第2卷 第3期
1982年5月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 2, No. 3
May 1982

气体激光器中光强迭加原则的物理基础

朱如曾
(中国科学院力学研究所)

提　　要

本文就气体激光器的普遍情况证明，当扩散之快足以几乎完全消除空间烧孔时，在输运方程的受激发射和受激吸收项中可以应用 Rigrod 光强迭加原则，从而明确了光强迭加原则的物理基础。通过对 CO_2-N_2-H_2O 系统进行的具体分析指出，在通常的连续波气体激光器中，计算场分布和功率输出时往往可应用光强迭加原则。

一、引　　言

在计算气体激光器，包括流动气体激光器及气动激光器中模式场分布时，必须把激活介质的输运方程和光波场的波动方程联立起来求解。方程中含有与光波场的能量密度 $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ 有关的受激发射和受激吸收项。由于激光模式往返光束的相干性，$\varepsilon(\boldsymbol{r})$ 在波长大小的尺度上有显著差别，即

$$\varepsilon(\boldsymbol{r}) \neq \varepsilon_1(\boldsymbol{r}) + \varepsilon_2(\boldsymbol{r}), \tag{1}$$

式中，$\varepsilon_1(\boldsymbol{r})$ 和 $\varepsilon_2(\boldsymbol{r})$ 分别为往返光束单独的能量密度。可是 Rigrod[1]、Rensch[2] 及后来许多研究者都在激活介质的输运方程中用 $\varepsilon_1(\boldsymbol{r})+\varepsilon_2(\boldsymbol{r})$ 代替 $\varepsilon(\boldsymbol{r})$，以达到简化输运方程的目的，即取

$$\varepsilon(\boldsymbol{r}) \rightarrow \varepsilon_1(\boldsymbol{r}) + \varepsilon_2(\boldsymbol{r})。 \tag{2}$$

我们称置换式(2)为 Rigrod 光强迭加原则。此原则向来为人们所通用，但其正确性至今未有证明，其适用条件至今未予分析。鉴于光强迭加原则在气体激光器的增益理论中的重要地位，作者[3]曾就联合二能级系统给出了它的适用条件。本文将就多能级系统的一般情况(包括流动的、气动的和不流动的气体激光器)讨论它的适用条件，并通过典型情况分析作出一般性结论。

二、光强迭加原则适用性的普遍条件

考虑一个一般的气体激光器。其完备的方程组应包括两类：第一类是光波场的麦克斯韦方程组，在平面偏振的情况下简化为标量波动方程；第二类是介质的输运方程。下面我们把处于不同能级的同一分子看作为不同组元。对第 i 组元，输运方程是[4]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla n_i = -n_i\nabla\cdot\boldsymbol{V} - \nabla\cdot(n_i\boldsymbol{V}_i) + k_i, \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ u,\ l)。 \tag{3}$$

收稿日期：1981年4月6日，收到修改稿日期：1981年12月27日

式中，u 和 l 指上、下激光能级，n_i、k_i 和 $\boldsymbol{V}_i$ 分别为第 i 组元的粒子数密度、密度生成率和扩散速度，$\boldsymbol{V}$ 是质量平均速度。$\boldsymbol{V}_i$ 的表示式可以在文献[4]中找到。如果 $i\neq u,\ l$，则

$$k_i=-\gamma_i n_i-\sum_j k_{ij}n_i n_j+\sum_{jj'}k_{jj'i}n_j n_{j'}+\lambda_i,\qquad (i\neq u,\ l)。\tag{4}$$

式中，γ_i 为第 i 组元的总自发衰减速率常数，k_{ij} 是由于和第 j 组元碰撞而导致第 i 组元的衰减常数，$k_{jj'i}$ 为第 j 组元与第 j' 组元相碰撞而生成第 i 组元的速率常数。γ_i、k_{ij}、$k_{jj'i}$ 与组元本性及温度有关。λ_i 为其它激励方式提供的激励率，例如电子激励，如果 $i=u,\ l$，则

$$k_u=\lambda_u-\gamma_u n_u-\sum_j k_{uj}n_u n_j+\sum_{jj'}k_{jj'u}n_j n_{j'}-\Delta n\,\frac{Ac^3\varepsilon(\boldsymbol{r})}{8\pi h\nu^3}\,g(\nu),\tag{5}$$

$$k_l=\lambda_l-\gamma_l n_l-\sum_j k_{lj}n_l n_j+\sum_{jj'}k_{jj'l}n_j n_{j'}+\Delta n\,\frac{Ac^3\varepsilon(\boldsymbol{r})}{8\pi h\nu^3}\,g(\nu),\tag{6}$$

