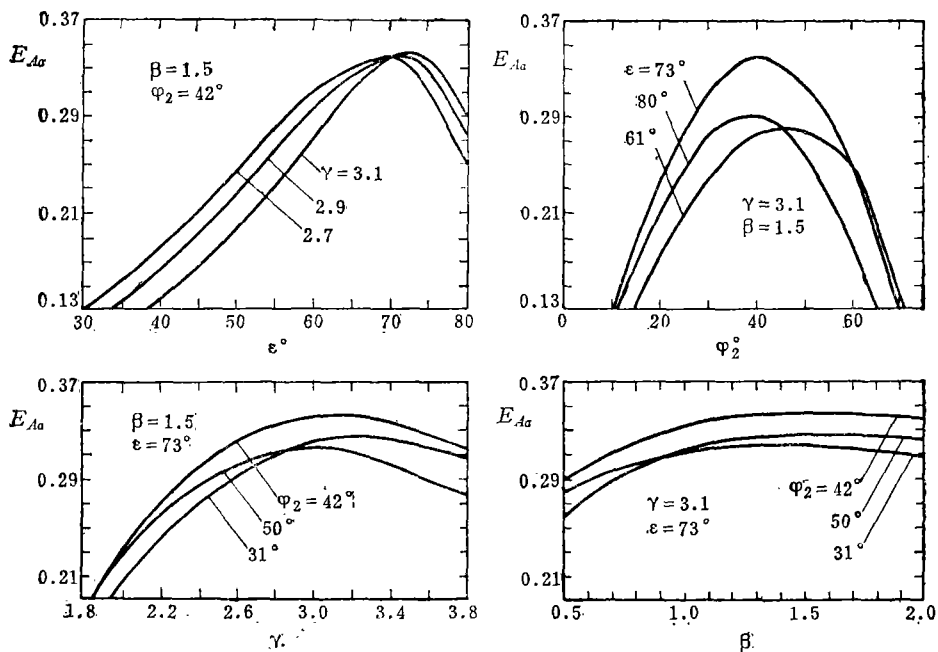


图 4 泵出式轴承的函数 E_{Aa} 与槽型参数的关系 ($\varphi_1 = 0^\circ, \varphi_3 = 75^\circ$)

Fig. 4 E_{Aa} of the pump-out bearings, as a function of the groove parameters ($\varphi_1 = 0^\circ, \varphi_3 = 75^\circ$)

表 泵出式轴承最佳槽型参数($\varphi_1=0^\circ$, $\varphi_3=75^\circ$)
 Table The optimum groove parameters of the pump-out bearing
 ($\varphi_1=0^\circ$, $\varphi_3=75^\circ$)

α (φ_2°)	β	γ	ε°	E_{Aa}
0.56(41)	1.5	2.6	68	0.3355
0.56(41)	1.5	2.7	69	0.3383
0.56(41)	1.5	2.8	70	0.3402
0.56(41)	1.5	2.9	71	0.3413
0.56(42)	1.5	3.0	72	0.3419
0.56(42)	1.5	3.1	73	0.3420

曾用本文公式对实测气膜刚度为 $0.93N/\mu$ 的轴承作过计算, 计算结果为 $1.176N/\mu$ 。

参 考 文 献

- [1] Gross, W. A., Gas Film Lubrication, Wiley, (1962).
- [2] Bourlot, J. Le, Quem, R., Sagot, J., 5th gas bearing symposium, (1971).
- [3] 吴大任, 微分几何讲义, 高等教育出版社, (1965).
- [4] Whitley, S., William, L. G., United Kingdom Atomic Energy Authority, (1960).

LOAD-CARRYING CAPACITY ANALYSIS OF GASDYNAMIC SPHERICAL BEARINGS

Fu Xianluo

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

The gasdynamic bearing with spiral grooves is a type of bearings which play an important role in development of machinebuilding industry. By using the conformal mapping method for curved surfaces, the lubricated spherical surface with a spiral groove pattern is transformed into the lubricated plane with a parallel straight groove pattern, and the equation describing the gas film lubrication between two spherical surfaces is reduced to the Reynolds equation controlling the lubricating film behaviour between two plane strips. By applying Whipple's theory on the recurrent pattern of parallel grooves, some formulae for the axial and radial load-carrying capacity or the gas-film stiffness of the spherical spiral groove bearings are derived and the optimums of the angle of the groove, the ratio between groove width and ridge width, the ratio between the film height above the bottom of groove and the height above the ridge and the relative width of the groove pattern are given. The formulae given in this paper are applicable for the hydrodynamic bearing with small compressibility number and small eccentricity.