

带有颗粒的圆射流冲击平板的计算

刘大有

(中国科学院力学研究所)

提要 在无粘不可压缩流动条件下,本文计算了夹带颗粒的均匀圆射流冲击无限平板时气流流场,并且采用两种阻力系数公式,即 $\frac{24}{Re}$ 和 $\frac{24}{Re}(1+Re^{1/3})$,分别计算了球形小颗粒在流场中的运动轨迹.假设颗粒在射流出口处是均匀分布,得到了冲击系数 $P(S, \Omega^*)$ 曲线(在采样器研究中称之为收集几率).讨论了计算中所作的各点假设的合理性,对粘性效应进行了分析.考虑到粘性影响,对 $P(S, \Omega^*)$ 曲线作了修正.计算表明,颗粒在平板上的撞击点主要集中在 $X < 2$ 的区域里,虽然计算中假设 H 很大,但结果对 $H = 1.5$ 时仍适用.实验证明,按本文计算的 $P(S, \Omega^*)$ 曲线设计的采样器,其性能达到预期的指标.

随着环境科学的发展,需要更细致地研究大气中不同粒径的颗粒对人体健康的影响.因此,在大气采样研究中除了需要了解大气飘尘的总质量密度或数密度外,还需要了解其粒径的分布.为此各国都在研制各种形式的、按粒径分级的大气飘尘采样器.其中利用流体力学原理的冲击式采样器是最常见的一种^[1],确定射流冲击平板时其中所夹带的颗粒轨迹,是研究冲击式采样器收集几率的基础.

本文根据无粘不可压缩流动的假设,计算了均匀圆射流冲击无限平板时气流流场,以及该流场中球形小颗粒的轨迹,求得了不同粒径颗粒的冲击系数 P (采样器研究中称之为收集几率),讨论了计算中所作的各点假设的合理性,并根据实际流动对计算结果作了某些修正,最后得到了可供采样器设计用的 $P(S, \Omega^*)$ 曲线.

一、基本假设和量纲分析

若气流从圆孔 CC 对着平板 AA 喷出(见图1),流线 (CB, PQ) 在经过平板附近时发生弯曲,速度的大小和方向都发生变化.在离轴线较远处,如 B, Q 气流沿着平板流动,其速度接近出口速度 v_∞ .气流中的颗粒,在圆孔内跟随着气体运动.当流线弯曲时,颗粒由于惯性,其速度变化滞后于气体,因此颗粒的轨迹,如 PQ' ,偏离流线.不同颗粒尺寸和密度的惯性不同,偏离流程度也不同,有的撞击平板,有的流经下一级圆孔.

假设(1): 气流是不可压的无粘流动,且忽略重力影响.

假设(2): 在射流出口前,颗粒速度已完全跟上气流速度,达到平衡态.颗粒在气流中均匀分布.在射流出口处,气流速度是均匀的.

假设(3): 忽略扩散效应.

本文于1983年2月4日收到.

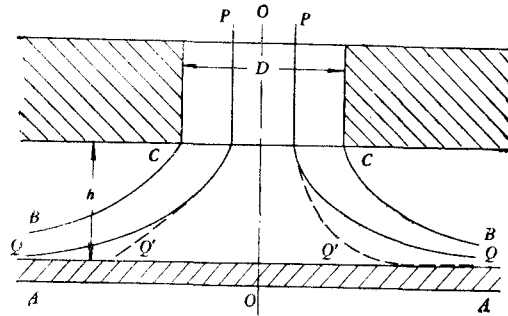


图 1

假设 (4): 颗粒含量很少. 颗粒的存在不影响气流流场.

影响颗粒运动的量有: D ——孔径, v_∞ ——射流速度,
 ρ ——气体密度, μ ——气体动力粘性系数,
 ρ_p ——颗粒的材料密度, d ——粒径,
 $2s$ ——收集板直径, h ——冲击距离,
 g ——重力加速度, a ——音速,
 λ ——气体分子平均自由程,
 x_{p0} ——颗粒的径向座标 x_p 的初值(即射流出口处),
 t ——时间.

令 A 表示颗粒的速度分量 u_p, v_p 或颗粒的坐标 x_p, y_p 等, 则其一般形式是

$$A = f_0(D, v_\infty, \rho, \mu, \rho_p, d, 2s, h, g, a, \lambda, x_{p0}, t)$$

当研究颗粒的轨迹时, 则为

$$x_p = f(D, v_\infty, \rho, \mu, \rho_p, d, 2s, h, g, a, \lambda, x_{p0}, y_p)$$

