

# 波驱动电流的临界密度效应

夏蒙芬

康寿万

(北京大学物理系)

(中国科学院力学研究所, 北京)

近来,在低杂波驱动托卡马克电流的实验中,发现当等离子体密度超过某个临界值时波驱动电流突然降到很低的值<sup>[1,2]</sup>。对这种现象尚无比较肯定的解释。研究波驱动电流的目的是要建立稳态托卡马克反应堆,当然希望能在较高密度下运行。临界密度的存在对这种方案无疑是一种威胁。本文对临界密度现象的起因提出一种可能的机制。

利用低杂波通过共振效应驱动电流时,为了有较高的驱动效率,应使共振区处于速度较高的区域<sup>[3]</sup>。但这限制了所能获得的最大电流<sup>[4]</sup>。另一方面,若存在直流电场,则在临界逃逸速度以上为逃逸区。如果波的共振区与逃逸区互相重叠,便可使电流增强。当等离子体密度增大时,临界速度也随之提高。如果共振区与逃逸区仍保持重叠,则密度的增大对电流没有明显的影响。当密度超过某个临界值,使临界速度足够高、共振区与逃逸区互相分离时,电流便急剧下降。这种效应对临界密度现象提供了一种可能的解释。

令波的共振区在

$$u_1 \leq u \leq u_2, \quad (1)$$

其中  $u = v_x/v_c$ ,  $v_x$  是电子速度在磁场方向的分量,  $v_c = \sqrt{2T_e/m_e}$ 。令直流电场为  $E_0$ , 则临界逃逸速度(以  $v_c$  约化)为

$$u_c = \left( \frac{6\pi e^3 n \Lambda}{T_e E_0} \right)^{1/2}, \quad (2)$$

其中  $n$  是电子密度,  $\Lambda$  为库仑对数。

令  $u_c = u_2$ , 由(2)式便可得到临界密度为

$$n_c = \frac{T_e E_0^2}{6\pi e^3 \Lambda}. \quad (3)$$

当  $n > n_c$  时,  $u_2 < u_c$ , 共振区与逃逸区互不重叠。由一维准线性方程

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{e}{m} E_x \frac{\partial f}{\partial v_x} - \frac{\partial}{\partial v_x} D_r \frac{\partial}{\partial v_x} f + \frac{\partial}{\partial v_x} D_c \frac{\partial}{\partial v_x} (f - f_M) + S \quad (4)$$

(见文献[4], 这里增加了源项  $S$  和电场项), 可以求得稳态解近似为

$$\begin{aligned} f &\cong \frac{c_1 n}{\sqrt{\pi} v_c} e^{-u^2}, & u < u_1, \\ &\cong \frac{c_1 n}{\sqrt{\pi} v_c} e^{-u_1^2}, & u_1 \leq u \leq u_2, \\ &\cong \frac{c_1 n}{\sqrt{\pi} v_c} e^{n_2^2 - u_1^2 - u^2}, & u_2 < u < u_c, \end{aligned}$$

本文 1982 年 4 月 5 日收到。

$$\begin{aligned} &\cong \frac{c_1 n}{\sqrt{\pi} v_e} e^{u_2^2 - u_1^2 - u_c^2}, & u_c \leq u \leq u_m, \\ &\cong 0, & u_m < u, \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $c_1$  是归一化常数。在(5)式中未计入分布函数中相应于欧姆电流的平移部分。

当  $n < n_c$  时,  $u_2 > u_c$  (假定仍有  $u_c > u_1$ ), 共振区与逃逸区互相重叠。由(4)式可求得

$$\begin{aligned} f &\cong \frac{c_2 n}{\sqrt{\pi} v_e} e^{-u^2}, & u < u_1, \\ &\cong \frac{c_2 n}{\sqrt{\pi} v_e} e^{-u_1^2}, & u_1 \leq u \leq u_m, \\ &\cong 0, & u_m < u, \end{aligned} \quad (6)$$

$c_2$  是相应的归一化常数。(5)、(6)式中的  $u_m$  是逃逸电子区的截断上限, 一般由逃逸电子的约束条件或不稳定性等因素决定。此外, 归一化常数  $c_1$  与  $c_2$  通常对 1 偏离不大。

由(5)、(6)式可求得波驱动的电密度。在  $n > n_c$  情形, 求得

$$j_{>} \cong j_0 \left\{ 1 + \frac{u_m^2 - u_c^2 - 1}{u_2^2 - u_1^2} e^{-(u_c^2 - n^2)} \right\}; \quad (7)$$

对  $n < n_c$  情形, 求得

$$j_{<} \cong j_0 \frac{u_m^2 - u_1^2 - 1}{u_2^2 - u_1^2}, \quad (8)$$

其中

$$j_0 = -\frac{ncv_e}{2\sqrt{\pi}} (u_2^2 - u_1^2) e^{-u_1^2}, \quad (9)$$

是不考虑直流电场时波的共振效应驱动的电密度。(8)式适用于  $u_1 < u_c$  情形。对于  $u_1 > u_c$  的情形, 共振区完全落在逃逸区内, 波的共振效应对驱动电密度没有明显的作用, 因为共振区落在接近平台分布的区域时, 并不能引起分布函数的进一步演变。

