

云纹投影法的工作原理见图 2。格栅 G 通过透镜 L_1 透影至物体上, 形成试件栅。在距透镜 L_1 距离 l 位置经透镜 L_2 得到与参考栅共同产生的 Moiré 等高线图。其中:

$$h_n = b(b-f)N_i / \{f l - (b-f)N_i\} \quad (2)$$

式中, N 为云纹级数; f 为透镜的焦点距离; b 为透镜至物体基准点的距离; l 为格栅的节距; 其它符号见图 2。

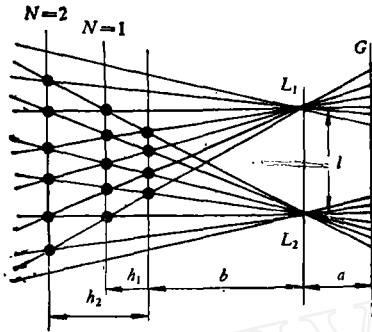


图 2 云纹投影法原理简图

在对人体检验中我们特别介绍对脊柱的检验。儿童与少年时期的骨骼内有机物含量超过 1/3, 因而骨质柔韧、硬度小、弹性大。由于长期不注意坐、立、走的正确姿势, 骨骼会发生变形, 使脊柱向一侧弯曲; 致使内脏受到压迫, 影响健康。由于国内尚无一种简便的检验人体各部表面形状的专用设备, 而 X 光射线对人体有害, 因此缺少科学记录的手段, 使许多脊柱弯曲症状得不到及时发现或用照片科学而真实的记载。我们曾对人体表面进行过初步试验。图 3 是我们对一名小学二年级的男生朱 × × (8 岁), 实



图 3 Moiré 等高线检验人体脊柱实例

际拍摄的背部 Moiré 等高线照片。从照片中可明显的看出, 在正常姿势, 背、肩部等高线不对称, 发现异常。

Moiré 等高线不仅对检查脊柱侧弯, 而且在其它方面的应用也是很有意义的^[2-4], 是一项值得重视的工作。

参 考 文 献

- [1] Taksaki, H., *Appl. Opt.*, 9(6) (1970), 1467—1472.
- [2] Meadows, D. M., Johnson, W. O. and Allen, J. B., *Appl. Opt.*, 9 (4) (1970), 942—947.
- [3] 铃木正根等, モアレット*グラフィ計測法, 富士写真光機株式会社.
- [4] Chiang, F. P., *Experimental Mechanics*, August (1979), 290—308.

(本文于 1981 年 1 月 17 日收到)

刚体转动表示定理的初等证明

王克仁

(中国科学院力学研究所)

在微极连续统力学中, 质点不但可以移动, 而且可以象刚体那样转动^[1]。刚体绕定点的转动可以用一正交张量 x^k_i 来表示。 x^k_i 满足如下条件:

$$g_{kl}x^k_m x^l_n = g_{mn} \quad (1)$$

$$\det(x^k_i) = 1 \quad (2)$$

这里 g_{kl} 是度量张量, $\det(x^k_i)$ 是 x^k_i 的行列式(根据式(1)可知, $\det(x^k_i) = \pm 1$)。

在文献[1]中, Eringen 证明, x^k_i 可以用向量 φ_k 来表示:

$$x^k_i = \cos\theta \cdot \delta^k_i - \sin\theta \varepsilon^k_{lm} N^m + (1 - \cos\theta) N^k N_i \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \theta &= \sqrt{\varphi_k \varphi^k} \\ N_k &= \varphi_k / \theta \end{aligned} \quad (4)$$

文献[1]的证明较繁, 下面给出这个表示定理的一个初等的、比较简单的证明。

首先命 φ^k 为下列齐次方程的某一非零解:

$$\varphi^k = x^k_i \varphi^i$$

$$\text{或} \quad (\delta_i^k - x_i^k) \varphi^k = 0 \quad (5)$$

φ^k 是刚体运动的转轴, 在运动中保持不动的。

由于 $\det(\delta_i^k - x_i^k) = 0$, 从而式(5)是确有非零解的。我们另取一正交坐标系 (k') , 它对坐标系 (k) 的变换系数为 $A_{k'}^k$ 和 $A_k^{k'}$ 。在坐标系 (k') 下, 我们要求

$$N^{k'} = A_{k'}^k N^k = \delta_i^{k'} \quad (6)$$

$$\text{也就是说,} \quad N^k = A_k^{k'} N^{k'} = A_k^{k'} \quad (7)$$

式(5)在新坐标系 (k') 下有: $\varphi^{k'} = x_i^{k'} \varphi^{i'}$

$$\text{从而} \quad x_i^{k'} = \delta_i^{k'} \quad (8)$$

$$\text{同时可得} \quad x_i^{j'} = \delta_i^{j'} \quad (9)$$

式(1)和式(2)在新坐标系下成为

$$\delta_{k'l'} x_i^{k'} x_j^{l'} = \delta_{m'n'}, \quad \det(x_i^{k'}) = 1$$

从而有

$$\left. \begin{aligned} x_i^{2'} \cdot x_i^{2'} + x_i^{3'} \cdot x_i^{3'} &= 1 \\ x_i^{2'} \cdot x_i^{3'} + x_i^{3'} \cdot x_i^{2'} &= 0 \\ x_i^{2'} \cdot x_i^{3'} - x_i^{3'} \cdot x_i^{2'} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

