

- [3] Larson, A.R. (1974), Calculations of Laser-Induced Spall in aluminum targets, AEC Rep.LA-5619-MS.
- [4] Hoffman, C.G. (1974), *J. Appl. Phys.*, 45: 2125. 又见 Some effects of laser irradiation on aluminum, AEC Rep.LA-6189-MS(1976).
- [5] Pirri, A.N. (1973), *Phys. Fluids*, 16: 1435.
- [6] Yabe, T., Niu, K. (1979), A model for super-compression of a structured slab (1979年日本流体力学访华代表团专题报告讲稿).
- [7] Mclean, T.P. (1977), Linear and non-linear optics of condensed matter, Interaction of Radiation with condensed matter, International Atomic Energy Agency, Vienna.
- [8] T.J.M. 博伊德, J.J. 桑德森著, 戴世强、陆志云译(1977); 等离子体动力学.
- [9] 赖群(1978), 破坏机理国外研究动态, 国外激光 1: 1
- [10] B.J. 金兹堡著, 钱善楷译(1978), 电磁波在等离子体中的传播.
- [11] Bekefi, G. (1966), Radiation Processes in Plasmas.
- [12] Bloch, F. (1934), The molecular theory of magnetism (Molekulartheorie des Magnetismus), Handbuch der Radiologie, 2nd edition, b (II) Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig: 375—484.
- [13] Басов, H.T. (1968), *ЖТФ*, 38: 1973.
- [14] 赵伊君(1976), 强激光脉冲辐射金属材料时产生高压效应的估计, 国防科技大学学报, 3.

复合材料的力学问题*

中国科学院力学研究所 程屏芬

目前, 复合材料在现代技术的各个部门得到了越来越广泛的应用。复合材料有很大的潜力, 这不仅是因为它的比力学性能高, 而且是因为可根据结构应力状态和作用在结构上的载荷特性, 用改变增强纤维排列的方法得到合乎需要的材料。复合材料的力学问题, 不仅很重要而且很复杂。复合材料理论不仅对确定结构的应力-应变状态, 而且对材料和结构设计的优化都是非常需要的。

研究复合材料的变形和强度性质, 存在着二个方向: (1) 唯象学方向, 它采用各异性材料的力学理论, 并在实验的基础上确定材料常数; (2) 以结构考虑为基础的结构学方向, 这是把复合材料特性和它的组分的力学特性联系起来, 这样, 按照复合材料组分的力学性质(如弹性、粘弹性、塑性等), 可预计复合材料的性质。对规则的增强材料, 各位作者所得的结果彼此比较接近〔1〕, 其结果与试验相吻合, 所以可在实际计算

* 1981年5月5日收到。

中采用。

断裂力学问题 把适合高强度材料的断裂力学搬到复合材料中来，把复合材料当作各向异性材料，这种做法引起了异议。因为第一，在复合材料中裂纹不是平坦地平行地沿原始方向扩展。所以断裂力学的基本假设在这种情况下不适用。第二，在复合材料的断裂中，体积断裂过程具有重要意义。材料的某些损伤区很可能出现在主裂纹扩展之前，所以采用裂纹扩展的单参数模型是值得怀疑的。

复合材料的断裂力学问题，必须考虑不均匀性和各向异性。复合材料产生裂纹，与金属一样，通常总是从内部的小缺陷开始，但是断裂类型却是各式各样的：有纤维断裂，基体开裂，界面破坏，或者是这些因素的综合。在分析模型中，要考虑所有可能的断裂机理，是很困难的问题，也不符合用简单方法来描述外力作用下复合材料的反应这样一个断裂力学的基本目的。因此应根据具体情况，采用不同的模型来进行研究。断裂力学目前研究下列问题：(1)为金属制定的试验方法，像挠度测量，临界应力集中系数可否用于描述复合材料的断裂韧性？(2)可否改变断裂力学的基本方程，使之适合于考虑不均匀性和各向异性材料？(3)裂纹的初始几何形状，加载特性，载荷分布等等如何影响裂纹的扩展过程？(4)发展预计复合材料性能的方法需要什么样的理论和实验研究？文献

[2]中详细地讨论了挠度法，变形能密度准则，以及均匀各向异性模型和非均匀各向同性模型，讨论了斜交铺层复合材料层板的断裂模型，对玻璃钢的研究表明，斜交铺层的复合材料，当纤维铺设交角小时 ($15^\circ < |\beta| < 30^\circ$ ， β 角见图1)，在层内产生破坏之前，先出现层间开裂。当铺设角大时 ($45^\circ < |\beta| < 90^\circ$) 层内形成裂纹是破坏的主要形式，而对每一层都可当作单向复合材料来研究。对层内和层间所形成的裂纹进行分析表明，在铺设角变化时，这二种断裂形式是可以彼此转化的，所以在材料的最终断裂中，不易区分二种断裂形式中哪种是主要的。

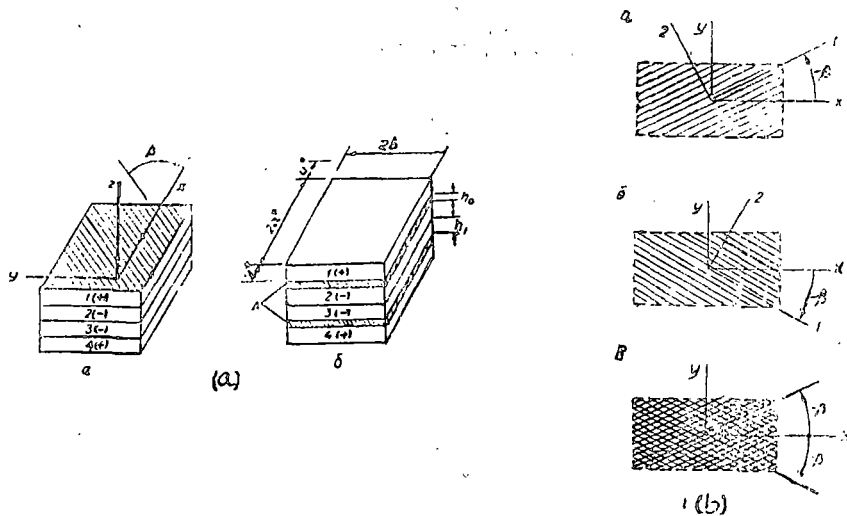


图1 (a) 四层复合材料，a为理想化模型，
b为1—4层有粘着层的模型

(b) 纤维方向，a为1和4(+)层，
b为2和3(-)层，B为1, 2, 3和4层

弄清楚直到破坏不产生明显分层的条件是很重要的。要重视纤维与基体界面的分析模型。应该确立粘着和粘着力破坏的条件，并结合复合材料组分的基本性质来进行研究，有关这部分的详细资料见文献[2]。

体积断裂 在固体中研究断裂过程，一开始就有二种基本假设。一种把断裂看作是最危险的缺陷（微裂纹）通过没有损伤的材料的增长，引入了线性断裂力学的关系；另一种假设与积累损伤的概念有关，并且一开始可能就存在缺陷，见文献[3,4]。

需要指出，在断裂过程中有一种与古典强度计算不同的重要计算特点，是在断裂过程中引入某个长度量纲的参数。在材料中总可以划分一些基本组织单元，它们在断裂过程中起决定作用，例如在金属中，它们是晶体，在复合材料中它们是二相单元之间的距离（例如增强纤维的间距）等等。因此很明显，在复合材料中，要引入典型的尺寸，来表征沿各向异性的不同方向（例如沿纤维和垂直纤维）的断裂过程。

文献[4]中指出，体积断裂阶段是所有材料固有的，但已有的研究表明，材料越是多相，则体积断裂越发展，因而研究复合材料的体积断裂，不仅具有实际的价值，而且对研究固体断裂过程也是一种方法学的问题。