用 D, v_∞, ρ 对上式中各量无量纲化, 考虑到假设 (1) 和 (2), 则得到:

$$X_p = F\left(\Theta, \Re \frac{d}{D}, S, H, Kn, X_{p0}, Y_p\right)$$

其中 $\Re = \rho D v_\infty / \mu$ (雷诺数), $Kn = \lambda / d$ (克努曾数),

$$\Theta = \frac{R}{18} \cdot \frac{\rho_p}{\rho} \cdot \frac{d^2}{D^2}, \quad H = 2h/D,$$

$$S = 2s/D, \quad X_{p0} = 2x_{p0}/D,$$

$$Y_p = 2y_p/D.$$

对于 H 和 S 都很大的极限情况, 上式简化为:

$$X_p = G\left(S_t, \Re \frac{d}{D}, Kn, X_{p0}, Y_p\right)$$

颗粒在收集板上的撞击点为

$$X_{pc} = G\left(S_t, Re \frac{d}{D}, Kn, X_{p0}, 0\right)$$

当 $X_{pc} \rightarrow \infty$ 时, $X_{p0} \rightarrow (X_{p0})_{cr}$. 则

$$(X_{p0})_{cr} = Q\left(S_t, \Re \frac{d}{D}, Kn\right)$$

因为假设 (2), 所以冲击系数 $P = (X_{p0})_c^2$, 它表示在收集板上收集的某一粒径的颗粒数与气流中所包含的该种颗粒总数之比. 在采样器研究中, 称之为相对收集几率^[7]. 计算表明, 由参数 H 很大时所得到的解, 实际上在 $H = 1.5$ 时依然适用. 下面从流体力学方程出发, 用数值计算的方法来确定函数 G 和 Q .

二、气体流场的基本方程和边界条件

在轴对称坐标中, 无粘不可压缩流的速度势 φ 满足方程

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$$

$$u_g = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad v_g = \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

x 为径向坐标, y 为轴向坐标. 下标 g 表示气体. CD 、 AB 是等势面, DO 、 OA 是零流线, CB 是射流的自由边界(见图 2). 边界条件为:

$\varphi = \text{常数}$ (即 $u_g = 0, v_g = -v_\infty$) 在 CD 上;

$\varphi = \text{常数}$ (即 $u_g = v_\infty, v_g = 0$) 在 AB 上;

$\phi = \text{常数}$ (即 $\mathbf{n}_1 \cdot \nabla \phi = 0$), $\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \phi = v_\infty$ 在 BC 上;

$\phi = 0$ (即 $\mathbf{n}_1 \cdot \nabla \phi = 0$) 在 DO, OA 上.

其中 ϕ 是流函数, \mathbf{n}_1 是法线方向的单位矢量, $\boldsymbol{\tau}_1$ 是切线方向的单位矢量.

以 $D/2$ 为特征长度, v_∞ 为特征速度, 对上述方程无量纲化后为:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} + \frac{1}{X} \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = -1 \quad \text{沿 } CD \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} = 1 \quad \text{沿 } AB \quad (2.3)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi = 0, \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \Phi = 1 \quad \text{沿 } BC \quad (2.4)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi = 0 \quad \text{沿 } DO, OA \quad (2.5)$$

速度分量为:

$$U_g = \frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad V_g = \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (2.6)$$

其中 \mathbf{n} 和 $\boldsymbol{\tau}$ 是 XY 平面上的法向和切向单位矢量.

这是具有未知边界 BC 的拉普拉斯方程. 利用调和函数性质, 引入格林函数, 将上述微分方程化为积分方程求解, 在一定条件下可变为积分计算. 这在流体力学中就是所谓点源函数方法.

对未知边界 \widehat{BC} , 可先假设它为某一已知曲线, 由此计算 \widehat{BC} 上各点速度势 $\Phi_1(\xi)$ 及 DC, AB 上各点速度势, 进而计算 OA 上各点速度势, 再由速度势积分表达式计算 \widehat{BC} 上各点速度势 $\Phi_2(\xi)$, 反复调整 \widehat{BC} 形状使 $\Phi_1(\xi) = \Phi_2(\xi)$ 为止^[2].

