激光和等离子体的相互作用*

中国科学院力学研究所　林璞君

一、引　　言

激光和等离子体的相互作用，在激光核聚变和激光反导的研究课题中，都占有十分重要的位置。激光问世不久，1961年3月H.Г.Басов在苏联科学院主席团报告中提出“激光对体积不大的稠密等离子体加热到高温的可能性”。1962年Г.А.Аскрьян发表“激光和等离子体相互作用”的研究报告［1］。1971年O.N.Krokhin作了“激光辐照导致高温等离子体现象”的报告［2］。1974年美国Los Alamas科学实验室的A.R.Lamas写了激光和金属材料相互作用的计算结果［3］。1976年C.G.Hoffman作了激光引起层裂的研究，探讨了激光对结构形变的一些效应［4］。1973年Pirri提出了激光和材料相互作用的爆炸波理论［5］。1979年日本流体力学代表团来我国访问时，丹生庆四郎和T.Yabe作了有关“激光和等离子体相互作用”的专题报告［6］。在国内，1974年苟清泉提出热爆炸模型报告和1977年赵伊君提出热激波模型。到目前为止，见到所发表的有关激光和等离子体相互作用方面文章，大体可分为点爆炸和热激波两种模型。这两种模型，都是把激光和等离子体相互作用的问题，变为气动力学的质量守恒、动量守恒、能量守恒的问题来描述。但对于激光和等离子体相互作用的吸收、共振、屏蔽截止等非线性效应，还缺少仔细的讨论。

本文从经典电磁场统计观点出发，运用麦克斯韦和玻尔兹曼方程，讨论了激光和等离子体相互作用的吸收、共振吸收、屏蔽截止等非线性现象；对等离子体频率特性作了简单的分析；得出了吸收系数和频率的关系式。

二、基本方程

激光和等离子体相互作用的基本方程，就是电磁波和等离子体介质相互作用的方程。可以用大家熟知的麦克斯韦方程来表示：

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}\,\vec{B} &= \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D'}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}_{\mathrm{ext}} \\ \mathrm{div}\ D' &= 4\pi\rho_{\mathrm{ext}} \\ \mathrm{rot}\ \vec{E} &= -(1/c)(\partial\vec{B}/\partial t) \\ \mathrm{div}\,\vec{B} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

* 1980年11月24日收到。

式中$\vec{E}$为电场强度矢量，$\vec{D}'$为总的电位移矢量，$\vec{B}$为磁感应强度矢量，j_{ext}为外源电流密度，ρ_{ext}为外源电荷密度，c为光速，$\vec{D}'=\vec{E}+4\pi\vec{P}'$，$\vec{P}'$为电极化矢量。

采取线性近似，线性本构方程一般形式为

$$\vec{D}_i'(\vec{r},t)=\int_{-\infty}^{t}dt\int d\vec{r}'\,\hat{\varepsilon}_{ij}(t,t',\vec{r},\vec{r}')\vec{E}_j(\vec{r}',t') \qquad (2)$$

式中$\vec{r}$为空间矢量，t为时间；i，j为张量的脚标1，2，3；相应的坐标轴为$x=x_1$，$y=x_2$，$z=x_3$。如果介质的性质是恒定的，则式（2）中的核$\hat{\varepsilon}_{ij}$只和$t-t'$有关。如果介质是空间均匀的，则$\hat{\varepsilon}_{ij}$只依赖于差$\vec{r}-\vec{r}'$。在这种情况下，

$$\vec{D}_i'(\vec{r},t)=\int_{-\infty}^{t}dt'\int d\vec{r}'\,\hat{\varepsilon}_{ij}(t-t',\vec{r}-\vec{r}')\vec{E}_j(\vec{r}',t') \qquad (3)$$

当电场强度$\vec{E}(\vec{r},t)$用δ函数表示时，$\vec{E}(\vec{r}',t)=e\delta(t')\delta(\vec{r}')$，当$e=1$和$t'<t$时，电位移矢量$\vec{D}_i(\vec{r},t)=\hat{\varepsilon}_{ij}(t,\vec{r})e_j$。取式（3）的富里叶变换，

$$\vec{E}_i(\vec{r},t)=\int\vec{E}_i(\omega,\vec{\kappa})e^{i(\omega t-\vec{\kappa}\cdot\vec{r})}d\omega d\vec{\kappa}$$