在现代断裂过程中，不仅采用几率方法，而且采用动理学（кинетика）方法来解决。几率方法常常推测材料的不均匀性，而动理学的方法则出现在研究损伤的文献内，以及用在固体断裂的热涨落理论中。文献[5,6]给出了复合材料断裂的第一种统计模型。在文献[5]中，复合材料模拟成链的形式。链的环由一束临界长度的纤维组成。应用把链的强度和链的各个单元的强度联起来的几率关系式，估计了在各层中缺陷累积的几率和复合材料的强度。在文献[6]中，引入了在断裂纤维旁的相邻纤维中应力集中的计算，和考虑到在纤维旁的另一组纤维断裂时，所形成的缺陷位置上断裂的连续性，文献[7]研究了单向复合材料断裂的最简单的动理学模型。在文献[8]中给出了在复合材料中不考虑一个单元的断裂对另一单元断裂的影响时，损伤积累的近似计算，并指出，复合材料断裂问题的最普遍的方法是建立在采用动理学模型的基础上，此法使得在一个模型范围内，考虑固体实际断裂的所有要素有了可能。这就是考虑不稳定的加载过程，时间上延迟的断裂，损伤累积，以及损伤汇合成主裂纹和主裂纹的扩展等等。文献[9,10]提出了在蠕变条件下方向性聚合物断裂的动理学统计模型。这个模型是建立在用具有组织单元特性尺寸的离散模型代替连续介质模型的基础上，假设物体是由离散的但又互相联系的单元综合而成。文章[10]在此模型的基础上，研究了从出现微裂纹到整个试件完全断裂的全部过程。指出了在模型计算中引入不均匀性的必要性。差不多所有的与积累损伤有关的过程都定性地与蠕变曲线相似，例如在循环载荷下弹性模量的改变，以及在常载荷下，亚微裂纹的累积，自由原子团堆积，声发射的积分值等等。这些事实最简单的解释是：在加载开始时，薄弱的联系很快地断裂，此后过程变慢了，并且进一步产生了或多或少的损伤的均匀堆积。文献[10]中引入二个联系的概念，即基本联系（例原子的）和复杂的联系。复杂的联系由大量基本联系组成，例如多晶体的晶粒之间的联系由原子联系综合而成。并且假设基本联系只处在二个状态：不断裂或者断裂，它的损伤度用0或1来表征。而复杂联系有可能局部破坏，并且它的损伤度在0—1之间变化。

在载荷不随时间而变时，基本联系的断裂几率，用类似于放射衰变的公式来描述：

$$W(t) = 1 - \exp(-t/\tau) \quad (1-1)$$

这里 τ 为到断裂时,时间的平均值。

复杂联系的断裂,由单独的断裂行为综合而成,所以联系断裂的几率可以用试件整体断裂的关系式来描述,为了描述在定常载荷下试件断裂的几率,常常采用韦勃分布:

$$W(t) = 1 - \exp\{-[t - (\mu/s)]^\eta\} \quad (1-2)$$

这里 μ, η, s 为分布参数。

到基本联系断裂的平均时间 τ ,根据动理学可描述为

$$\tau = \tau_0 \exp\left[\frac{(U_0 - \gamma\sigma)}{(KT)}\right] \quad (1-3)$$

这里 τ_0 为原子振动周期, U_0 为基本联系断裂的激活能, γ 为过应力系数, σ 为作用在联系上的平均应力。

文中对模型做了一些简化:(1)从实验数据中得出缺陷形状对应力集中值 ϕ , ($\phi = \sigma/\sigma_0$)的影响较小,故可把任意尺寸的缺陷都当作椭圆或圆形的平面裂纹,并且按照相应的公式计算在断裂单元团旁临近单元的应力集中。(2)模型中采用了与(1-1)相符的联系断裂几率,即断裂几率类似于放射物质衰变公式。并且运用过应力系数 γ 的分配密度 ψ ,引入组织的不均匀性。给出了具有过应力系数 γ 这样具体情况的单元的断裂几率,并假设与单元加载历史无关。这些简化使进行最终计算有了可能,文中以卡普龙为例给出了算例。

文献[11]着重讨论了在纤维中缺陷产生和合并的动理学。与文献[5,6]一样,研究了在纤维方向的拉伸载荷作用下的单向复合材料。研究了纤维材料。研究了固定外载作用下,缺陷的产生和增加的动理学。和其它模型一样,认为纤维承受拉伸载荷,而基体则借助于剪力传递过应力到缺陷周围未断裂的纤维上去。并且在计算应力时,认为纤维是弹性的,而基体是弹塑性的[12]。对纤维断裂的时间效应,引入了持久强度对时间的关系。但缺陷周围基体蠕变时,要产生应力再分配,而文中却忽略了由这种应力再分配过程所引起的时间效应,这种效应是应该补充考虑的。

文献[11]谈到了强度的统计特性和复合材料组织单元的耐久性。单向复合材料的组织单元具有与纤维差不多的横向尺寸和约是纤维10倍的纵向尺寸。文献[5]中推荐用外推长纤维强度测量的方法得到这种长度纤维的短时强度特性。最简单的外推是建立在一个假设上,即长度为 L 的纤维的强度分布由韦勃分布决定:

$$F(\sigma, L) = 1 - \exp(-L\alpha\sigma^\beta) \quad (1-4)$$

这里 α 和 β 是分布参数。把纤维长度 L 分成 N 段, $L = N\Delta L$,长为 ΔL 的纤维,其强度分布可表示为

$$F(\sigma, \Delta L) = 1 - \exp(-\Delta L\alpha\sigma^\beta)$$

纤维耐久性强度试验结果,可以用二重韦勃统计分布来描述:

$$F(\sigma, t, L) = 1 - \exp(-L\alpha t^\gamma \sigma^\beta) \quad (1-5)$$

这里 t, σ, L 为无量纲的时间,应力和纤维长度。

对长度为 ΔL 的纤维段,断裂几率的分布用这种方法可以得到: $F(\sigma, t, \Delta L) = 1 - \exp(-\Delta L\alpha t^\gamma \sigma^\beta)$ 。对长度为 L 的纤维具耐久性 \tilde{t} 与应力 σ 之间的关系,根据

(1-5) 可用下列形式表达:

$$\sigma \approx (\alpha L)^{-1/\beta} \sim -\gamma/\beta$$

所以分布参数 α , β , γ 可由各种尺寸的纤维的耐久性试验中得到。

但是因为外推韦勃分布到长度较短的纤维段上不一定合理, 因此确定单元的统计参数的这种程序可能给出不可靠的结果。大家知道, 纤维的强度性质随着在大气条件下保存而有明显的改变, 同样地随与粘结剂的接触而变。所以复合材料组织单元的强度性质的分布参数, 应该按照它的持久强度的试验和从在断裂过程中的缺陷累积的记录来确定。

从以上可以看出, 断裂的统计分析, 目前仅限于最简单的拉伸-压缩情况。

长久以来, 损伤概念与在材料中缺陷的任何具体类型没有联系, 因为记录在材料中产生损伤时缺乏灵敏的办法。目前, x 光衍射法, 红外线分光镜, 电子显微镜和声发射是研究损伤(微观缺陷形成和累积的过程)的最普遍的方法。在小角度下的 x 光衍射法可记录方向性聚合物中亚微观裂纹的密度和方向。亚微观裂纹尺寸在 100—5000Å 范围内变动。用这个方法不能确定大缺陷, 因为对于材料的大缺陷, 小角度 x 光衍射法通常不正确。声发射的测量是在出现微观断裂的瞬间, 发现微观断裂的常用方法。虽然目前, 声发射的声音与损伤的具体类型的对照并不理想, 但是至少它能给出材料中损伤积累的动力学的丰富的信息。图 2 表明, 在玻璃钢拉伸时, 声发射和加载的关系。资料表明, 在不同应力条件下, 从一开始加载, 就产生断裂, 并且在常载下断裂能够继续发生。证明在玻璃钢中形成的基本断裂和微观裂纹的脉冲堆积速度, 是按指数规律随载荷的增加而增长。观察首次和重复加载时的声发射是很有趣的。这种试验结果(图 3)指出, 在加载和重复加载到某值时, 如果后一个加载值没有超过前一个加载值, 则所研究试样的发射强度随每个循环而剧烈减小(曲线 2, 3); 在相反情况下, 声发射根据在第一次加载时的某规律增长(曲线 4), 其它一系列发现损伤的方法, 是建立在损伤材料的平均物理-力学特性的测量以及把它们与原始材料特性相比较的基础上。这样的资料在文献 [4, 14—20] 中给出, 文献 [16] 中谈到了苏联拉脱维亚科学院聚合物力学研究所进行的一些研究。