在我们计算中取 $Y(C) = Y(D) = 3$, 这时在 $X(A) = X(B) = 4$ 处, 气流速度已十

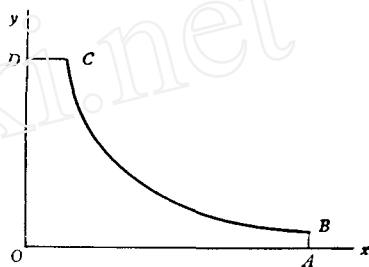


图 2

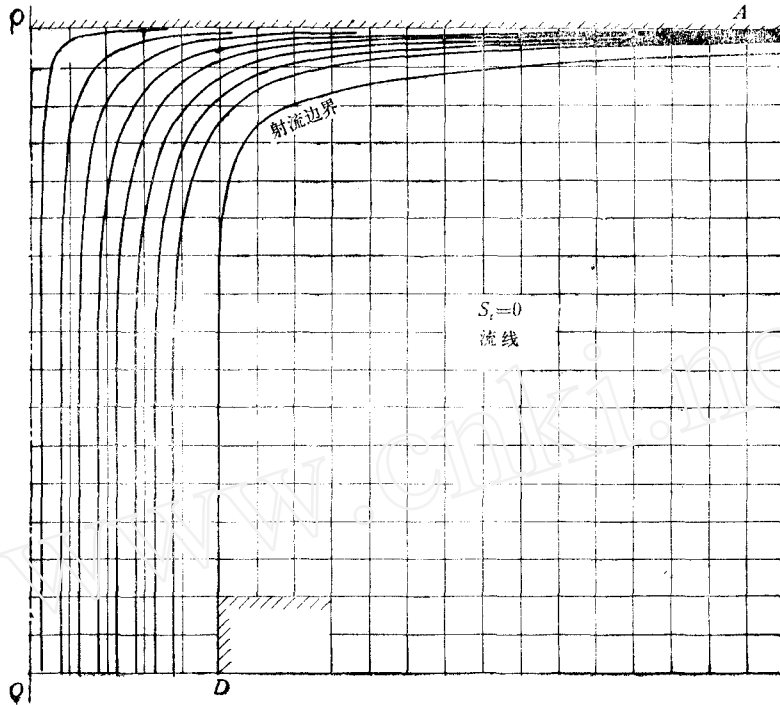


图 3 圆射流冲击平板的流线

分均匀,且无量纲速度 ≈ 1 . 计算结果见图 3.

三、颗粒的运动方程、初始条件和方程组积分

1. 运动方程和初始条件

在已知流场下颗粒的运动方程是

$$\frac{\pi}{6} d^3 \rho_p \frac{d \mathbf{w}_p}{dt} = \frac{\pi}{4} d^2 \cdot C_D \cdot \frac{1}{2} \rho w_{gp} \cdot \mathbf{w}_{gp} \quad (3.1)$$

$$\frac{d \mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{w}_p \quad (3.2)$$

其中

$$\mathbf{w}_{gp} = \mathbf{w}_g - \mathbf{w}_p \quad (3.3)$$

$$w_{gp} = |\mathbf{w}_{gp}| \quad (3.4)$$

$\mathbf{w}_g, \mathbf{w}_p$ 分别为主流速度矢量和颗粒速度矢量.

\mathbf{r}_p 为颗粒位置矢量.

t 为时间.

对于小颗粒,阻力系数 C_D 可表达为:

$$C_D = \frac{24}{Re} f(Re) / \omega \quad (3.5)$$

其中 $Re = \frac{d \cdot \rho \cdot w_{gp}}{\mu}$ 是以颗粒直径 d 为特征长度, 相对运动速度 w_{gp} 为特征速度的雷诺数.

$$\omega = 1 + 2.46\lambda/d \quad (3.6)$$

ω 是稀薄气体效应的修正因子, λ 是气体分子平均自由程. 显然, 当 $\lambda \ll d$ 时, $\omega = 1$.

在本计算中, 取 $f(Re) = 1$ 及 $f(Re) = 1 + \frac{1}{6} Re^{2/3}$.

所以
$$C_D = \frac{24}{\omega Re} \quad (3.7a)$$

及
$$C_D = \frac{24}{\omega Re} (1 + Re^{2/3}) \quad (3.7b)$$

以 $D/2$ 和 v_∞ 为特征量, 对上述方程 (3.1) (3.2) 无量纲化后得到

$$\frac{d \mathbf{W}_p}{dT} = \frac{f(Re)}{2S_t} (\mathbf{W}_g - \mathbf{W}_p) \quad (3.8)$$

$$\frac{d \mathbf{R}_p}{dT} = \mathbf{W}_p \quad (3.9)$$

其中

$$T = 2v_\infty t / D \quad (3.10)$$

$$S_t = \omega \Theta \quad (\text{斯托克斯数}) \quad (3.11)$$

$$\Theta = \frac{\tau_v \cdot v_\infty}{D} = \frac{R}{18} \cdot \frac{\rho_p}{\rho} \cdot \frac{d^2}{D^2} \quad (3.12)$$

$$R = \frac{\rho D v_\infty}{\mu} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{W}_p = \mathbf{w}_p / v_\infty \quad (3.14)$$

$$\mathbf{W}_g = \mathbf{w}_g / v_\infty \quad (3.15)$$

$$\mathbf{W}_{gp} = \mathbf{W}_g - \mathbf{W}_p \quad (3.16)$$

$$R_p = 2 r_p / D \quad (3.17)$$

R 与 Re 的关系为:

$$Re = R \frac{d}{D} |\mathbf{W}_{gp}| \quad (3.18)$$

τ_v 是度量颗粒速度变化滞后于气流速度变化的弛豫时间, Θ 和 S_t 可视为无量纲弛豫时间. 由 (3.8) 可见, S_t 很小时, 也就是弛豫时间很短时, 颗粒与气流速度达到平衡. 反之, 则非平衡.