式中$\vec{\kappa}$是波矢量。对于$\vec{D}_i(\omega,\vec{\kappa})$有类似的式子。这样，令$\tau=t-t'$，$\vec{R}=\vec{r}-\vec{r}'$，便得到

$$\vec{D}_i'(\omega,\vec{\kappa})=\varepsilon'_{ij}(\omega,\vec{\kappa})\vec{E}_j(\omega,\vec{\kappa}) \qquad (4)$$

式中

$$\varepsilon'_{ij}(\omega,\vec{\kappa})=\int_0^{\infty}d\tau\int d\vec{R}\,e^{-i(\omega\tau-\vec{\kappa}\cdot\vec{R})}\hat{\varepsilon}_{ij}(\tau,\vec{R}) \qquad (5)$$

$\varepsilon'_{ij}(\omega,\vec{\kappa})$称为复介电常数，可以写成

$$\varepsilon'_{ij}(\omega,\vec{\kappa})=\varepsilon_{ij}(\omega,\vec{\kappa})-i(4\pi/\omega)\sigma_{ij}(\omega,\vec{\kappa}) \qquad (6)$$

式中ε_{ij}和σ_{ij}为厄密张量。根据定义，对任何张量ε'_{ij}，式（6）的形式是唯一的。反之亦然。

从式（4）和式（6）我们得到

$$\vec{D}'_i(\omega,\vec{\kappa})=\vec{E}_i(\omega,\vec{\kappa})-i(4\pi/\omega)\vec{j}'_i(\omega,\vec{\kappa})$$

$$=\vec{D}_i(\omega,\vec{\kappa})-i(4\pi/\omega)\vec{j}_i(\omega,\vec{\kappa}) \qquad (7)$$

$\vec{D}$和$\vec{j}$分别称为电场位移和感应电流密度，它们通过厄密张量ε_{ij}和σ_{ij}与$\vec{E}$联系起

来；而复介电常数张量ε'_{ij}一般不是厄密张量，它与频率ω的依赖关系对应于频率色散，与波矢量$\vec{\kappa}$的依赖关系对应于空间色散。如果电磁能量的损耗小到可以忽略，那么介电常数ε和磁导率μ都是实数；ε和μ的虚部决定介质中电磁能的损耗。

文献［7］提到，复数张量$\varepsilon'_{ij}(\omega)$描述绝缘体和导体的介质性质。在振荡中，场的周期$T=1/\omega$主要依赖于绝缘体的松弛项$\tau_d=\kappa/(4\pi\sigma)$。也就是说，这一松弛项是作为电荷非平衡的自身的修正。对于$T>>\tau_d$电荷在$\varepsilon(\omega)$中，导体的贡献是主要的，这是金属的情况；对于$T<<\tau_d$，绝缘了体的偏振效应特性$\kappa(\omega)$是主要的，这种情况是绝缘体。

实际上，$\varepsilon(\omega)$描述了介质的特性，对等离子体介质也不例外。

三、等离子体的频率

在研究等离子体的参数$\varepsilon(\omega)$之前，首先要讨论一下等离子体频率ω_p。我们用两种不同方法推导出同一等离子体的频率，其结果是一致的。

在可以忽略外场和碰撞的简单的情况下，等离子体的频率

$$\omega_p=\sqrt{4\pi e^2N/m}=5.64\times10^4\sqrt{N} \qquad (9)$$

ω_p通常称为朗谬尔频率，也有人用ω_0，ω_L来表示。

很明显，在式(5)中的核$\hat{\varepsilon}_{ij}(\tau,\vec{R})$有主要的贡献，时间$\tau=t-t'$值的范围由介质的特征频率$\omega_s$(即松弛时间的倒数$1/\tau_s$)决定，这是因为$\partial n/\partial t\sim\omega_s\sim1/\tau_s$和频率色散有关。

1．电子和离子的运动分析法 在等离子体中，由于$\varepsilon'(\omega)$的虚部很小，阻尼往往很小。在这种情况下，纵振荡(通常称为等离子体振荡)的频率，可由下列方程确定(近似)：

$$\varepsilon'(\omega)=0 \qquad (10)$$

这个公式相应于各向同性等离子体中可能存在的纵向振荡(后面分析还要讨论)。

等离子体的介电常数ε和电导率σ，通常完全由电子和离子的运动来确定。

我们用$|\vec{r}_n|$表示电子矢径，用$|\vec{r}_n^{(i)}|$表示离子矢径，于是电荷运动产生总的电流密度等于

$$\vec{j}'=e\sum_{n=1}^{N}(\dot{\vec{r}}_n-\dot{\vec{r}}_n^{(i)})$$

式中$e(<0)$为电子电荷；假设等离子体是一次电离，并假定不存在负的离子；如果介质是准中性的，则$N=N_i=N_+$。由于等离子体的高度导电性，可以认为准中性条件以很高的精度得到满足。根据定义有

$$\vec{j}'=\vec{j}+i\omega\vec{P}=(\sigma+i\frac{\varepsilon-1}{4\pi})\vec{E}$$

$$=i\frac{\omega}{4\pi}(\varepsilon'-1)\vec{E}=e\sum_{n=1}^{N}(\dot{\vec{r}}_n-\dot{\vec{r}}_n^{(i)}) \qquad (10.a)$$