式中

$$\Delta n=n_u-\frac{g_u}{g_l}\,n_l。\tag{7}$$

(5) 和 (6) 式中最末一项是受激发射和受激吸收的总贡献[5]，A 是激光上能级向激光下能级的自发辐射速率常数，c 是光速，g_u 和 g_l 分别为上、下激光能级的简并度，Δn 称为反转粒子数密度，$g(\nu)$是归一化线形因子。

由于激光模式的空间相干性，$\varepsilon(\boldsymbol{r})$在波长 λ 范围内有显著的差异。假如分子不扩散，则 n_u 和 n_l 也在波长范围内有显著差异。这就是空间烧孔效应[6]。可是分子扩散将促使空间烧孔被抹平。如果扩散速度之快达到能使空间烧孔几乎消失的程度，则可将基本方程(3)、(5)和(6)式大大简化。

现在假定，扩散很快，确能使空间烧孔消失，即在波长范围内 n_i 近乎相等，因而平动温度也必定近乎相等，并且

$$\overline{n_i(\boldsymbol{r},\ t)}^{\lambda}=n_i(\boldsymbol{r},\ t),\tag{8}$$

$$\overline{\Delta n(\boldsymbol{r},\ t)\,\varepsilon(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\Delta n(\boldsymbol{r},\ t)\,\overline{\varepsilon(\boldsymbol{r},\ t)}^{\lambda},\tag{9}$$

$$\overline{k_{ij}(T)}^{\lambda}=k_{ij}(T),\tag{10}$$

$$\overline{k_{jj'i}(T)}^{\lambda}=k_{jj'i}(T),\tag{11}$$

$$\overline{\boldsymbol{V}}_i^{\lambda}=\boldsymbol{V}_i。\tag{12}$$

只需 $n_i(\boldsymbol{r},\ t)$ 是 $\boldsymbol{r}$ 的足够光滑的函数就容易证明

$$\overline{\nabla n_i(\boldsymbol{r},\ t)}^{\lambda}=\nabla\overline{n_i(\boldsymbol{r},\ t)}^{\lambda}=\nabla n_i(\boldsymbol{r},\ t),\tag{13}$$

$$\overline{\nabla\cdot\boldsymbol{V}}^{\lambda}=\nabla\cdot\overline{\boldsymbol{V}}^{\lambda}=\nabla\cdot\boldsymbol{V},\tag{14}$$

$$\overline{\nabla\cdot(n_i\boldsymbol{V}_i)}^{\lambda}=\nabla\cdot\overline{(n_i\boldsymbol{V}_i)}^{\lambda}=\nabla\cdot(n_i\boldsymbol{V}_i)。\tag{15}$$

此外，显然，

$$\overline{\varepsilon(\boldsymbol{r})}^{\lambda}=\varepsilon_1(\boldsymbol{r})+\varepsilon_2(\boldsymbol{r})。\tag{16}$$

在(3)式的两边取几个波长大小范围内的平均，将(4)～(6)式代入，利用(8)～(16)式，并考虑到由于 n_i 近乎常数，故 λ_i、λ_l、λ_u 也在波长大小范围内近乎常数，此外，$\boldsymbol{V}$ 在整个激光腔内本来就近乎常向量，故得

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\boldsymbol{V}\cdot\nabla n_i=-n_i\nabla\cdot\boldsymbol{V}-\nabla\cdot(n_i\boldsymbol{V}_i)+\lambda_i-\gamma_i n_i-\sum_j k_{ij}n_{ij}+\sum_{jj'}k_{jj'i}n_j n_{j'},\quad (i\neq u,\ l)\tag{17}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t}+\boldsymbol{V}\cdot\nabla n_u=-n_u\nabla\cdot\boldsymbol{V}-\nabla\cdot(n_u\boldsymbol{V}_u)+\lambda_u-\gamma_u n_u-\sum_j k_{uj}n_u n_j+\sum_{jj'}k_{jj'u}n_j n_{j'}-\Delta n\frac{Ac^3[\varepsilon_1(\boldsymbol{r})+\varepsilon_2(\boldsymbol{r})]}{8\pi h\nu^3}g(\nu),\tag{18}$$

$$\frac{\partial n_l}{\partial t}+\boldsymbol{V}\cdot\nabla n_l=-n_l\nabla\cdot\boldsymbol{V}-\nabla\cdot(n_l\boldsymbol{V}_l)+\lambda_l-\gamma_l n_l-\sum_j k_{lj}n_l n_j+\sum_{jj'}k_{jj'l}n_j n_{j'}+\Delta n\frac{Ac^3[\varepsilon_1(\boldsymbol{r})+\varepsilon_2(\boldsymbol{r})]}{8\pi h\nu^3}g(\nu)。\tag{19}$$