在子午面上用直角坐标 X, Y 来描述, 则方程为

$$\frac{dU_p}{dT} = \frac{f(Re)}{2S_t} (U_g - U_p) \quad (3.19)$$

$$\frac{dV_p}{dT} = \frac{f(Re)}{2S_t} (V_g - V_p) \quad (3.20)$$

$$\frac{dX_p}{dT} = U_p \quad (3.21)$$

$$\frac{dY_p}{dT} = V_p \quad (3.22)$$

$$T = 0 \text{ 时, } U_p = 0, V_p = -1, X_p = X_{p0}, Y_p = Y(C) \equiv H \quad (3.23)$$

其中 U_p, V_p 与 U_g, V_g 分别为 \mathbf{W}_p 与 \mathbf{W}_g 在 X, Y 方向的分量, X_p 与 Y_p 是 \mathbf{R}_p 的分量.

在子午面上,若用势函数 Φ 和流函数 Ψ 正交曲线坐标来描述,则方程为

$$\frac{dW_{p\tau}}{dT} = \frac{f(Re)}{2S_t} (W_g - W_{p\tau}) - W_{pn} \frac{d\alpha}{dT} \quad (3.24)$$

$$\frac{dW_{pn}}{dT} = W_{p\tau} \frac{d\alpha}{dT} - \frac{f(Re)}{2S_t} W_{p\tau} \quad (3.25)$$

$$\frac{d\Phi_p}{dT} = W_{p\tau} / \beta_\Phi \quad (3.26)$$

$$\frac{d\Psi_p}{dT} = -W_{pn} / \beta_\Psi \quad (3.27)$$

$$T = 0 \text{ 时, } W_{p\tau} = 1, W_{pn} = 0, \Phi_p = \Phi(C) \equiv A, \Psi_p = \Psi_{p0} \quad (3.28)$$

其中 $W_{p\tau}, W_{pn}$ 与 $\Phi_p, (-\Psi_p)$ 分别为 \mathbf{W}_p 与 \mathbf{R}_p 在 $\boldsymbol{\tau}$ 方向和 \mathbf{n} 方向的分量. $\boldsymbol{\tau}$ 是流线切线方向上的单位矢量, 指向 Φ 增加的方向, \mathbf{n} 是流线方向单位矢量, 指向 Ψ 减小方向. α 是由 X 轴反时针转到 $\boldsymbol{\tau}$ 方向所转过的角度. 在现在问题里, $\alpha < 0$.

2. 颗粒运动方程组的积分

(1) 积分方法

对于很小颗粒 (如 $S_t < 0.05$), 由于它的运动轨迹几乎与流线重合, 可采用摄动法.

当 $(2S_t)^2$ 很小 (一般说来 $f(Re) \approx 1$), $\frac{d^2U_p}{dT^2}$ 不很大时, 由 (3.19) 可得

$$U_p \approx U_g - \frac{2S_t}{f(Re)} \left[U_g \frac{\partial U_g}{\partial X} + V_g \frac{\partial U_g}{\partial Y} \right] \quad (3.29)$$

对 V_p 也有类似表达式.

若取 ΔT (步长) = 0.15, 当 $0.01 < S_t < 0.075$ 时, 方程 (3.19)–(3.22) 的积分可采用 Treanor^[3] 方法. 在我们计算中, 对于 $S_t = 0.01$, $\Delta T = 0.15$, 计算证明用 Treanor 方法与用摄动法计算的结果完全一致.

当 $S_t > 0.075$ 时, 采用 R-K 方法.

对于很小颗粒, 采用摄动法时可取较大步长. 这时采用 Φ - Ψ 坐标更合适. 因为 W_{pn} 很小, 而 $W_{p\tau}$ 的变化也不大.

这样对于任意给定的参数 S_t 和 $R \frac{d}{D}$ 的值, 可以算得一组颗粒轨迹. 在计算中, 考虑到采样器设计的需要, 用 Ω^* 代替 $R \frac{d}{D}$:

$$\Omega^* = (R d/D)/S_t$$

(2) 步长的选择

除了要考虑满足差分格式稳定性要求以及计算精度要求以外, 应尽可能缩短计算时间, 使其切实可行. 在本计算中取 $\Delta T = 0.15$, 计算一条轨迹的平均时间是 60 秒 (在 FILEX-512 通用计算机上运算). 表 1 给出了 $S_t = 0$ 时 (这时的轨迹即为流线) 各条轨迹在 $X = 4$ 时的 Y 值. 并与 $Y = \frac{1}{8} X_{p0}^2$ 值¹⁾作了比较, 附合很好, 说明计算达到所要求的精度.

表 1

X_{p0}	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85
$\frac{1}{8} X_{p0}^2$	0.0003125	0.002812	0.0078125	0.01552	0.02530	0.037813	0.0528	0.0703	0.0903
计算 Y	0.000303	0.00272	0.007568	0.01488	0.02456	0.036972	0.0518	0.0690	0.0894

(3) 节省机时的几点措施

用初始编写的程序计算一条颗粒轨迹超过 10 分钟, 采用以下措施缩短到小于 1 分钟.

(a) 对于计算中要调用很多次的椭圆积分, 采用级数展开计算. 既大大节省时间, 又达到很好的精度.