严格说来，所有的量都应认为是对物理无限小的体积和时间隔Δt（$\Delta t \ll 2\pi/\omega$）内的平均值。

如果不考虑恒定磁场和碰撞的情况，电子运动方程

$$m\ddot{\vec{r}}_n = e\vec{E}_0 e^{i\omega t} = e\vec{E} \qquad (10.b)$$

式中$\vec{E}_0$是电场振幅，在空间和时间上是恒定的，m为电子质量。方程（10.b）的解为

$$\vec{r}_n = -e\vec{E}/(m\omega^2) + \vec{r}_n^{(0)}(t) \qquad (10.c)$$

式中$\vec{r}_n^{(0)}(t)$是不存在电场时的电子矢径。利用（10.c）和$r_n^{(10)}$的相应表达式，由（10.a）可知$\sigma = 0$和

$$\vec{P} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}\vec{E} = \frac{1}{\omega} e \sum_n (\vec{r}_n - \vec{r}_n^{(1)}) = \frac{e^2\vec{E}}{\omega^2}\left(\frac{N}{m} + \frac{N_L}{M_L}\right)$$

因为不存在场时

$$\vec{P} = 0; \qquad \sum_n \left(\vec{r}_n^{(0)} - \vec{r}_n^{(1)(0)}\right) = 0$$

所以

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi e^2}{\omega^2}\left[\frac{N}{m} + \frac{N_L}{M_L}\right] = 0 \qquad (10.d)$$

设不存在负离子时，可以认为等离子体是各向同性的，这时通常有$N/m \gg N_L/M_L$所以式（10.d）近似为

$$\varepsilon = 1 - (4\pi e^2/\omega^2)(N/m)$$

回到式（10），令$\varepsilon(\omega) = 0$，解出

$$\omega = \omega_P = \sqrt{4\pi e^2 N/m}$$

式中N为电子密度；ω_P为等离子体频率。

2．等离子体的小扰动法 假设等离子体的不均匀性中和了伴随电子运动的振荡。现在来计算等离子体的频率。假定

$$\left.\begin{aligned} &\text{离子密度} \quad n^+ = n_0 \\ &\text{电子密度} \quad n^-(\vec{r}, t) = n_0 + n_1(\vec{r}, t) \end{aligned}\right\} \qquad (11.a)$$

式中$n_1(\vec{r}, t)$的值除了某个小区域外，处处为零，且$|n_1| \ll n_0$。由此产生的电场$\vec{E}(\vec{r}, t)$与n_1成正比。这样，此电场就在电子的无规则热运动上叠加了一个小流速$\vec{u}(\vec{r}, t)$，此流速与n_1成正比。因而电子密度方程可以线性化为

质量守恒 $(\partial n_1/\partial t) + n_0 \mathrm{div}\vec{u}^- = 0$ （11.b）

动量守恒 $m^-\partial\vec{u}^-/\partial t = -e\vec{E}$ （11.c）

对（11.c）取散度得

$$m^- \mathrm{div}\left(\frac{\partial \vec{u}^-}{\partial t}\right) + e\,\mathrm{div}\vec{E} = 0 \qquad (11.d)$$

式中的E由下列泊松方程给出

$$\mathrm{div}E = -4\pi n_1 e \qquad (11.e)$$

联立（11.b）和（11.d）得到

$$(\partial^2 n_1/\partial t^2) + (4\pi n_0 e^2 n_1/m_-) = 0$$

此方程的解为$\omega_P = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m_-}$。$\omega_P$为等离子体当地密度的扰动频率，即等离子体振动频率。