显然，(17)式与(3)式完全一样；(18)式和(19)式与原方程的差别，仅在于作了置换(2)式。于是我们已经对一般的气体激光腔，包括流动气体激光腔证明了如下结论：如果扩散之快足以消除空间烧孔，则 Rigrod 光强迭加原则(2)式是成立的，因而简化形式的方程(17)、(18)和(19)式成立。

至于扩散速度要达到多快，才能使空间烧孔消除，这要视具体情况作分析。

对于联合二级系统，我们已经证明[7]，如果 $\tau_{D,\lambda/4,u}\ll\tau_{I,腹}$，则空间烧孔被消除，式中 $\tau_{D,\lambda/4,u}$ 指联合上能级能量扩散均方半径达 $\lambda/4$ 所需之时间，$\tau_{I,腹}$ 指波腹处的净受激发射寿命(包括受激吸收的负贡献在内)。并进一步得到如下更为具体的判据：在联合二能级系统中，当

$$\frac{A\lambda^3}{8\pi h}g(\nu)\varepsilon_{腹}\ll\frac{96D_u}{\lambda^2}\beta'\tag{20}$$

时，空间烧孔消除。式中，D_u 是"联合上能级"中各能级分子的扩散系数平均值

$$D_u=\sum_i D_i\varepsilon_i\nabla^2 n_i/\nabla^2 E_u,\tag{21}$$

其中

$$\beta'=(E_u/h\nu n_u)_{腹}。\tag{22}$$

而 ε_i、E_u 和 $\varepsilon_{腹}$ 分别是文献[7]中定义的第 i 能级的有效能量，联合上能级的总有效能量密度和波膜处的场能密度。如果"联合上能量"只涉及到一种分子的不同能级，则因为 D_i 与各能级近乎无关，因而 $D_u=D_1=D_2=\cdots$。

三、CO_2-N_2-H_2O 系统的情况

在这种系统中，N_2 的含量远远超过 CO_2 和 H_2O，特别是 H_2O 的含量甚微。对这种系统，人们在计算功率时往往采用三振型模型[2]或更精确的模型。然而为了判明光强迭加原则是否适用，则用二振型模型即可。使用判据之后，再用三振型模型或原来更精确的输运方程来计算功率和场分布。二振型模型也即联合二能级系统。在这种系统中，假定 $CO_2(00\nu_3)$ 和 $N_2(v)$ 处于平衡状态，共用一个振动温度 T_3，而各分子的转动态则与平动态随时平衡于温度 T。CO_2 的 ν_3 振型的各激发态和 N_2 的 $v=1,\ 2,\ \cdots$各振动能级构成联合上能级，故

$$E_u=h\nu\left[\frac{n_{CO_2}}{e^{h\nu_3/kT_3}-1}+\frac{n_{N_2}}{e^{h\nu_{N_2}/kT_3}-1}\right],\tag{23}$$

式中，n_{CO_2} 和 n_{N_2} 分别为 CO_2 和 N_2 的分子数密度，ν 为激光频率，ν_{N_2} 为 N_2 的振动频率。因为 $\nu_3 \simeq \nu_{N_2}$，所以

$$E_u = \frac{h\nu n_{CO_2}}{\psi\left[e^{h\nu_3/kT_3}-1\right]}, \tag{24}$$

式中，ψ 为 CO_2 的克分子分数。

对 CO_2 的 $P(20)$ 支跃迁，有[8]

$$n_u \simeq N_{001}^{(\nu)} \frac{45.6}{T} e^{-234/T}, \tag{25}$$

式中，$N_{001}^{(\nu)}$ 为 CO_2 的(001)能级的粒子数密度，其表示式为

$$N_{001}^{(\nu)} \simeq n_{CO_2} e^{-h\nu_3/kT_3}\left(1-e^{-h\nu_3/kT_3}\right)。 \tag{26}$$