(b) 流场中气体速度及其偏导数的计算.

对于 $Y > 0.03$, 气流速度用它的积分表达式计算. 对于 $Y \leq 0.03$, 各点的气流速度用级数展开计算. 这样既省时又提高精度. 计算表明, 级数展开方法可扩展到 $Y < 0.3$ 的范围.

对于级数展开式中各系数, 即 X 轴上各点 U_x , $\frac{\partial U_x}{\partial X}$, $\frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2}$, $\frac{\partial^3 U_x}{\partial X^3}$ 的计算, 前两个用积分表达式计算, 后两个量用 U_x 和 $\frac{\partial U_x}{\partial X}$ 的离散值, 用样条插值方法拟合, 然后用微分方法求得.

这里需要指出的是, 即使颗粒已达到 $Y = 0.03$, 也不能用外推法近似求得 $Y = 0$ 时的值. 当 $Y \leq 0.03$ 时, 颗粒轨迹弯曲很厉害, 且对于 $S_t = 0.1 \sim 0.2$ 这类颗粒 (这是我們最关心的颗粒范围), 到达 $Y = 0.03$ 时 V_p 已很小, 所以外推不可靠.

(c) 考虑到 $Y = 2$ 到 $Y = 3$ 这部分流场很均匀, 平板基本上还没有对射流产生影响, 颗粒轨迹很直, 所以计算改成由 $Y = 1.5$ 作为起点.

四、计算结果的分析

图 3 是流线. 图 4 是 $S_t = 0.12$ 时计算得到的颗粒轨迹, 轨迹上靠近边界 OA 附近若标有箭头, 则表示这条轨迹在 $X < 3.5$ 以内不与 OA 相交. 图 5 是 Ω^* 对颗粒轨迹的影响. 计算表明:

1) 当 $x = 4$ 时, $U_x = 1$, 根据流量守恒可得 $Y = \frac{1}{8} X_{p0}^2$.

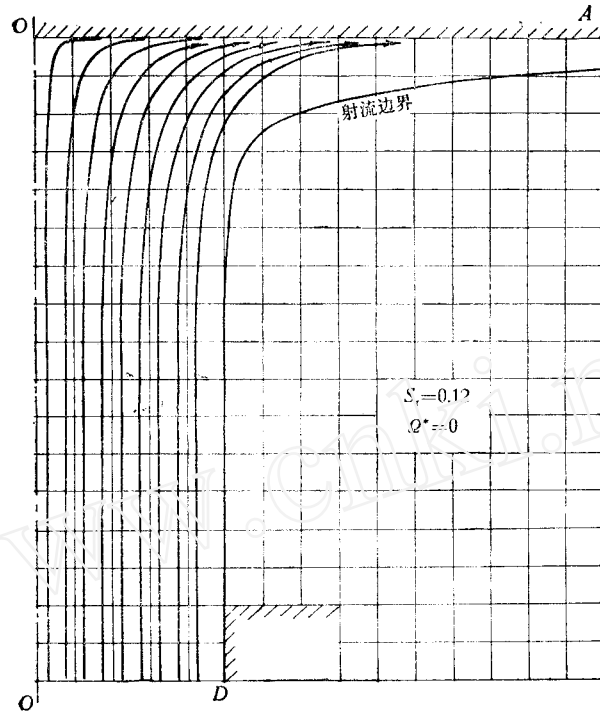


图 4 颗粒运动轨迹

(1) 在 $X < 3.5$ 区域内, 对于 $S_t < 0.11$ 的颗粒, 几乎都不能达到 OA 边界, 除非 X_{p0} 十分小. 对于 $S_t > 0.17$ 的颗粒, 几乎都能达到 OA 边界. 对于 $0.11 < S_t < 0.17$ 范围内的颗粒, 是否能在 $X < 3.5$ 以内到达 OA 边界, 则取决于 X_{p0} 和 Q^* 值.

(2) 撞击点基本上都在 $X < 2.0$ 以内. $X > 2.0$ 以后, 撞击点明显地稀疏了. 应用方程 (3.24), (3.25), 可以解释这一点.

对于 S_t 较大的颗粒, 撞击点都在 $X = 2.0$ 以内. 现讨论 $S_t < 0.2$ 的颗粒. 在流场的大部份区域, $\left| \frac{\partial \alpha}{\partial \Psi} \right| \ll \left| \frac{\partial \alpha}{\partial \Phi} \right|$, 对较小颗粒, 又有 $W_{pn} \ll W_{pr}$. 因此

$$\frac{d\alpha}{dT} = \frac{1}{\beta_\Phi} W_{pr} \frac{\partial \alpha}{\partial \Phi} - \frac{W_{pn}}{\beta_\Psi} \frac{\partial \alpha}{\partial \Psi} \approx \frac{W_{pr}}{\beta_\Phi} \frac{\partial \alpha}{\partial \Phi} = W_{pr}/R_\Psi \quad (4.1)$$