四、空间色散和频率色散

现在讨论与ε有关的空间色散和频率色散，找出等离子体介质对激光的吸收、共振吸收、截止屏蔽等非线性效应。

1．空间色散 空间色散是由于给定点上的电极化（或电位移）不仅取决于该点的电场，而且还取决于该点附近的电场所引起的。公式（5）的核$\hat{\varepsilon}_{ij}(\tau, \vec{R})$中，明显不等于零的$\vec{R}$值范围的特征线度$a_S$，取决于所考虑的介质。一般地说，在这个距离$a_S$上，粒子的运动是相关的。在等离子体中，参数$a_S$可采用如下种种长度的量来表达：自由程$l$，磁场内电子轨道半径$r_H = \frac{\vec{v}}{\omega_H} = \vec{v}mc/(|e|H^{(0)})$（其中$\vec{v}$为电子速度，$H^{(0)}$为磁场强度），或者德拜长度

$$\lambda_D = \sqrt{\chi T/(8\pi e^2 N)} = 4.9\sqrt{T(\text{度})/N(\text{厘米}^{-3})}\text{厘米}$$

式中χ为玻尔兹曼常数。λ_D为德拜长度，在数量级上又等于电子的热运动速度$v_T = \sqrt{\chi T/m}$，对应于等离子体振荡频率ω_P的周期$2\pi/\omega_P$内所通过的距离，这个距离为$v_T/\omega_P = \sqrt{\chi T/(4\pi e^2 N)}$。当不存在吸收时，介质的波数$k_N = 2\pi/\lambda$，$\lambda$为介质中的波长。对于等离子体横波，常有$k_N \sim \omega/c$和$\omega \sim \omega_0$，由此$k_N\lambda_D \sim v_T/c$。在这种情况下，非相对论的等离子体内，量$k_N\lambda_D$总是很小的。因为$v_T << c, T << mc^2/\chi$，$T \sim 5\times10^9\,°\mathrm{K}$。由此可以得出结论：对于$T < 5\times10^9\,°\mathrm{K}$的等离子体，空间色散可以忽略。温度$T < 5\times10^9\,°\mathrm{K}$的等离子体，称为“冷”等离子体。当$k_N\lambda_D << 1$时，在各向同性的无碰撞等离子体中，空间色散可以忽略。通常的核聚变的温度$T \sim 10^6 - 10^7\,°\mathrm{K}$的数量级，所以单从温度来看，空间色散可以忽略。我们考虑的激光和等离子体的相互作用，暂时可以忽略空间色散。

2．频率色散 频率色散的物理性质是载荷子的惯性和它们所受到的摩擦所引起的。给定时刻介质中的电极化（或电位移）不仅仅取决于这个时刻的场值，还取决于该时刻前的场值。

当略去空间色散时，可令$\varepsilon'_{ij}(\omega, \vec{\kappa}) = \varepsilon'_{ij}(\omega, 0) = \varepsilon'_{ij}(\omega)$。应该指出，张量$\varepsilon'_{ij}(\omega, \vec{\kappa})$不仅描述介质的电性质，而且描述介质的磁性质。除了$\varepsilon'_{ij}(\omega)$外，还必须引入磁导率$\mu_{ij}(\omega)$。当$\omega \neq 0$时，等离子体的$\mu_{ij}$值也接近于1。

对于"冷"等离子体（$T<10^{8}\,°K$）介质的性质，将由张量$\varepsilon'_{ij}(\omega,\vec{\kappa}=0)=\varepsilon'_{ij}(\omega)$描述。我们把它写为

$$\varepsilon'_{ij}(\omega)=\varepsilon_{ij}(\omega)-i(4\pi/\omega)\sigma_{ij}(\omega) \tag{12}$$

根据等离子体的情况，没有必要把磁感应强度$\vec{B}$和磁场强度$\vec{H}$加以区别。略去空间色散，没有必要取富里叶分量，可以利用下列形式的量：

$$\vec{E}(\omega,\vec{r})=\frac{1}{2\pi}\int\vec{E}(\vec{r},t)e^{-i\omega t}dt$$

鉴于这种情况，可以把麦克斯韦场方程写成如下形式：

$$\text{rot}\,\vec{H}=\left(\frac{4\pi}{c}\right)\vec{j}+\left(\frac{i\omega}{c}\right)\vec{D} \tag{13.a}$$

$$\text{div}\,\vec{D}=4\pi\rho \tag{13.b}$$

$$\text{rot}\,\vec{E}=-\left(\frac{i\omega}{c}\right)\vec{H} \tag{13.c}$$

$$\text{div}\vec{H}=0 \tag{13.d}$$

另外，本构公式$\vec{D}_i=\varepsilon_{ij}(\omega)\vec{E}$，$\vec{j}_i=\sigma_{ij}(\omega)\vec{E}_j$ （13.e）