令

$$\beta'' = \frac{Te^{h\nu/kT}}{45.6\psi}。 \tag{27}$$

将(24)、(25)和(26)式代入(22)式，求出 β'，立即可知 $\beta' > \beta''$（但仍保持 $\beta' \sim \beta''$），所以，下面的不等式是输运方程中可用光强迭加原则的充分条件

$$\frac{A\lambda^3 \varepsilon_{腔}}{384\pi^2 h \Delta\nu_H} \ll \frac{\beta'' D_u}{\lambda^2}。 \tag{28}$$

四、典型情况分析及一般结论

本节我们将对文献[2]所计算的典型情况进行具体分析，并由此引出一般性结论。

1. 基本数据

流速 V 为 1.6×10^5 cm/sec;

成份(重量比)为 CO_2 8%, N_2 91%, H_2O 1%;

压力 P 为 0.048 atm;

温度 T 为 300 K;

波长 λ 为 1.0×10^{-3} cm($P(20)$支);

激光上能级自发辐射系数 A 为 $\frac{1}{4.7}$ sec^{-1};

碰撞截面分别为 $\sigma_{CO_2-CO_2}=13\times10^{-15}$ cm^2, $\sigma_{N_2-N_2}=4.4\times10^{-15}$ cm^2, $\sigma_{CO_2-N_2}=8.7\times10^{-15}$ cm^2, $\sigma_{N_2-H_2O}=1\times10^{-15}$ cm^2, $\sigma_{CO_2-H_2O}=3.6\times10^{-15}$ cm^2;

能量密度 $\varepsilon_{腔}\sim0.6$ erg/cm^3;

镜长分别为 $l_1=8.9$ cm, $l_2=5.6$ cm。

2. 计算结果

$$\Delta\nu_H = N\sqrt{T}\sum_i \frac{\alpha_i\sigma_i}{\pi}\sqrt{\frac{8k}{\pi}\left(\frac{1}{m_{CO_2}}+\frac{1}{m_i}\right)} = 2\times10^8\,\text{sec}^{-1},$$

式中[9]，N 为总分子数密度，α_i、σ_i 和 m_i 分别为各组分的克分子分数，与 CO_2 分子的碰撞截面和分子质量，$i=1, 2, 3$ 分别为 CO_2、N_2 和 H_2O。所以

$$\frac{A\lambda^3\varepsilon_{\text{腔}}}{384\pi^3 h\Delta\nu_{H}}\simeq 2.6\times 10^4\,\text{sec}^{-1}。\tag{29}$$

由(21)式得

$$D_u=\nabla^2(D_{CO_2}E_{u\,CO_2}+D_{N_2}E_{u\,N_2})/\nabla^2 E_u,\tag{30}$$

式中，D_{CO_2} 和 D_{N_2} 分别为 CO_2 和 N_2 分子的扩散系数，它们与振转态近似无关，$E_{u\,CO_2}$ 和 $E_{u\,N_2}$ 分别为贮存在 CO_2 振动激发能级和 N_2 振动激发能级中的能量密度，其中主要贡献实际来自 $CO_2(001)$ 和 $N_2(1)$。将 $E_{u\,CO_2}=\psi E_{u\,N_2}/(1-\psi)$ 代入(30)式可得

$$D_u=\psi D_{CO_2}+(1-\psi)D_{N_2}。\tag{31}$$

而第 j 种分子扩散系数近似为

$$D_j\sim\frac{\overline{v}^2}{2\Theta}=\frac{4\sqrt{kT}/\pi m_j}{N\sum_i \alpha_i\sigma_i\sqrt{\frac{8}{\pi}\left(\frac{1}{m_i}+\frac{1}{m_j}\right)}},\tag{32}$$

式中，Θ 为第 j 分子与其它分子的碰撞频率。从(32)式得 $D_{CO_2}\sim 1.36\,\text{cm}^2\cdot\text{sec}^{-1}$，$D_{N_2}\sim 3.26\,\text{cm}^2\cdot\text{sec}^{-1}$。又 $\psi=0.052$，故得 $D_u\sim 3.1\text{cm}^2\,\text{sec}^{-1}$；$\beta''=27.6$，故得