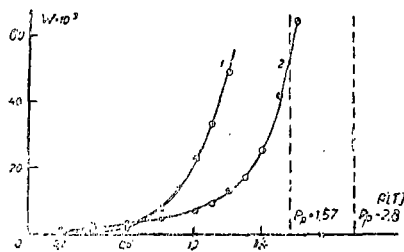


图 2 玻璃钢中声发射与加载值的关系 1 为沿结点; 2 为沿基体。P_D 为断裂载荷。

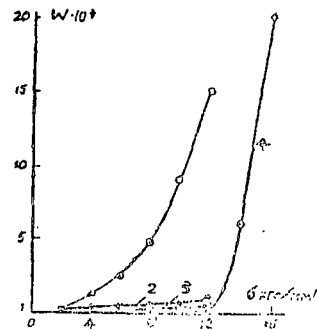


图 3 在一次加载(1)和重复加载(2—4)时的声发射

在一定条件下，由物理和力学性质的组织制约性，得到了对诊断物理特性、组织参数和力学性质指标之间关系的信息，即 Π 和 $\Phi = \varphi(s; K; T)$ ， Π 和 $s = \varphi(\Phi, K; T)$ 。这里 Π 为强度或者刚性的指标； Φ 为物理特性（超声振动的速度，热传导性，热活动性、透光系数、电容率及其它）； s 为组织参数（纤维体积百分比，沿铺设方向纤维的分布系数，多孔性，层间联系参数及其它）； K 为组分特性（组分的刚性和强度指标，粘结剂的特性，纤维的类型和性能特性及其它）； T 为工艺特性（在缠绕时纤维的拉伸程度，压缩程度，聚合的温度规范及其它）。可见为了提高诊断的可靠性，成品的无损检验的物理方法必须与组分性质和某些工艺参数的工艺操作检查结合起来。

文献[19]研究了人工时效过程中，玻璃钢的强度和物理特性之间的关系。得出差不多所有物理特性都能给出强度变化的信息。

特别要提到像文献[20]所述那样，采用热活动性（гепловая активность）能诊断材料强度和确定材料的组织变化。热活动性是一个综合的热物理特性，它考虑到热传导性，热容量和材料密度。被检查材料深处的热流不断地与标准的热流相比较。沿着零件厚度存在着组织不均匀时，以及有分层，脱胶，垂直于热流的裂纹等缺陷时，热流差 Δg -时间 τ 图可以显示出这些缺陷。这些关系的分析，不仅可以知道存在不均匀夹杂，而且可以知道它的尺寸和所在深度。图4就是热流差和时间 τ 的图。

复杂应力状态的强度面 变形和强度性质是决定新的复合材料的前景和采用范围的基本性质。而结合复合材料的组织，估计复杂应力状态对复合材料强度的影响，实际上是复合材料强度计算中最重要的问题。在复杂应力状态，产生了在应力空间最好地描述复合材料的安全区域的问题。在主应力平面上（一般情况下是六维应力空间中的面）通过实验点引入二次曲线，是最常用的方法。因为对平面应力状态，五个点就能充分确定一个椭圆，所以有五个强度试验值对建立整个强度曲线（椭圆）是足够的了，但是这方法经常令人不满意；因为在确定一个实验点时（例如在剪切时），一个不大的误差就会引起整个强度曲线的大的误差。

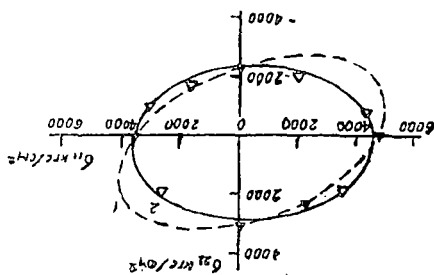


图5 用二次曲线近似的玻璃钢强度面

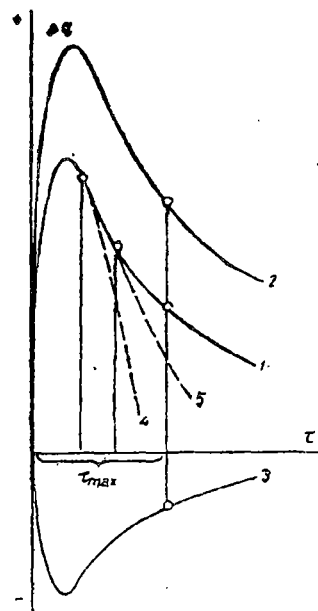


图4 热流差与时间的关系图
1, 3分布微孔时；4, 5
存在分层类型缺陷时

文献[21—24]中，提出了在大量实验数据的基础上，用最小二乘法来近似强度面。在这种情况下，实验点的数量应该大于强度面的独立分量。用所述方法得到的玻璃钢 AKCT-B 的极限面绘于图5。图中曲线(1)相应于第一种方法，曲线(2)相应于采用最小二乘法的方法。

在六维应力空间，用张量的方法来描述强度

面，其强度面张量方程如下 [21]：

$$P_{\alpha\beta}\sigma_{\alpha\beta} + P_{\alpha\beta\gamma\delta}\sigma_{\gamma\delta} + P_{\alpha\beta\tau\delta\varepsilon\xi}\sigma_{\alpha\beta}\sigma_{\gamma\delta}\sigma_{\varepsilon\xi} + \dots = 1 \quad (2-1)$$

其中 $P_{\alpha\beta}$, $P_{\alpha\beta\gamma\delta}$, ... 是二阶、四阶、六阶以及更高阶的强度面的张量。

对于平面应力状态时的正交各向异性材料，保存 (2-1) 中的一次、二次项，方程将有以下形式：

$$P_{111}\sigma_{11} + P_{222}\sigma_{22} + P_{11111}\sigma_{11}^2 + P_{22222}\sigma_{22}^2 + 2P_{11122}\sigma_{11}\sigma_{22} + 4P_{1212}\sigma_{12}^2 = 1 \quad (2-2)$$

方程 (2-1) 和 (2-2) 中的强度面分量 P ，根据试验数据确定。但是选择确定 P 的方案，可能会影响到最终的计算结果。文献 [25] 谈到了三种确定分量 P 的方案，对独立分量 P_{11} , P_{22} , P_{1111} , P_{2222} , P_{1212} , P_{11122} 进行了计算，并作了分析比较。计算中所用数据，借用文献 [26] 中的实验值。第一种方案，试验点的数量等于方程中独立分量 P 的数量。采用的不是全部实验数据，而是选择中等特性的强度试验值代入方程 (2-2) 中，解方程组 (2-2)，就得到了独立分量 P 。第二种方案，采用所有实验数据，以目标函数

$$S_H(x) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E_i^2} \cdot 100\% \quad (2-3)$$

在计算算法帮助下找到了向量 $X = \{ P_{11}, P_{22}, \dots; P_{11122} \}$ 。此时函数 (2-3) 力求最小 $S_H(x) \rightarrow \min, x \in X$ 。作为第一次近似，采用的是第一种方案的值。第三种方案是采用总是有可能得到唯一解的线性代数的方法。三种方案计算结果列于表 1。从比较结果知道，第一种方案误差较大，第二、三种方案原则上给出了较好的结果，但第三种方案更好些，因为分析所有试验数据所消耗机时最少，并且能保证在 $S_H(x)$ 最小条件下确定 $X = \{ P_{11}, P_{22}, \dots \}$ 的唯一性。

文献 [27] 中谈到强度面不总是椭圆的，也就是强度的主方向不总是垂直的，所以为了描述这种现象，必须引入高阶的张量多项式项，例如六阶。这样由实验确定的独立的强度参数数量变得非常多。他们提出了一种在二次和三次张量多项式中，确定强度张量分量的分析和实验方法。

表 1 用三种方案计算的强度面张量分量

方案号	强度面张量分量						M	t	S _H %
	$P_{11} \cdot 10^4$	$P_{22} \cdot 10^4$	$P_{1111} \cdot 10^8$	$P_{2222} \cdot 10^8$	$P_{1212} \cdot 10^3$	$P_{11122} \cdot 10^3$			
	厘米 ² /公斤力		厘米 ⁴ /公斤力 ²						
1	-1.782	-1.294	12.120	19.902	23.114	1.469	6 × 3	22.1	
2	-1.711	-1.128	11.171	19.395	20.142	0.092	62	5	18.2
3	-1.738	-1.093	11.244	19.289	20.117	-0.043	62	2	8.1

不仅用多项式的关系式，而且对球形函数用近似表示式展开，同样可以逼近强度表

面。展开系数用对称张量分量表示。文献 [23, 28—31] 中都谈及这种方法。用这种方法, 展开系数同样可以从精确满足的条件中用几个实验值来计算。如果点的数目超过系数数目, 则也可用最小二乘法。碳/塑料的强度实验值绘于图 6, 图上标出了用比较高阶的张量以及用球函数展开的方法逼近的极限面。

聚合物基体复合材料的强度与温度有重要关系。温度对强度的大小和特性的影响与加载方向和纤维方向有关。因此设计复合材料制成的结构, 必须知道材料强度的特性与温度的关系。文献 [1, 3 2] 详细地叙述了这个问题。其中研究了在平面应力状态条件下, 在规定的不同温度下, 用实验确定各向异性材料的强度, 描述了实验所得到的强度面, 分析了所研究材料的强度面的张量分量与温度的关系。试验在温度 $T = 20^{\circ}, 50^{\circ}, 100^{\circ}\text{C}$ 的条件下进行。在 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ 应力空间中, 总共有 11 种加载方法。必须指出, 改变应力状态的类型, 会影响到强度-温度曲线的特性。图 7 说明了这点。

