

三相交流等离子体炉的传热计算

徐 复

(中国科学院力学研究所)

近年来, 等离子体技术在化学工业与冶金工业方面的应用日益广泛^[1,2]. 在提取冶金方面, 直流等离子体发生器与交流等离子体发生器(有电极)容易得到大功率, 设备费用也较射频等离子体发生器为低, 从而显得更有前途. 本文给出三相交流等离子体炉的一种简化模型的传热计算.

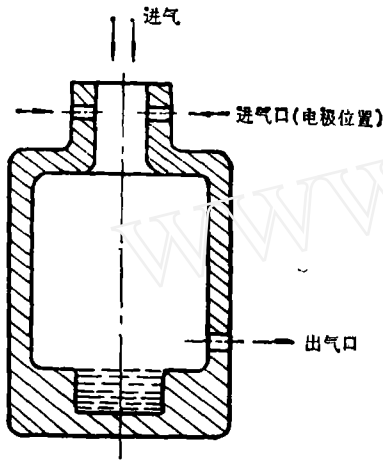


图 1

图 1 给出这种三相交流等离子体炉的示意图. 在等离子体炉的上方, 三相工频交流电源在气体中的放电, 形成等离子体. 随着热导体与气体的缓慢运动, 把热量传到炉底的坩锅中, 可用来冶炼坩锅中的金属矿物等.

我们假定:

1. 已达到稳恒状态, 即温度分布等不随时间变化;
2. 可不计算弧区的等离子体过程, 而只假定每单位时间有热量 Q 从进口处传入炉内;
3. 炉壁和炉底的温度保持在材料允许范围内, 假定坩锅中的液态金属为恒温;
4. 在近似计算中, 忽略辐射传热和对流传

热, 这是一种比较粗糙的近似.

我们的目的是要计算热量 Q 的百分之多少传到了坩锅中, 或称之为计算效率为多少. 据此进行炉体设计.

引进热流势 s

$$ds = K(T)dT$$

其中 $K(T)$ 为热传导系数, 假定函数 $K(T)$ 已知. 在我们的计算中, T 的范围可从一千多度 $^{\circ}\text{C}$, 直到上万度. 介质可以是氢, 氮, 氩, 氙或其他气体形成的低温等离子体.

为确定起见, 令

$$s = \int_{T_0}^T K(T)dT$$

其中 T_0 为炉壁内的壁温. 于是在上述假定下, 我们有图 2 所示的简化模型, 以及如下的数学提法:

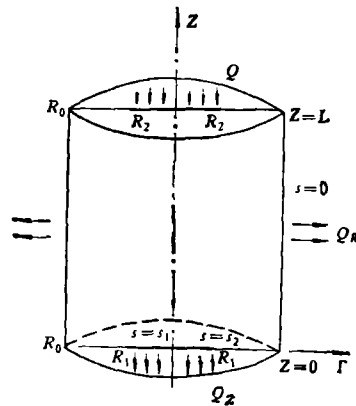


图 2

方程为:

$$\nabla^2 s = 0$$

或

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = 0$$

边界条件为:

$$\begin{aligned}
 1. & r = R_0, \quad s = 0 \\
 2. & z = L, \quad \begin{cases} \text{当 } r \leq R_2 & \frac{\partial s}{\partial z} = -a \\ \text{当 } R_2 < r \leq R_0 & \frac{\partial s}{\partial z} = 0 \end{cases} \\
 3. & z = 0, \quad \begin{cases} \text{当 } r \leq R_1 & s = s_1 \\ \text{当 } R_1 < r \leq R_0 & s = s_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

其中坐标系的取法见图, $R_0, R_1, R_2, L, s_1, s_2$ 为已知常数, 而常数 a 满足

$$Q = \int_0^{R_2} a \cdot 2\pi r dr = a\pi R_2^2$$

在以后的计算中, 我们总认为 Q 是不变的. 从而 R_2 变化时, a 是可变的一个数.