在托卡马克中, 一般有  $u_m \gg u_c, u_2$ 。由(8)式易看出  $j_{<} \gg j_0$ 。这表明, 共振区与逃逸区互相重叠, 可以使波驱动的电密度大大增强。

当密度增大时, 若温度稍有降低, 则  $j_0$  大体上保持不变。因此, 在  $n < n_c$  的范围内增大  $n$  时, 电密度基本上保持不变, 由(8)式决定。但当密度超过临界值  $n > n_c$  时, 电密度由(7)式给出。利用(2)式, (7)式可改写为

$$j_{>} \cong j_0 \left\{ 1 + \frac{u_m^2 - u_c^2 - 1}{u_2^2 - u_1^2} e^{-u_2^2 \left( \frac{n - n_c}{n_c} \right)} \right\}. \quad (10)$$

(10)式表明, 当  $n > n_c$  时, 电密度大体上随着密度的增加而按指数规律下降。由于一般有  $u_2^2 \gg 1$ , 因此,  $j_{>}$  随密度增大而下降的速度是很快。这与实验上所发现的特征是一致的。

现将以上结果与 Versator 的实验结果<sup>[1]</sup>作一比较。在 Versator 中, 波驱动的电密度  $\Delta I \sim 3kA$ , 而等离子体半径  $a \sim 13cm$ 。因而平均电密度

$$j_{\text{av}} \sim 5.65A/cm^2. \quad (11)$$

根据实验上的参量范围, 取  $n \sim 6 \times 10^{12}cm^{-3}$ ,  $T_e \sim 120-200eV$ , 并取  $u_1 \cong 3$ ,  $u_2 \cong 4$ , 则由(9)式可求得

$$j_0 \sim 0.15-0.19A/cm^2, \quad (12)$$

$j_0$  是共振电子电流的饱和值。比较 (11) 与 (12) 式, 可看到  $j_0/j_{rf} \ll 1$ 。这表明, 在 Versator 中波驱动电流不能简单地由波的共振驱动效应来解释。在  $j_{rf}$  中, 除包括波通过非共振效应驱动电流<sup>[4]</sup>外, 还可能有共振区与逃逸区的重迭所导致的电流增强效应。在 (8) 式中, 令  $j < j_{rf}$ , 可估计出所要求的逃逸电子的截断能量的范围在

$$\varepsilon_m \sim 34-45 \text{keV}, \quad (13)$$

逃逸电子分布延伸到这个能量范围在实验上是可能的。

根据实验参数, 有  $E_0 \sim 10^{-2} \text{V/cm}$  (相当于欧姆电流  $I \sim 30 \text{kA}$ ,  $Z_{\text{eff}} \sim 2$ ,  $\bar{T}_e \sim 120 \text{eV}$ ), 并考虑  $u_2$  是按中心区 (取  $T_e \sim 200 \text{eV}$ ) 的热速度约化的,  $u_2 \sim 4$ 。则由 (3) 式可求得临界密度为

$$n_c \sim 5.1 \times 10^{12} \text{cm}^{-3}. \quad (14)$$

在实验上, 大约在  $n \sim 6 \times 10^{12} \text{cm}^{-3}$  附近, 波驱动电流突然下降到很低的值。这与本文的理论结果是大体一致的。

综上所述, 实验上观测到的低杂波驱动托卡马克电流时的临界密度现象可作如下解释: 在低密度时, 所观测到的电流实际上是共振区与逃逸区互相重迭时产生的电流, 它比单由波的共振驱动效应所产生的电流高得多; 当密度增大超过临界值时, 由于逃逸速度随密度增大而提高, 逃逸区向高速尾部推移, 与共振区不再重迭, 从而导致电流迅速下降。

在低密度 ( $n < n_c$ ) 情形, 在共振区与逃逸区互相重迭的条件下产生电流之后, 若电场下降为零, 则这种高电流值将不能仅靠波维持。它将逐渐下降, 其维持时间与高能电子的约束性有关。在 WT-2 的实验<sup>[5]</sup>中, 可以看到环电压下降为零以后, 波维持的电流的逐渐下降的现象。

在波驱动的稳态托卡马克反应器中, 将避免采用直流电场。为了获得较高的电流, 要求波具有很宽的共振区。在这种情况下, 将不会出现本文所讨论的临界密度现象。

### 参 考 文 献

- [1] Luckhardt, S. C. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48** (1982), 152.
- [2] Hooke, W. M. et al., *Bull. Am. Phys. Soc.*, **26** (1981), 975.
- [3] Fisch, N. J., *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 873.
- [4] 夏蒙芬等, *物理学报*, **30** (1981), 1307.
- [5] Nakamura, M. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 1902.