为了确定 (2-2) 中的张量分量 P , 采用了算法 [33]。对四种温度标准得到的 P 值, 在表 2 中列出。表

$$\text{中 } S_R \text{ 是均方根误差: } S_R = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left(\frac{R_{iD} - R_{i3}}{R_{i3}} \right)^2} 100\%.$$

S_{BOCII} 是实验资料重复性的相对均方根误差。

图 8 是在平面 σ_1, σ_2 中所得到的强度面的截面。分析表明, 温度变化引起强度面的改变, 包括空间压缩,

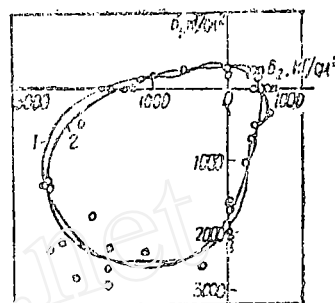


图 6 碳/塑料的近似强度面
1 为球函数展开法; 2 为高阶张量法

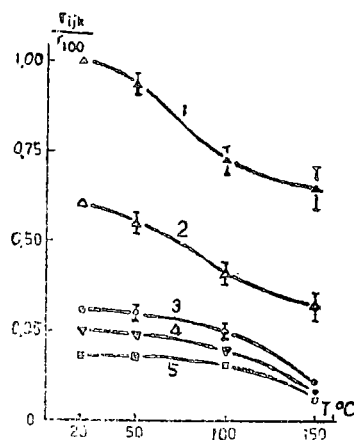


图 7 在材料的增强平面内不同的简单静态加载时织物复合材料的强度与温度的关系 1 为沿结点拉伸; 2 为沿基体拉伸; 3 为沿结点压缩; 4 为沿对称平面纯剪; 5 为沿对称平面切向和法向加载同时作用

表 2 各种温度下强度面张量分量

T/°C	试验 点 数	强 度 面 张 量 分 量						SR%	S _{BOCII} %
		P ₁₁	P ₂₂	P ₁₁₁₁	P ₂₂₂₂	P ₁₂₁₂	P ₁₁₂₂		
20	45	-2.21	-1.55	3.13	5.36	4.11	-1.00	4.9	4.4
50	22	-2.25	-1.80	3.51	6.54	4.30	-1.14	4.8	2.8
100	29	-2.65	-1.91	5.49	9.42	6.37	-2.19	7.6	4.6
150	18	-7.83	-10.20	14.46	41.96	41.01	-2.90	29.5	8.1

椭圆主轴的迁移和转动。从图 9 可见, 在 20—100°C 温度范围内, 曲线近似于一个圆, 也就是强度面的变化差不多相似, 在较高温度时相似性就不遵守了, 温度在第三象限内

减小得快(曲线1为 $T = 50^{\circ}\text{C}$ 与 $T = 20^{\circ}\text{C}$ 时强度的比;曲线2为 $T = 100^{\circ}\text{C}$ 与 $T = 20^{\circ}\text{C}$ 时强度之比;曲线3为 $T = 180^{\circ}\text{C}$ 与 $T = 20^{\circ}\text{C}$ 时强度之比)。

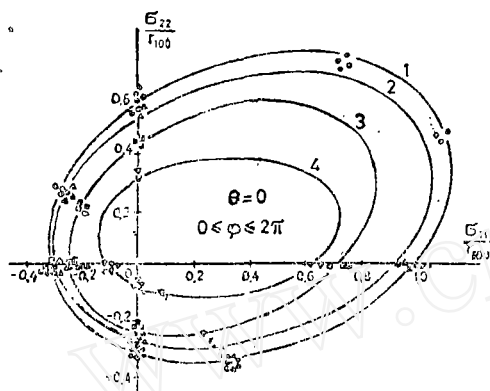


图8 在 $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ 平面内强度面的水平截面
1. $T = 20^{\circ}\text{C}$; 2. 50°C ; 3. 100°C ; 4. 150°C 。
点为试验值, 线为根据(2-2)计算的值

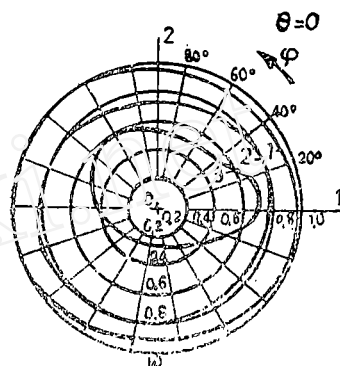


图9 在 $\sigma_{11}-\sigma_{22}$ 平面内不同温度时应力空间强度的相对矢量半径的变化图

不同温度下强度面不遵守相似性的事实, 使(2-2)中的张量分量 P 有必要考虑与温度的关系。图10指出了所有六个张量分量 P 与温度的关系。这些曲线符合下列关系式:

$$P(T) = P^{\circ}(T_0) \exp \left[k_1 \left(\frac{T - T_0}{T_0} \right) k_2 \right] \quad (2-4)$$

其中 T_0 等于 20°C 。 k_1, k_2 是系数。根据算法确定 [34], 并列于表3。

表3 强度面张量分量温度关系方程中的系数值

强度面张量分量	P°	k_1	k_2	近似误差
P_{111}	-2.22	$7.03 \cdot 10^{-4}$	4.00	0.56
P_{222}	-1.62	$3.69 \cdot 10^{-4}$	4.55	5.71
P_{11111}	3.22	$2.93 \cdot 10^{-2}$	2.10	1.13
P_{22222}	5.67	$1.33 \cdot 10^{-2}$	2.67	6.00
P_{1212}	4.16	$3.61 \cdot 10^{-3}$	3.45	1.11
P_{1122}	-0.95	0.19	0.98	3.02

以上这种讨论, 使考虑到材料的温度影响的短时强度方程有了基础:

$$P_{111}^{\circ} f_1(T) \sigma_{11} + P_{222}^{\circ} f_2(T) \sigma_{22} + P_{11111}^{\circ} f_3(T) \sigma_{11}^2 + P_{22222}^{\circ} f_4(T) \sigma_{22}^2 + 4 P_{1212}^{\circ} f_5(T) \sigma_{12}^2 + 2 P_{1122}^{\circ} f_6(T) \sigma_{11} \sigma_{22} = 1 \quad (2-5)$$

这里 $f_s(T) = \exp \left[k_{1s} \left(\frac{T - T_0}{T_0} \right) k_{2s} \right]$, $s = 1, \dots, 6$ 。

强度张量分量还取决于材料的组织参数：纤维的体积百分比，某铺设角的相对层数和铺设角度。在文献 [35, 36] 中，研究了这些参数的变化对强度面张量分量的影响。用以下形式的强度面的表达式，来描述层状复合材料在增强组织改变时断裂的规律性：

$$P_{\alpha\beta}(\mu, \Theta_i, \varphi_i) \sigma_{\alpha\beta} + P_{\alpha\beta\gamma\delta}(\mu, \Theta_i, \varphi_i) \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\gamma\delta} + P_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\xi}(\mu, \Theta_i, \varphi_i) \cdot \sigma_{\alpha\beta} \sigma_{\gamma\delta} \sigma_{\epsilon\xi} + \dots = 1 \quad (2-6)$$

其中 μ 是纤维的体积百分比， Θ_i 是某铺设角的相对层数， φ_i 是铺设角度。首先研究 $\Theta_i =$ 常数， $\mu =$ 常数时，纤维铺设角度变化对强度面张量分量（直至四阶）的影响。

用粘结材料 Θ_{HT-1} 和 Θ_{A-6-1} 制成的玻璃钢 [35] 进行研究。试验在铺设角 $\varphi = 0^\circ, \pm 10^\circ, \pm 20^\circ, \pm 30^\circ$ 和 $\pm 45^\circ$ 的平试样上进行。材料的纤维体积百分比 $\mu = 0.57 - 0.67$ 。确定了在平面应力状态下在拉伸、压缩、剪切及其综合作用下的极限应力值。对不同铺设角的每种组织得到了强度面的十个实验点。根据 (2-2)，用最小二乘法对所有被研究的组织求出的近似强度面示于图 10。