采用分离变量法, 设

$$s(r, z) = R(r)Z(z)$$

于是, $R(r)$ 满足的方程为

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dR}{dr} \right) + \lambda^2 R = 0$$

解为

$$R_n(r) = J_0(\lambda_n r)$$

其中 $\lambda_n R_0$ 是零阶 Bessel 函数的第 n 个零点. 注意, 这时边界条件 1 已满足, 而 $\lambda_n R_0$ 可以查表, 或从下式计算

$$\begin{aligned}
 \lambda_n R_0 = & \alpha + \frac{1}{8\alpha} \left[1 - \frac{31}{3 \times (4\alpha)^2} \right. \\
 & + \frac{3779}{5 \times (4\alpha)^4} - \frac{6277237}{105 \times (4\alpha)^6} \\
 & \left. + \dots \right]
 \end{aligned}$$

式中

$$\alpha = \left(2n - \frac{1}{2} \right) \times \frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

另一方面

$$Z_n = A_n e^{\lambda_n z} + B_n e^{-\lambda_n z}$$

所以方程的普遍解是

$$s(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} J_0(\lambda_n r) [A_n e^{\lambda_n z} + B_n e^{-\lambda_n z}]$$

为满足边界条件 2, 我们将上式逐项对 z 求导数, 得

$$\frac{\partial s}{\partial z} = \sum_{n=1}^{\infty} J_0(\lambda_n r) [A_n e^{\lambda_n z} - B_n e^{-\lambda_n z}] \lambda_n$$

再令 $z = L$, 并利用 Bessel 函数一些性质, 最后可得

$$A_n e^{\lambda_n L} - B_n e^{-\lambda_n L} = \Delta_1$$

而

$$\Delta_1 = -\frac{2aR_2 J_1(\lambda_n R_2)}{\lambda_n^2 R_0^2 J_1(\lambda_n R_0)^2}$$

为满足边界条件 3, 我们令 s 的表达式中 $z = 0$, 可得

$$A_n + B_n = \Delta_2$$

而

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 = & \frac{2s_2}{\lambda_n R_0} \frac{1}{J_1(\lambda_n R_0)} + \frac{2R_1}{R_0} \frac{s_1 - s_2}{\lambda_n R_0} \\
 & \times \frac{J_1(\lambda_n R_1)}{J_1(\lambda_n R_0)}
 \end{aligned}$$

于是, 满足边界条件 1, 2, 3 的 A_n, B_n 是

$$A_n = \frac{1}{2 \cosh \lambda_n L} (\Delta_1 + \Delta_2 e^{-\lambda_n L})$$

$$B_n = \frac{1}{2 \cosh \lambda_n L} (-\Delta_1 + \Delta_2 e^{\lambda_n L})$$

每单位时间进入坩锅的热量 Q_z 为

$$\begin{aligned}
 Q_z = & - \int_0^{R_1} \frac{\partial s}{\partial z} \Big|_{z=0} \cdot 2\pi r dr \\
 = & 2\pi R_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cosh \lambda_n L} J(\lambda_n R_1) \\
 & \times [\Delta_1 - \Delta_2 \sinh \lambda_n L]
 \end{aligned}$$

定义效率 η 为

$$\eta = Q_z / Q,$$

于是有

$$\begin{aligned}
 \eta = & 4 \cdot \frac{R_1}{R_2} H(R_1, R_2, L) + 4\bar{s}_2 \\
 & \cdot \frac{R_1}{R_0} F(R_1, L) + 4(\bar{s}_1 - \bar{s}_2) \\
 & \times \frac{R_1^2}{R_0^2} \cdot G(R_1, L)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 H(R_1, R_2, L) = & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\cosh \lambda_n L} \\
 & \cdot \frac{1}{(\lambda_n R_0)^2} \frac{J_1(\lambda_n R_1) \cdot J_1(\lambda_n R_2)}{J_1(\lambda_n R_0)^2}
 \end{aligned}$$

$$F(R_1, L) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh \lambda_n L}{\lambda_n R_0} \frac{J_1(\lambda_n R_1)}{J_1(\lambda_n R_0)}$$

$$G(R_1, L) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tanh \lambda_n L}{\lambda_n R_0} \frac{J_1(\lambda_n R_1)^2}{J_1(\lambda_n R_0)^2}$$