容易验证, 式(10)的解可以是

$$\left. \begin{aligned} x_i^{2'} &= x_i^{3'} = \cos \theta \\ x_i^{3'} &= x_i^{2'} = \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这样, $x_i^{k'}$ 的全分量均确定了, 从而 x_i^k 可以通过简单的坐标变换公式得到:

$$x_i^k = x_i^{k'} \cdot A_{k'}^k$$

$$= \cos \theta \cdot \delta_i^k - \sin \theta (A_2^k A_1^{k'} - A_3^k A_1^{k'}) + (1 - \cos \theta) A_2^k A_1^{k'} \quad (12)$$

$$\text{由} \quad A_{i'}^k A_i^{k'} = \delta_i^{k'} \quad (13)$$

$$\text{可得} \quad A_2^k A_1^{k'} - A_3^k A_1^{k'} = \epsilon^{kin} \det(A_{i'}^k) A_n^{k'} \quad (14)$$

其中 ϵ^{kin} 为置换符号:

$$\epsilon^{kin} = \begin{cases} 1 & kjn \text{ 为 } (1, 2, 3) \text{ 的偶置换} \\ -1 & kjn \text{ 为 } (1, 2, 3) \text{ 的奇置换} \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases} \quad (15)$$

$$\text{考虑到} \quad A_{k'}^k = \delta^{k'n'} A_n^{k'} g_{nk} \quad (16)$$

可得

$$A_2^k A_1^{k'} - A_3^k A_1^{k'} = \epsilon^{kin} \det(A_{i'}^k) A_n^{k'} g_{nk} g_{il} \quad (17)$$

$$\text{命} \quad \epsilon^{kin} = \epsilon^{kin} \det(A_{i'}^k) \quad (18)$$

不难看出, ϵ^{kin} 是绝对张量。式(7)、(17)和(18)代入式(12), 即有

$$x_i^k = \cos \theta \cdot \delta_i^k - \sin \theta \cdot \epsilon^{kin} N^m g_{mn} g_{il} + (1 - \cos \theta) N^k N_l \quad (19)$$

$$\text{注意到} \quad \epsilon^{kin} g_{mn} g_{il} = \epsilon^k_{lm} \quad (20)$$

即得欲证明的式(3)。

参 考 文 献

[1] Eringen, A. C., Foundations of Micropolar Thermoelasticity, Springer-Verlag, N. Y. (1970), 15-17.

(本文于1980年8月20日收到)

(上接第80页)

“国防部电子设备可靠性顾问团”简称“AGREE”。1957年, 该顾问团发表了“军用电子设备的可靠性”的重要报告, 这是可靠性研究的一份奠基报告, 其主要精神和方法一直沿用至今。

国内现在对于可靠性理论的研究还处于开始阶段, 为了普及宣传这方面的知识, 上海力学学会断裂力学专业组在1980年9月举办了一次“可靠性理论及其在机械工程中的应用”讲座, 内容包括: 可靠性理论的概念、内容和方法; 可靠性设计和选材的方法; 概率断裂力学(可靠性理论在断裂力学中的应用); 可

靠性在疲劳强度和疲劳寿命估计中的应用; 可靠性试验。

凌树森

高燃料效率飞机

美国麦克唐纳·格拉斯公司生产的 DC-9 Super 80 型飞机是适用于八十年代需要的一种新型飞机。这种飞机目前已投入航班飞行, 航程达 1600 海里的喷气客机相比, 燃料效率高 20%, 与普通的喷气客机比较, 其效率提高 40%。

这种飞机起飞时, 机场周围的强噪音区面积只是同类飞机的五分之一, 给机场附近居民带来了安静的环境。

Super 80 型飞机装有现代化的数字飞行制导系统。这种数字飞行制导系统把九种飞行控制子系统合并成两个数字计算机, 简化了操作手续。制导系统都能自动完成, 还能完成更精确的自动着陆控制工作。因此, 能符合恶劣天气飞行条件的要求。

碧涛

据 American Industrial Report, 44(1980).