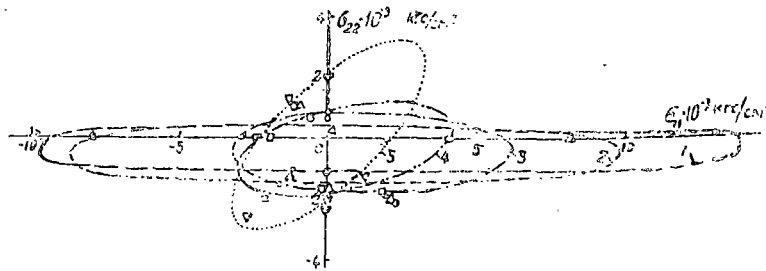


图10 具有不同纤维铺设角组织的强度面 1为 $\varphi = \pm 0^\circ$ (·) 纤维铺设角的复合材料；
2为 $\pm 10^\circ$ (Δ)；3为 $\pm 20^\circ$ (\circ)；4为 $\pm 30^\circ$ (\square)；5为 $\pm 45^\circ$ (∇)

为了设计上的应用，当采用 (2-2) 时必须得到强度面张量分量与组织的关系，张量分量要成为组织参数 φ 的连续函数。根据纤维铺设角，按照最小二乘法，每个分量的变化可用下列函数来近似：

$$P(\varphi) = k_1 + k_2 \exp\{-k_3(\varphi - \varphi_0)2k^4\} \quad (2-7)$$

这里，当近似 P_{111} ， P_{11111} 分量时， $\varphi_0 = \pi/2$ ，而对 $2P_{11222}$ ， $4P_{1212}$ ， $\varphi_0 = \pi/4$ 。对 P_{22} ， P_{2222} ， $\varphi_0 = 0$ 。函数 (2-7) 在 $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ 区间决定。相应的曲线给于图 11。根据组织参数 φ_1 ，上述函数能很好地描述强度面张量分量的变化。

进一步研究 $\mu =$ 常数， $\varphi_i =$ 常数时， Θ_i 改变对一直到四阶强度面张量分量的影响，文献 [37] 详细地讨论了这个问题。试件原始材料的特性数据列于表 4。材料的增强按四个方向进行。 $\varphi = 0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ 。具有这种铺层的复合材料，在各种相对层数下的强度面的研究，可在 $\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 = 1$ 的平面内进行 (图 12)。这里 Θ_1 为 $\varphi = 0^\circ$ 下的相对层数； Θ_2 为 $\varphi = \pm 45^\circ$ 下的相对层数， Θ_3 为 $\varphi = 90^\circ$ 下相对层数。

在平面应力情况下，对每种组织都得到了强度面的 10 个实验点，对每一种情况采用方程 (2-2)，确定了强度面分量 P_{ij} 和 P_{ijkl} 。其强度面张量分量值与组织的关系列于表 5。此表的最后一项，指出了相对百分误差。可见用二次方程在一次近似中满意地描述了所研究类型的复合材料的强度面。文献 [36, 37] 中确定了平面应力状态下，

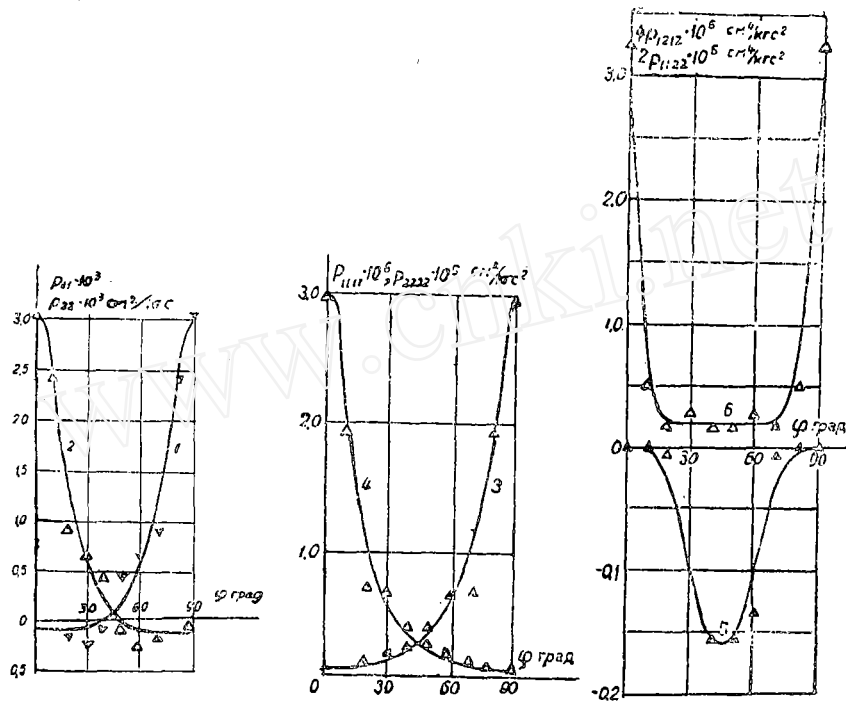


图11 强度面张量分量随增强组织的变化 1为 $P_{11}(\varphi)$ ；2为 $P_{22}(\varphi)$ ；3为 $P_{1111}(\varphi)$ ；4为 $P_{2222}(\varphi)$ ，5为 $2P_{1122}(\varphi)$ ；6为 $4P_{1212}(\varphi)$

表4 原始材料特性

组号 NO	板厚 厘米	层数	材料纤维体积 百分比%	增强组织			层号, 层的布置 (φ) ..
				Θ_1	Θ_2	Θ_3	
P-11	6.5	36	53.00±0.82	1/3	1/3	1/3	1,0°; 2,+45°; 3,90°; 4,0°; 5, 45°; 6,90°;
P-12	6.5	36	63.25±0.43	1/3	0	2/3	1,60°; 2,0°; 3,90°;
P-13	6.5	36	60.50±4.70	0	1/3	2/3	1,90°; 2,45°; 3,90°; 4,90°; 5,-45°; 6,90°;
P-14	6.5	36	65.00±4.10	0	2/3	1/3	1,90°; 2,+45°; 3,-45°; 4,90°; 5,+45°; 6,-45°;
P-15	6.8	40	60.80±1.90	0.6	0.2	0.2	1,0°; 2,+45°; 3,0°; 4,90°; 5,0°; 6,0°; 7,-45°; 8,0°; 9,90°; 10,0°;
P-16	6.8	40	55.50±3.20	0.2	0.6	0.2	1,0°; 2,+45°; 3,-45°; 4,90°; 5,+45°; 6,-45°; 7,0°; 8,+45°; 9,-45°; 10,90°;

• 从五个试样的试验中得到的算术平均值和均方根误差。•• 其余层周期重复。

(0°, ±45°, 90°)组织的材料的十三种不同 Θ_i 的强度面张量分量。指出了这种结果在该种组织的任意比例都可采用。把 P_{ij} 和 P_{ijkl} 的张量分量看作为组织三角形的函数。采用实验所得的十三种值,确定了它们与 Θ_i 的关系。图13作为一个例子,指出了与 Θ_i 有关的强度面张量分量 P_{1111} 。这样,得到了以下形式的强度条件:

$$P_{ij}(\Theta_i)\sigma_{ij} + P_{ijkl}(\Theta_i)\sigma_{ij}\sigma_{kl} = 1 \quad (2-8)$$

此公式可采用在优化问题中,寻找平面应力状态下增强的优化组织。

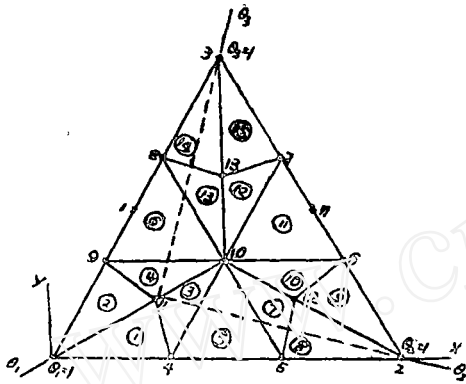


图12 复合材料不同组织的描述

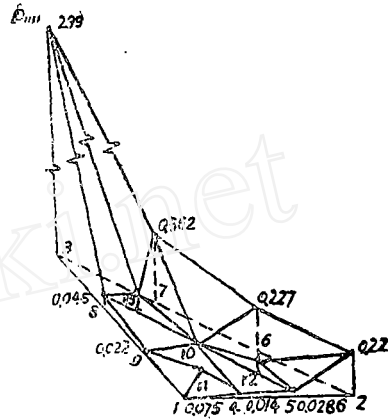


图13 强度面张量分量 P_{1111} 随增强组织 Θ_i 的变化

表5 对各种组织的强度面张量分量

强度面张量分量 P_{ij}, P_{ijkl}	板记号: 在组织三角形上的No点 看图12					
	P-11;10	P-12;3	P-13;7	P-14;6	P-15;11	P-16;12
$P_{11} \cdot 10^3 \text{厘米}^2/\text{公斤力}$	0.0024	0.042	0.553	0.207	0.0030	0.0034
$P_{22} \cdot 10^3 \text{ "}$	0.0024	$0.5 \cdot 10^{-3}$	$0.49 \cdot 10^{-4}$	$0.17 \cdot 10^{-4}$	0.0140	0.0034
$P_{1111} \cdot 10^6 \text{厘米}^4/\text{公斤力}^2$	0.0540	0.048	0.362	0.227	0.0217	0.0600
$P_{2222} \cdot 10^6 \text{ "}$	0.0460	0.022	0.014	0.0286	0.0846	0.0600
$2P_{1122} \cdot 10^6 \text{ "}$	-0.0150	-0.029	$-0.1 \cdot 10^{-6}$	$-0.12 \cdot 10^{-3}$	-0.0045	0.0149
$4P_{1112} \cdot 10^6 \text{ "}$	0.2370	0.894	0.422	0.129	0.3280	0.1310
$\Omega(x) \cdot 100\%$	16.1%	12.44%	21.4%	25.1%	14.6%	8.50%