$$\frac{D_u\beta''}{\lambda^2}\simeq 0.86\times 10^9\,\text{sec}^{-1}。\tag{33}$$

从(29)式和(33)式可见，条件(28)式显然是满足的。

3. 结论

从本节所讨论的具体例子来看，(28)式的两边相差五个数量级，这表明即使参数发生较大的变化，(28)式还能满足，这就是说，一般情况下，在连续波 CO_2 激光器中，把 $\varepsilon(\boldsymbol{r})$ 当作是 $\varepsilon_1(\boldsymbol{r})+\varepsilon_2(\boldsymbol{r})$ 是可以的；对其它气体激光器，即使联合二能级模型不能采用，也可以相信，这样的近似(我们称之为 Rigrod 光强迭加原则)还是常常适用的。当然，这里消除的只是由于模式相迭加时的干涉效应带来的空间烧孔效应，在实际的激光器中，还有其它类型的空间烧孔效应，所牵涉到的需要依靠气体扩散来“抹平”的空间尺度不是本文所讨论的“尺度”，这些空间烧孔效应在某些情况下存在，则是大家所熟知的事实，只是这种效应并不影响光强迭加原则的可适用性。

感谢谈镐生教授和周光地教授的指导及傅裕寿、严海星和徐纪华同志的宝贵意见。

参 考 文 献

[1] W. W. Rigrod; *J. A. P.*, 1965, **36**, No. 8 (Aug), 2487.
[2] D. B. Rensch *et al.*; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 11 (Nov), 2546.
[3] 朱如曾;《力学学报》, 1982 (待发表)
[4] J. O. Hirschfelder *et al.*; «*Molecular Theory of Gases and Liquids*», (New York, 1954).
[5] 朱如曾，封开印编译，谈镐生审校;《激光物理》,(国防工业出版社, 1975), 27.
[6] M. Sargent III *et al.*; «*Laser Physics*».
[7] 朱如曾;《激光》, 1982, **9**, No. 3 (Mar), 135.
[8] J. D. Anderson Jr.; *AIAA J.*, 1970, **8**, No. 3, 545.
[9] J. D. Anderson; AD-718805 (1970).

Physical foundation of light intensity superposition in gas laser cavities

ZHU RUZENG
(*Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing*)

(Received 6 April 1981, revised 27 December 1981)

Abstract

In this paper, the general case of gas laser cavities is shown when the diffusion of molecules is so fast that the spatial holes burned are almost washed out, and the light intensity superposition can be used in the stimulated emission terms and stimulated absorption terms. Thus the physical foundation of the light intensity superposition is laid by virtue of the concrete analysis of a CO_2–N_2–H_2O system, it is pointed out that except some particular cases, the light intensity superposition can always be used to calculate the field distributions and power outputs for general CW gas laser.

光学薄膜首届学术交流会及专业委员会成立大会在北京召开

中国光学学会于1982年1月4日至8日在北京召开首届光学薄膜学术交流会，会上同时宣布正式成立光学薄膜专业委员会。出席这次学术交流会的有来自中国科学院、高等院校等系统23个省市和地区共130余位代表，其中大多数都是我国长期从事光学薄膜工作的专家、学者和各类工程技术人员。这是我国建国以来光学薄膜学术界最大的一次盛会。

出席大会开幕式的有中国光学学会副理事长张连华、赖琮瑜和北京工业学院副院长丁儆等同志，会上由中国科学院长春光学精密机械研究所袁幼心副教授作了题为"我国光学薄膜的现状与展望"的报告。报告回顾我国光学薄膜事业发展的历史，以大量的事实说明了光学薄膜技术密切配合了我国国民经济和国防应用的许多重大项目，它在空间技术、红外技术、激光技术以及各种光学仪器和光学工程中正受到日益广泛的应用。目前，光学薄膜已发展为一门学科领域，是现代光学的一个重要分支。我国研制的光学薄膜，有些已达到或接近国际先进水平，从事光学薄膜工作的人员有3000～5000人，这是一支已具有相当水平和相当规模的光学队伍。

送交这次会议的论文报告共99篇，安排在大会报告的有24篇，在小会报告的有39篇，共63篇，其中属于薄膜理论与膜系设计的4篇，占6%，薄膜应用与工艺的41篇，占65%，薄膜控制与测试技术的16篇，占25%。这些报告集中反映了我国近年来薄膜研究工作的进展，有些工作具有我国自己的特色，达到了相当高的水平。与过去我国历次的薄膜学术交流会相比，这次交流会表明了我国近年来薄膜控制与测试技术的工作比重有了增加，这说明我国的薄膜研究工作正开始转向深入，但是薄膜理论方面的工作仍较薄弱。

会议期间正式成立了由30名委员组成的光学薄膜专业委员会。经过协商，推选了袁幼心为主任，林永昌、毛书正为副主任，这届专业委员会挂靠在北京工业学院。

（苏锴隆）