其中 R_Ψ 是流线的曲率半径. 将 (4.1) 代入 (3.25), 得

$$\frac{dW_{pn}}{dT} = W_{pr}^2/R_\Psi - \frac{f(Re)}{2S_t} W_{pn} \quad (4.2)$$

略去 (3.24) 右边第二项, 得

$$\frac{dW_{pr}}{dT} = \frac{f(Re)}{2S_t} (W_g - W_{pr}) \quad (4.3)$$

(4.2) 式右边第一项代表惯性离心力, 它是促使 W_{pn} 增加的动力; 右边第二项代表气动阻力, 它是使 W_{pn} 减小的阻尼力. 当离心力可以忽略时, W_{pn} 将以指数方式衰减, 衰减常数为 $S_t(f(Re) \approx 1)$. 颗粒越小, 衰减越快. 对气体微团, $S_t = 0$, 所以 $W_{pn} = 0$. 对颗粒 ($S_t > 0$), W_{pn} 先由零逐渐增加, 然后逐渐衰减到零. Ψ_p 总是减小. 当 $\Psi_p = 0$ 时, 即

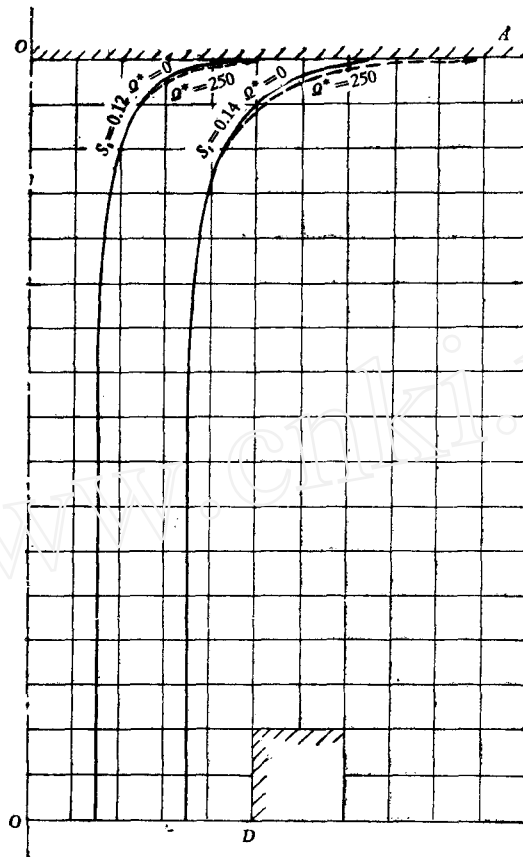


图 5 颗粒运动轨迹

表示颗粒到达收集板。

若 $T = T_a$ 时, $W_{pn} \gg 2S_t W_{pr}^2 / R\psi$ (4.4)

由 (4.2) 得到 $W_{pn} = (W_{pn})_a \exp \left[-\frac{f(Re)}{2S_t} (T - T_a) \right]$ (4.5)

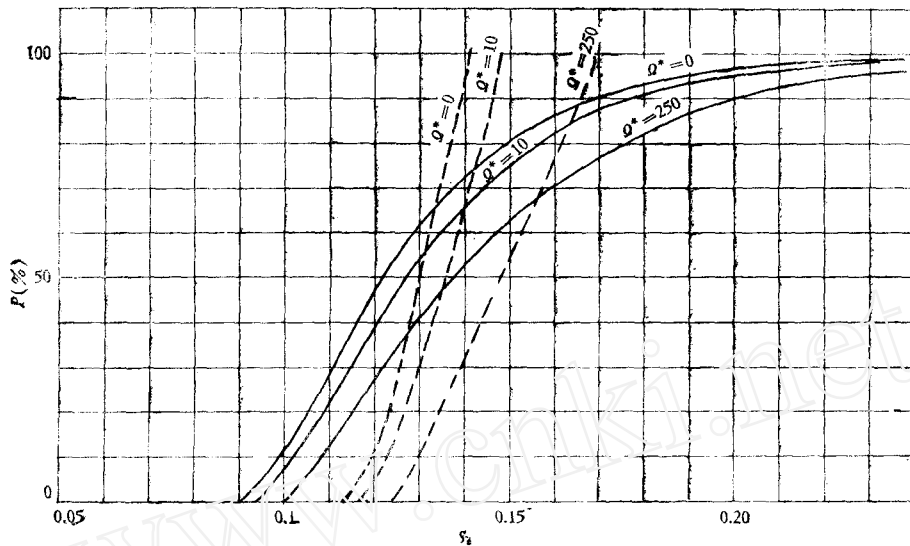
代入 (3.27) 式得到

$$\Psi_p - (\Psi_p)_a = -\frac{2S_t}{f(Re)} (W_{pn})_a \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{f(Re)}{2S_t} (T - T_a) \right] \right\} \quad (4.6)$$