研究一下纤维增强组织优化的问题。在所给定的应力状态 $\sigma_{ij} (i, j=1, 2)$ 下, 使 P 最大化:

$$\rho = f(\Theta_i, P_{ij}, P_{ijkl}) \rightarrow \text{最大}$$

这里 $\sigma_{11} = \rho \sin \alpha_2 \cos \alpha_1$; $\sigma_{22} = \rho \sin \alpha_2 \cos \alpha_1$; $\sigma_{12} = \rho \cos \alpha_2$, 相应于最大的 ρ 的增强组织在所给定的 σ_{ij} 下是最优的。

用来寻找复合材料增强优化组织的方法可以用来解决预计强度问题。被研究的增强材料应该包括在用组织三角形(图12)所决定的复合材料范围内。在组织三角形中相应于点1的组织($\Theta_1 = 0.5, \Theta_2 = 0, \Theta_3 = 0.5$), 在平面应力状态的六个点中计算了强度值。理论结果与在文章[35]中所得到的实验资料进行了比较。补充了相对层数 $\Theta_1 = 0, \Theta_2 = 0.5, \Theta_3 = 0.5$ (图12点11)的玻璃钢的拉伸、压缩、剪切试验。所得的强度值与理论值比较, 最大误差不超过20%。

为了描述弥散断裂和相应的强度面可以用以下形式来办。假设, 在材料中产生的每

一个损伤都以确定值和确定方向来表征（可以认为平面微观裂纹是典型例子）。在被研究点的周围，损伤状态以沿方向上缺陷密度的分布为特征，也就是用某个球函数来表征 [38]。

根据对称想法可以明白，在这种材料中沿具有法向 n 的平面产生的断裂用球形不变量来确定 [38]。显而易见，在各向同性物体中，总共有五个这样的球形不变量——法向和切向应力以及应力张量的三个不变量。在文献 [39] 中，球形不变量的多项式基本原理用于所有最广泛的各向异性介质。假设，当球形不变量的二次形式达到极值时，出现了断裂，而断裂方向由这形式的最大值来确立。文献 [40] 建立了用于各向同性和正交各向异性材料的强度面。同时强度曲线由几个与断裂类型相应的椭圆弧组成。而方程系数取决于在简单应力状态时材料的断裂方向。如果复合材料是明显的各向异性介质（例如，单向增强复合材料），则在这种材料中断裂方向事先由它的组织确定，并且建立强度面也简单了。这样，在文献 [41] 中为建立单方向的复合材料的断裂面采用了与断开和剪切相符的不同的分析表达式。同时仅允许二个断裂方向（垂直纤维和平行纤维）。

对于纵-横或斜放的多层复合材料，它的强度与组织的关系，可由各单层的强度分析的方法估计。复合材料被看成是每一层是单方向增强而各层之间取向不同的多层结构。并且假定每一层的强度准则是知道的。

单层的应力-应变状态，由多层板或者壳的性质决定。并且在层板中的层可以是任意取向的。这样，层的强度准则和在层中确定应力的算法被认为是已知的：

$$f_i(\sigma_i^{(j)}) \leq 1 \quad (2-9)$$

$$\sigma_i^{(j)} = g_i^{(j)}(N_j) \quad (2-10)$$

这里 $\sigma_i^{(j)}$ 为 j - M 层中的应力； N_j 为加在多层板上的力。按照给出的 N_j 根据公式 (2-10) 确定 $\sigma_i^{(j)}$ ，并且进一步按照公式 (2-9) 检查 j 层的强度。在 N_j 增加时，检查层的强度，可以确立第一层和下层的断裂的出现，并且这样可以建立层状复合材料的断裂面。

用有限元的方法确定基体和纤维中的应力，对单方向的复合材料，可以建立更精确的强度面。文献 [30] 中采用了这种方法。在复合材料中，差不多总是在粘结剂中首先出现裂纹。为了估计处在体积应力状态的基体强度，采用了用张量的球函数展开方法建立的多项式形式的强度条件，这个多项式含有三个应力不变量。

$$\sum_{k=0}^i W^{(k)}(I_1, I_2, I_3) I_2^{-(k+1)/2} = 1 \quad (2-11)$$

这里 $W^{(k)}(I_1, I_2, I_3)$ 是对 I_1, I_2, I_3 不变量的 k 次多项式。而 $I_1 = \sigma_{ij}$ ； $I_2 = \sigma_{11}\sigma_{11}$ ； $I_3 = \sigma_{1j}\sigma_{jk}\sigma_{k1}$ 。对纤维采用米赛斯准则。把复合材料截面划分为三角形的有限元，如图14所示。这些有限元用来确定平面应力状态时复合材料的应力-应变状态。应该指出，一般说来，仅能建立破坏的开始面，也就是产生第一批缺陷的面。在出现了微观裂纹以后，在纤维周围，应力的分布有明显变化，为了充分估计复合材料的强度，可以利用文献 [40] 中所发展的，有可能给出断裂方向的断裂唯象理论方案。为了精确研究微观

裂纹的发展，必须解在有裂纹的复合材料中确定应力场的问题。为此可以采用以上所述的有限元，并且代入裂纹边界上的补充边界条件。

复合材料的界面问题 复合材料的变形和强度计算，到目前为止还很少注意到粘着问题和考虑组分之间的层间问题 [42]。这层的厚度可能达到几百个埃，在这层中材料的性质可以有很大变化。这层所具有的总体积完全可以与填料的体积相比。边界层的效应是重要的。特别对软基体和细小弥散的填料。对碳/塑料，其纤维总表面可达几个平方米/克。迫使在计算中考虑边界层。

复合材料表面层性质的有目的有方向的变化，是改善其力学特性的很起作用的方法。

玻璃填料的离子交换变质处理，在得到玻璃钢时，同时使增加玻璃纤维的强度有了可能，使改变粘结剂组织和改变在相分界面上 [43] 组分相互作用的条件有了可能。

在玻璃纤维中引入0.12%铜离子，改善了用聚酯粘结剂(毛细上升高度)的玻璃丝的湿润和增加了固结的速度，并在固化的过程中降低了自加热的温度，也就是固化变得更加均匀和一致。在玻璃纤维中含有0.12%的铜离子时达到了表面层的饱和，与玻璃纤维表面有关的这些性质，在进一步提高铜离子含量时，实际上不会改变了。可是作为玻璃纤维的强度，随铜离子含量增加而线性地增加。

实际上，采用在熔盐中纤维时效方法来实现玻璃纤维表面变质处理，并且在10秒的加工时间内已经得到了满意的结果，提高了填料的粘附力和成品的密度，使玻璃钢的吸水性大大降低。

文献 [44] 报道了环氧聚合物对各种化学组织的纤维(碳，玻璃和钢)的粘着强度的研究。指出粘着强度与纤维的化学本质有关，产生化学反应否，与胶合面积有关，在纤维-聚合物基本单元中粘着强度重要地取决于加工中所产生的剩余应力的特性和分布。在纤维与聚合物界面上轴向应力将降低胶合强度，使聚合物薄膜分离。但径向应力可以提高胶合强度。为了明确各种复合材料的力学行为，应该制定一种不仅用于基本单元而且用于实际增强系统的估计残余应力分布、特性、大小的方法。文中还提到，由于用了低粘性的环氧，使碳纤维与环氧的浸润很好，因为低粘性环氧进入了不平的碳纤维表面，而且深入了碳纤维表面，由此提高了粘结强度。

文献 [45] 认为粘着强度通常是以原子尺度薄层的化学和物理结构为前提，提出了用动理学来研究粘着强度，指出这层断裂的动理学过程与固体的断裂过程相似并且用类似的 Жуpкoв 方程描述。研究粘着强度的动理学本质使详细地确定复合材料断裂过程和