而

$$\bar{s}_1 = \frac{s_1 R_0}{Q}$$

$$\bar{s}_2 = \frac{s_2 R_0}{Q}$$

在以后的计算中, s_1, s_2, Q, R_0 不变, 并取 $R_0 = 1$, 以及

$$\bar{s}_1 = 10^{-3}, \quad \bar{s}_2 = 0,$$

于是

$$\eta = f(R_1, R_2, L)$$

$$= 4 \times \frac{R_1}{R_2} \times H(R_1, R_2, L)$$

$$+ 4 \times 10^{-3} \times \frac{R_1^2}{R_0^2} G(R_1, L)$$

数值计算结果见图 3—图 5。

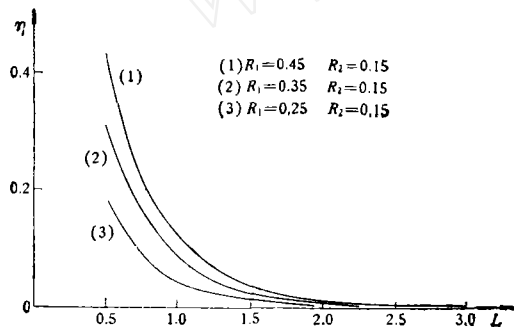


图 3 效率 η 与炉体长度 L 的关系

图 3 给出效率 η 与炉体长度 L 的关系。由图看出, 随着炉体长度的加大, 效率很快地下降。例如, 当 $R_1 = 0.45, R_2 = 0.15$ 时, $L = 0.5$, 则 $\eta = 0.43$, 而 $L = 1.0$, 即加长一倍时, $\eta = 0.12$, 而 $L = 2.0$, 即又加长一倍时, $\eta = 0.01$, 下降了一个多数量级。

图 4 给出效率 η 与坩埚半径 R_1 的关系, 由图看出, 随着坩埚半径的加大, 效率逐渐提高。例如, 当 $L = 0.5, R_2 = 0.15$ 时, $R_1 = 0.25$, 则 $\eta = 0.18$, $R_1 = 0.35$ 则 $\eta = 0.31$, $R_1 = 0.45$ 则

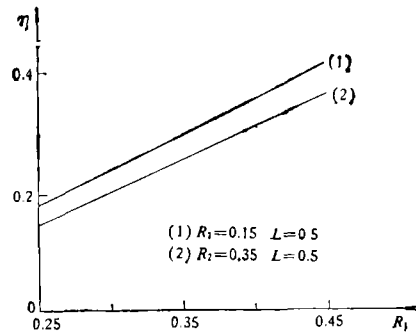


图 4 效率 η 与坩埚半径 R_1 的关系

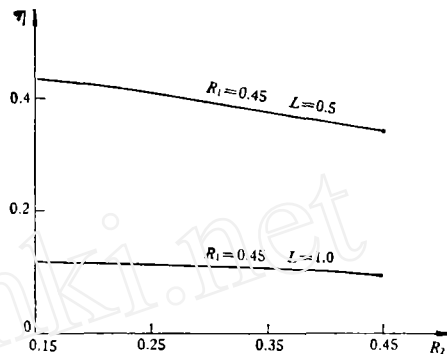


图 5 效率 η 与等离子体入口半径 R_2 的关系

$\eta = 0.43$, 即随着 R_1 的加大, 效率有显著提高。

图 5 给出效率 η 与入口半径 R_2 的关系。由图看出, 随着等离子体入口处半径 R_2 的加大, 效率稍有降低。

所有这些结果都是合理的。

因此, 在进行三相交流等离子体炉设计时, 为使效率提高, 最重要的是使炉体长度尽可能短。其次重要的是使坩埚半径尽可能大。再次, 是使等离子体入口处半径尽可能小一些。

参 考 文 献

- [1] Hamblin, S. M. L., Plasma Technology and its Application to Extractive Metallurgy, *Minerals Soc. Eng.*, 9, 3 (1977), 151—176.
- [2] Aubreton, I., et al., Les Fours à Plasma, *Revue Générale de Thermique*, 200—201 (1978).

(本文于 1982 年 3 月 1 日收到)