下标 a 表示 $T = T_a$ 时的值。当 $(\Psi_p)_a$, $(W_{pn})_a$ 及 S_t 给定后, 可以求得 $\Psi_p = 0$ 所对应的 $(T - T_a)$ (见表 2) 当满足 (4.4) 时, 通常 $W_{pr} \approx U_p \approx 1$, 所以表 2 第二行相当于 $(X_{pc} - X_{pa}) / 2S_t$ 。由表 2 明显看出, 对于一定大小的颗粒, 它们在收集板上的撞击点离中心轴越远越稀疏, 实验结果也证实了这一点。

表 2

$(\Psi_p)_a / 2S_t (W_{pn})_a$	0.6	0.7	0.8	0.9	0.925	0.95	0.97	0.99	1
$(T - T_a) / 2S_t$	0.91	1.20	1.61	2.3	2.59	3.00	3.50	4.60	∞

图 6 $P(s_i, Q^*)$ 曲线

-----表示未经粘性修正 ——表示经粘性修正

以上讨论说明了,由无限平板(即 s 很大)计算的结果可用到有限大平板,只要平板的边缘效应对 $X < 2.0$ 部份的影响可以忽略即可。

(3) 对于一定的 s_i 和 Q^* 值都有一个确定的 X_{p0} (记为 $(X_{p0})_{cr}$), 它相应于 $X_{pc} = 3.5$ 。由

$$p = (X_{p0})_{cr}^2 \quad (4.7)$$

求得该 s_i, Q^* 值所对应的冲击系数 $p(s_i, Q^*)$ (图 6 虚线)

五、粘性影响

冲击式采样器采集粒径大于 1μ 的颗粒时气流 Ma 数一般不大于 0.2, $\frac{Dg}{v_\infty^2}$ 不大于 0.3。流场是低雷诺数层流流动,可忽略扩散效应。大气中颗粒含量少的颗粒堆积只影响边界层内流动,对无粘流场影响不大,所以计算中所作的各点假设除关于忽略粘性效应以外都是合理的。

1. 粘性影响的分析

粘性影响主要表现在三方面^[4]:

- (1) 由于粘性影响,射流出口速度是非均匀的。
- (2) 在射流自由边界 BC 两边有动量交换,动量由 BC 内侧传输到 BC 外侧。
- (3) 平板 OA 壁面有边界层存在,使在 OA 附近 U_g 将小于无粘流值。由于固壁存在,也影响颗粒所受阻力。

对于第一点影响,现作如下修正: 设射流出口速度分布为

$$\frac{v_\infty}{(v_\infty)_{\max}} = \left(1 - \frac{2x}{D}\right)^{1/6}$$

或

$$\frac{v_{\infty}}{\bar{v}_{\infty}} = 1.264 \left(1 - \frac{2x}{D}\right)^{1/6},$$

$(v_{\infty})_{\max}$ 是射流中心的出口速度, \bar{v}_{∞} 是射流出口的平均速度. 因此

$$S_i/\bar{S}_i = 1.264[1 - (X_{p0})_{cr}]^{1/6}$$

其中 S_i 定义为 $\frac{\tau_v v_{\infty}}{D}$, \bar{S}_i 定义为 $\frac{\tau_v \cdot v_{\infty \max}}{D}$. 假设通过出口处某点的颗粒轨迹, 只依赖于当地的 S_i 值, 与出口处的射流是否均匀无关, 那么冲击系数 P 为

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{(X_{p0})_{cr}} v_{\infty} \cdot 2\pi X dX / \pi \bar{v}_{\infty} \\ &= 1 - \frac{13}{6} [1 - (X_{p0})_{cr}]^{7/6} - \frac{7}{6} [1 - (X_{p0})_{cr}]^{13/6}. \end{aligned}$$

关于第 2 点影响, 由于射流自由边界两边的动量交换改变了靠近边界 (射流混合区) 的流场速度分布, 从而影响颗粒运动轨迹. 用半无限自由射流公式^[4]估计 $H = 1.5D$ 处的混合区半宽度 b (取速度比为 0.95 作为射流边界), 则 $b/D/2$ 在 0.22—0.093 范围内. 这说明对 $P(\bar{S}_i, Q^*)$ 曲线而言, 射流边界的影响只是对 $P > 0.65—0.75$ 这部分.

关于第 3 点影响, 由于壁面附近边界层的存在, 使壁面附近气流的横向速度较无粘流时的值低, 这影响颗粒在壁面附近的流动. 对于工作在流量为 2 升/分的采样器, 雷诺数 Re 为 626 (第一级) 至 2606 (第六级). 估计边界层厚度 δ_0 与射流半径 $D/2$ 之比为 0.176 (第一级) 与 0.080 (第六级) 之间. 这与 $H = 3$ 相比很小, 在这一薄层里流线已很平直, 颗粒进入这一薄层后原有的法向速度将很快衰减, ψ_p 不会再明显下降, 所以边界层的影响主要是使颗粒切向速度下降, 也就是使颗粒运动时间增加, 而对颗粒轨迹的形状影响不大¹⁾.