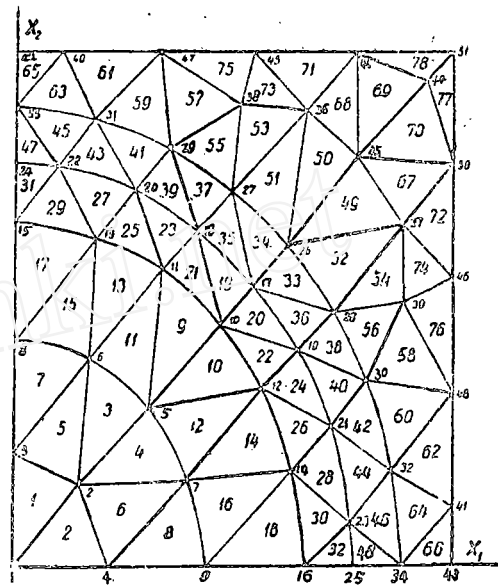


图14 三角形有限元

弄清提高复合材料强度的又一途径有了可能。

三维增强 三维增强复合材料是结构材料的最有前途的类型之一。

目前,对任意三维增强材料缺乏按已知的复合材料各个单独组分的力学性质确定其变形特性的精确方法。对这种类型的材料,其试验资料的积累同样是不多的。但是仅三维增强图就可以消除二维增强材料的一系列缺点。特别是薄弱的层间剪切强度和横向的断裂强度。为了发展这种材料,除了解决工艺问题之外,还必须发展计算方法和由三维增强复合材料组成的板和壳的优化。在经典的克希荷夫假定基础上,要解决上述问题,原则上是不可能的。因为这种理论假设是平面的,二维应力状态的。只有考虑到横向剪切和横向变形的精确理论才可能成为估计三维增强材料的有效性的基础。

文献[46]提出了相应的近似计算方案。在计算方案中认为:用直纤维理想地进行增强,这些纤维和粘结剂的材料是物理上线性的,各向同性和可压缩的。在复合材料的计算模型中,提出把每一个独立的任意的增强方向 n 都作为圆形横向截面的单向增强杆。在每一个增强方向,纤维的布置采用相应的六角形图。这种杆的体积用 $V^{(n)}$ 表示,纤维的体积用 $V_a^{(n)}$ 表示,由此在杆中粘结剂的体积为 $V_c^{(n)} = V^{(n)} - V_a^{(n)}$ 。而计算单向的增强体积百分比 $\mu_n^* = V_a^{(n)} / V^{(n)}$ 。 $V_c^{(n)}$ 值由以下假设确定。即在计算模型中粘结剂的总数量 V_c 分配是正比于每个增强方向的纤维体积 $V_a^{(n)}$;

$$V_c^{(n)} = V_c V_a^{(n)} / V_a = V_c \mu_n / \mu$$

由此 $V^{(n)} = V_a^{(n)} + V_c^{(n)} = V \mu_n / \mu$; $V \mu_n^* / \mu = V_a^{(n)} / V^{(n)} = \mu$

这里 $\mu_n = V_a^{(n)} / V$; $\mu = V_a / V$; $V_a = V_a^{(1)} + V_a^{(2)} + \dots + V_a^{(N)}$;

$V_c = V_c^{(1)} + V_c^{(2)} + \dots + V_c^{(N)}$; $V = V^{(1)} + \dots + V^{(N)}$;

V 为复合材料总体积, N 为不同增强方向的数量。

假定粘结剂弹性特性为 E_c 和 ν_c ,纤维总体积百分比 μ ,以及对每个独立的增强方向的弹性特性值为 $E_a^{(n)}$, $\nu_a^{(n)}$ 以及 μ_n ,确定 V_n 和根据某种增强理论[1],当 $\mu = \mu_n^*$ 时可以确定单向增强杆的刚性张量分量 $A_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(n)}$ ($\alpha, \beta, \gamma, \delta = x, y, z$ 为杆的力学性质的对称轴)。变换每一个 $A_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(n)}$ 到复合材料所选择的轴1, 2, 3。 $A_{ijkl}^{(n)0} = A_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(n)} L_{i\alpha} L_{j\beta} L_{k\gamma} L_{l\delta}$ 。这里 $i, j, k, l = 1, 2, 3$; $L_{i\alpha}$ 为 i 和 α 轴之间的角度余弦。

三维增强复合材料的刚性张量分量 A_{ijkl} 用平均一些独立的 $A_{ij}^{(n)}$ 的方法来得到:

$$V_{ijkl} = \frac{1}{V} \sum_{n=1}^N V^{(n)} A_{ijkl}^{(n)}$$

找到了能保证复合材料的变形性质充分各向同性的不同增强方向的最小数量是 $N = 6$ 。在这种情况下,纤维应该按法线方向取向,这个法线方向是从规则的十二面体中心分别经过棱的中点。当然,在空间杂乱增强($n \rightarrow \infty$)情况下得到了各向同性的复合材料。它的弹性性质 G_k 和 ν_k 为

$$G_k = A_{1212}; \nu_k = (A_{1111} - 2A_{1212}) / [2(A_{1111} - A_{1212})], \text{这里 } \mu_n = \mu/6,$$

$$A_{1111} = (3A_{xxxx} + 8A_{yyyy} + 4A_{xxyy} + A_{xyxy}) / 15;$$

$$A_{1212} = (A_{xxxx} + A_{yyyy} - 2A_{xxyy} + 6A_{xyxy} + 5A_{yzzy}) / 15. \text{用类似的方法从}$$

平均一些单独的增强方向的挠度的张量分量可以确定复合材料的变形特性,这样得到了未知量的低值。图15是几种三维增强图。

因为三维增强形式能保证大的横向剪切刚性和横向变形刚性,因此三维增强的结构元件的优化特别迫切。对于这个问题应该采用确定稳定性和其它极限状态的精确关系[47]。

已有的工艺设备使实现按层增强或者按三个互相垂直方向的增强有了可能,如果在不同角度下用连续纤维实现材料的三维增强,

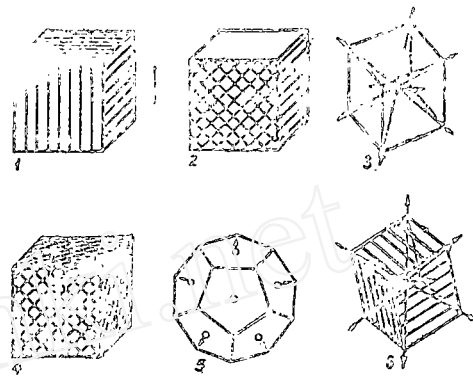


图15 三维增强图

则原则上可得到新的优化的增强材料。同时可以建立高强的粘性的和在复杂应力作用下可靠地抗变形和抗断裂的材料。制定这种增强图的理论基础和工艺装备,使建立新的复合材料的优化结构有了可能。深入研究自然复合材料的组织可能有益于这方面的研究。

最后提出一些问题,这些问题在复合材料力学中是应该解决的。

1. 计算复合材料的变形和强度,必须注意界面问题,粘着问题。确定和计算一些对粘着强度有重大关系的参数,是头等重要的问题。界面的化学反应所起的作用可能是正的,也可能是负的。

2. 在断裂方面同样具有一系列不清楚的问题,虽然有很多方法可以诊断材料中的体积破坏,但是弄清一些基本的体积破坏行为是相当困难的。研究声发射, x光方法,超声和利用材料物理性质变化的各种诊断断裂过程的方法,是很重要的问题。还没有建立微观缺陷合并成宏观裂纹的准则。

3. 发展无损探伤和诊断学对由复合材料组成的结构的生产发展有重大关系。不论是加载过程中发现损伤,还是预计服务期限和及时发现制造过程中的质量问题,无损探伤和各种诊断办法都是极其重要的。要求建立一套仪器和制定具有高精度测量实际零件和结构材料的物理特性的方法。物理特性的改变包括声学的,振动的,电介质的,热物理等等。

4. 最优化问题到目前没有十分满意地解决。应该考虑三维增强问题。

5. 需要大力进行新型复合材料的研究。目前混合纤维复合材料是发展极快的新型复合材料,很有应用前途。低密度超高强度的有机纤维复合材料也受到了重视。用高强度和高模量纤维增强的金属是有前途的复合材料之一。文献[48—50]报道了这些各向异性材料的实验和理论研究。在这些材料计算时,要求确定基体塑性变形的数值。有很多文献提出了这些计算模型,并且微观应力由有限元确定。

参 考 文 献

- [1] Малмейстер, А. К., Тамуж, В. П., Тетерс, Г. А. (1980), Сопротивление полимерных и композитных материалов, Рига, «Зина-

ние».

- [2] Си, Дж. (1979), Механика разрушения композитных материалов (перевод Богдановича А.Е.), Механика композитных материалов, 3: 434—446.
- [3] Palmgren, A. (1924), Die Lebensdauer von Kugellagern, VDJ-2, 68, 14:339—341.
- [4] Тамуж, В.П., Куксенко, В.С. (1978), Микромеханика разрушения полимерных материалов, Рига:294.
- [5] Rosen, B.W. (1964), Tensile failure of fibrous composites, AIAA J., 2:1985—1994.
- [6] Zweber, C. (1968), Tensile failure of composites, AIAA J., 12: 2325—2331.
- [7] Болотин, В. В. (1971), Некоторые математические и экспериментальные модели процессов разрушения, Пробл. прочности, 2: 13—20.
- [8] Болотин, В. В. (1976), Статистическая теория накопления повреждений в композиционных материалах, Механика полимеров, 2:247—255.
- [9] Tamuzh, V.P., Tirhomirou, P.V., Yushanov, S. P. (1977), The fracture mechanism of materials having a heterogeneous structure, in: Fracture, Vol.3, 1CF4, Waterloo, Canada : 233—239.
- [10] Тихомиров, П.В., Юшанов, С.П. (1978), Объемное разрушение материалов с неоднородной структурой, Механика полимеров, 13 : 462—469.
- [11] Тамуж, В. П. (1979), Объемное разрушение однонаправленных композитов, Механика композитных материалов, 2: 260—267.
- [12] Овчинский, А. С. , Копьев, И.М., Сахарова, Е.Н., Москватин, В.В. (1977), Перераспределение напряжений при разрыве хрупких волокон в металлических композиционных материалах, Механика полимеров, 1:19—29.
- [13] Лифшиц, Дж.М. (1978), Замедленное разрушение волокнистых композитов, в кн.: Композитные материалы, т.5, Разрушение и усталость, М., 267—332.
- [14] Матис, И.Т. (1979), Электроемкостные преобразователи для неразрушающего контроля, Рига:255.
- [15] Латищенко, В.А. (1968), Динамика жесткости и прочности ма-

териалов, Рига, 320.

- [16] Латишенко, В. А., Матис, И. Г. (1979), Методы и средства изучения повреждаемости композитных материалов, Механика композитных материалов, 2: 344—350.
- [17] Парфеев, В. М., Олдырев, П. П., Тамуж, В. П. (1979), Суммирование повреждений при нестационарном циклическом нагружении стеклопластика, Механика композитных материалов, 1: 65—72.
- [18] Сандалов, А. В., Медведев, М. З. (1977), Возможности диагностики прочности стеклотекстолитовых цилиндрических облочек прямой намотки, Механика полимеров, 2: 321—333.
- [19] Матисон, Я. Я., Штраус, В. Д. (1979), Изменение некоторых физико-механических характеристик стеклопластика в процессе ускоренного старения, Механика композитных материалов, 1: 150—155.
- [20] Зинченко, В. Ф., Белова, С. Н. (1976), Диагностика некоторых показателей структуры и физико-механических свойств стеклопластиков по их тепловой активности, Механика полимеров, 1: 128—132.
- [21] МалМейстер, А. К. (1966), Геометрия теорий прочности, Механика полимеров, 3: 519—534.
- [22] Упитис, З. Т., Браунс, Я. А., Рикардс, Р. Б. (1974), Определение компонент тензоров поверхности прочности по методу наименьших квадратов, Механика полимеров, 3: 552—554.
- [23] Рикардс, Р. Б., Браунс, Я. А. (1974), Аппроксимация поверхностей прочности при плоском напряженном состоянии, Механика полимеров, 3: 406—414.
- [24] Chamis, C. C. (1969), Failure criteria for filamentary composites, Composite materials testing and design, ASTM STP 460: 336—341.
- [25] Плуме, Э. З., Максимов, Р. Д. (1978), Определение компонент тензоров поверхности прочности анизотропных материалов, Механика полимеров, 1: 51—59.
- [26] Протасов, В. Д., Копнов, В. А. (1965), Исследование прочности стеклопластиков при плоском напряженном состоянии, Механика полимеров, 5: 39—44.

- [27] Теннисон, Р., Макдональд, Д., Наньяро, А. (1980), Определение Компонент тензоров в полиномиальном критерии разрушения композитных материалов, Механика композитных материалов, 3: 413—423.
- [28] Вуэ, М. (1978), Феноменологические критерии разрушения анизотропных сред, в кн.: композиционных материалы, Том. 2, Механика композиционных материалов, М.: 564.
- [29] Лагздинь, А. Ж. (1974), О разложении скалярной функции на единичной сфере S^{n-1} компонентами тензоров, Механика полимеров, 1: 30—36.
- [30] Рикардс, Р. Б., Чате, А. К. (1976), Начальная поверхность однонаправленно армированного композита при плоском напряженном состоянии, Механика полимеров, 4: 633—639.
- [31] Мелбардис, Ю. Г., Креггерс, А. Ф. (1980), Аппроксимация поверхностей прочности трансверсально-изотропного материала, Механика композитных материалов, 3: 436—443.
- [32] Макеимов, Р. Д., Плуме, Э. З., Соколов, Е. А. (1978), Исследование зависимости прочности тканевого композита от температуры при плоском напряженном состоянии, Механика полимеров, 3: 452—457.
- [33] Плуме, Э. З. (1978), Определение компонент тензоров поверхности прочности материалов, Алгоритмы и программы, 1: 46.
- [34] Креггерс, А. Ф., Вилкс, У. К. (1976), Аппроксимация семейств кривых физически нелинейной ползучести полимерных материалов на ЭВМ, Механика полимеров, 2: 220—229.
- [35] Упитис, З. Т., Рикардс, Р. Б. (1976), Исследование зависимости прочности композита от структуры армирования при плоском напряженном состоянии, Механика полимеров, 6: 1018—1024.
- [36] Рикарде, Р. Б., Тетерс, Г. А., Упитис, З. Т. (1976), Модели разрушения композитов с различной структурой армирования, Механика композитных материалов, 2: 222—227.
- [37] Упитис, З. Т., Рикардс, Р. Б. (1978), Прочностные и деформативные свойства стеклопластика при плоском напряженном состоянии в зависимости от структуры армирования, Механика полимеров, 5: 848—859.
- [38] Тамуж, В. П., Лагздиньш, А. Ж. (1968), Вариант построения феноменологической теории разрушения, Механика полимеров,

4 : 638.

- [39] Лагздиньш, А. Ж., Тамуж, В. П. (1971), К построению феноменологической теории разрушения анизотропной среды, Механика полимеров, 4 : 634—644.
- [40] Тамуж, В. П. (1973), Вариант феноменологической теории усталости и разрушения полимерных материалов, Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д-ра физ. мат. наук, Рига: 20.
- [41] Hshin, Z., Rotem, A. (1973), A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials, J. Composite Materials, 7 : 448—458.
- [42] Lond, W. Y. (1974), Interfaces in polymer matrix composites, Composite Materials, 6.
- [43] Ирген, Л. А., Кузнецов, Г. К., Сальцевш, А. Г., Способ модификация поверхности стеклонаполнителя для полиэфирных стеклопластиков, АВТ свидетельство СССР. №556160—открытия, Изобретения пром. образцы, товарные знаки.
- [44] Андреевская, Г. Д., Горбаткина, Ю. А., Иванова-Мумжиева, В. Г., Епифанова, С. С. (1974), Исследование Адгезионной прочности эпоксидного полимера к углеродным стеклянным и стальным волокнам, Механика полимеров, 1 : 37—42.
- [45] Перминов, С. В., Куксенко, В. С., Корсуков, В. Е. (1980), Кинетика разрушения Адгезионных слоев в композитных системах, Механика композитных материалов, 3 : 444—450.
- [46] Крегерс, А. Ф., Мелбардис, Ю. Г. (1978), Определение деформируемости пространственно армированных композитов методом усреднения жесткостей, Механика полимеров, 1 : 3—8.
- [47] Крегерс, А. Ф., Тетерс, Г. А. (1979), Оптимизация структуры пространственно армированных композитов в задачах устойчивости, Механика композитных материалов, 1 : 79—85.
- [48] Broutman, L. J., Krock, R. M., Composite materials Vol. 4, Metallic matrix composite A.P. 1974, N. J. & London 528p.
- [49] Милейко, С. Т., Сорокин, И. М., Цирлин, А. М. (1973), Прочность боралюминия композита с хрупким волокном, Механика полимеров, 5 : 840—846.
- (50) Крегерс, А. Ф., Тетерс, Г. А. (1976), Поверхность текучести композитной среды, Механика полимеров, 1 : 35—40.