2. 修正后的结果:

经粘性效应修正后得到的冲击系数 $P(\bar{S}_i, Q^*)$ 曲线为图 6 中实线所示. 当 Q^* 由 0 变化至 250 时, \bar{S}_{i50} (对应 $P = 50\%$ 的 S_i 值) 由 0.122 变化至 0.137. 相应我们计算条件 Marple 和 wileke^[5] 得到相应 $Q^* = 0$ 时 $S_{i50} = 0.1165—0.11^2)$. R. Wiedemann^[6] 取 $\sqrt{S_{i50}} = 0.343^3)$, 相应 $S_{i50} = 0.11765$. 有些国外采样器设计中取 $S_{i50} = 0.144$. 这些都与我们计算的结果一致.

应用本文计算的 $P(\bar{S}_i, Q^*)$ 曲线, 设计加工了一台多级冲击式采样器, 经实验鉴定, 性能与理论计算符合较好, 达到了设计指标^{[7]4)}.

六、结 论

当射流中所含颗粒较少时, 它对流场影响不大, 因此颗粒轨迹的计算与气流流场的计

- 1) 更深入的研究不仅需要考虑边界层内气流速度的不均匀性, 还应考虑除运动方向阻力外, 气流给予颗粒的附加横向力.
- 2) 在文献[5]中, 相应本文中的 S_{i50} 值是 $\frac{S_{ik50}}{2}$.
- 3) 在文献[6]中, 相应本文中的 S_{i50} 值是 S_{ik} .
- 4) 在文献[7]中, 相应本文中的 S_{i50} 值是 Θ_{50} .

算可分别讨论. 在无粘不可压缩流条件下, 流场计算是求解不定常边界的拉氏方程, 采用“点源函数”方法将微分方程化为积分求解, 对未知边界反复调正其形状使其达到正确位置. 颗粒轨迹的计算是解一组常微分方程, 根据 S_i 值的量级大小, 分别用摄动法, Treanor 法, R-K 法. 计算表明, 颗粒在平板上的撞击点主要集中在 $X < 2$ 范围内, 对 H 很大所作的计算, 在 $H = 1.5$ 时仍有效. 考虑到粘性影响使射流出口速度不均匀, 采用速度分布 $\frac{v}{v_\infty} = 1.264 \left(1 - \frac{2x}{D}\right)^{1/6}$ 对计算结果进行修正, 得到 $P(\bar{S}_i, Q^*)$ 曲线. 应用该曲线设计的采样器, 其性能达到设计指标^[7].

本工作是在吴承康教授的指导和帮助下完成的. 并得到了卞荫贵教授的指导和帮助. 李家春同志对文稿提了许多宝贵意见. 作者一并表示深切感谢.

参 考 文 献

- [1] William dicit, Air Pollution Control Engineering, Chap. 3, 5, Marcel Dekker, Inc., New York and Basel, 1980.
- [2] Schach, W., Umlenkung eines kneisförmigen Flüssigkeitsstrahles an einer ebenen Platt senkrecht zur Strömungsrichtung, *ZAMP* 6 (1935) S51—59.
- [3] Treanor, C. E., A Method for the Numerical Integration of Coupled First Order Differential Equation with Great Different Time Constants, *Math. of Computation*, 20, 93 (1966), 39—45.
- [4] Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, sixth Edition, 91—92, 174—175, 689—690.
- [5] Marple, V. A. et al., Inertia Impactors, in Benjamin Y. H. Liu ed., Fine Particles, 411, Academia Press, Inc., New York San Francisco London, (1976).
- [6] Wiedemann, R., Measurement of Particle Size Distributions of Flue Dust by Means of Cascade Impactors, in Michel M. Benarie ed., Atmospheric Pollution (1980), 257, Elsevier Scientific Publishing Company Amsterdam-Oxford-New York, (1980).
- [7] 刘大有, 大气飘尘冲击式分级采样器, 环境科学学报, 3, 4(1983), 319.

CALCULATION OF THE CIRCULAR JET WITH PARTICLES IMPACTING UPON A PLATE

Liu Dayou

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Abstract

The calculation of the flow field of a uniform circular jet with particles impacting upon an infinite plate perpendicularly is presented. The fluid is assumed to be inviscid and incompressible. The trajectories of small spherical particles carried in the jet are also calculated by choosing either $\frac{24}{Re}$ or $\frac{24}{Re} (1 + Re^{2/3})$ as drag coefficient.

Assuming that the particles are uniformly distributed initially in the jet, we obtain the curves of impact efficiency (known as collection probability in the study of samplers). The basis upon which the assumptions are made in the calculation is discussed. Viscous effects are analyzed, and then some corrections of the curves $P(S, \Omega^*)$ considering these effects are made. The results of calculation show that the impact points of the particles on the plate mainly concentrate in the zone of $x < 2$. The results of calculations based on very large H is valid for $H \geq 1.5$. An appraisal for the sampler designed by using $P(S, \Omega^*)$ curves shows that expected performance has been realized.