方程（13.a）—（13.e）的解为

$$\vec{E}(\omega,\vec{r})=\frac{1}{2\pi}\int\vec{\mathbf{E}}(\vec{r},t)e^{-i\omega t}dt,\ \vec{E}\left(\vec{r},t\right)=E(\vec{r})e^{i\omega t} \tag{14}$$

略去空间色散，意味着$\vec{D}$，$\vec{j}$与$\vec{E}$之间的关系是局部性的，即式（13.e）只涉及给定点$\vec{r}$处的量。这就是说，$\varepsilon_{ij}(\omega)$和$\sigma_{ij}(\omega)$同样可以依赖于$\vec{r}$。事实上，在非均匀介质中，情况正是这样。换句话说，关系式（13.e）应更精确地写为（对于j有类似的式子）

$$\vec{D}_i(\vec{r})e^{\omega t}=\varepsilon_{ij}({}^{i}\omega,\vec{r})\vec{E}_j(\vec{r})e^{i\omega t}$$

当不存在外场时即$\vec{H}=H_{ext}^{(0)}=0$，平衡"冷"等离子体是各向同性的：

$$\varepsilon'_{ij}(\omega)=\varepsilon'(\omega)\delta_{ij}\,;\quad \varepsilon'(\varepsilon)=\varepsilon(\omega)-i\left(\frac{4\pi}{\omega}\right)\sigma(\omega) \tag{15}$$

$$\vec{D}=\varepsilon(\omega)\vec{E}\quad;\quad\vec{j}=\sigma(\omega)\vec{E} \tag{16}$$

假定这些方程是线性的，亦即假定ε和σ（或ε_{ij}和σ_{ij}）与场矢量无关。对式（13.c）取旋度，并利用（13.a），得到

$$\mathrm{rot\ rot}\,\vec{E}=\frac{\omega^2}{c^2}\left(\vec{D}-i\frac{4\pi}{\omega}\vec{j}\right) \tag{17}$$

在笛卡尔坐标系中，利用rot rot$=-\Delta+$grad div,方程(17)变为

$$\Delta\vec{E}-\mathrm{grad\ div}\,\vec{E}+\frac{\omega^2}{c^2}\left(\vec{D}-i\frac{4\pi}{\omega}\vec{j}\right)=0 \tag{18}$$

在各向同性的情况下，联立式（16）和（18），得到

$$\Delta E-\mathrm{grad\ div}\,\vec{E}+\frac{\omega^2}{c^2}\left[\varepsilon(\omega)-i\frac{4\pi}{\omega}\sigma(\omega)\right]\vec{E}=0$$

将平衡“冷”等离子体各向同性的公式（15)代入,得到

$$\Delta\vec{E}-\mathrm{grad\ div}\,\vec{E}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon'(\omega)\vec{E}=0 \tag{19}$$

从方程（13.a）和（13.c）消去电场$\vec{E}$，得到

$$\Delta\vec{H}+\left(\frac{1}{\varepsilon'}\right)\mathrm{grad}\,\varepsilon'\times\mathrm{rot}\,\vec{H}+\left(\frac{\omega^2}{c^2}\right)\varepsilon'\vec{H}=0 \tag{20}$$

联立式（13.a）和（16），得到

$$\mathrm{rot}\,\vec{H}=\left(\frac{i\omega}{c}\right)\varepsilon'\vec{E} \tag{21}$$

在各向同性的介质中，对于垂直入射的平面波，方程（19）取下列形式：

$$\frac{d^2\vec{E}}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon'(\omega,z)\vec{E}=0 \tag{22}$$

这个方程适用于两个分量E_x和E_y（因此我们简写作$\vec{E}$）。在方程（19）化到(22)时，我们已经考虑平面波垂直于入射场时，场$\vec{E}$只能依赖于z。在同样的条件下，方程（20）变为

$$\frac{d^2H_{xy}}{dz^2}+\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon'(\omega,z)H_{xy}-\frac{1}{\varepsilon'}\frac{d\varepsilon'(\omega,z)}{dz}\frac{dH_{xy}}{dz}=0 \tag{23}$$

因为div $\vec{H}=0$,所以$d\vec{H_z}/dz=0$,亦即$H_z=$常数。

以上是根据各向同性的介质，$\varepsilon(\omega)$依赖于ω得到的磁场方程（22）和（23）。下面推导$\varepsilon(\omega)$依赖于ω的不同情况下的不同关系式。

①各向同性等离子体中，由于$\varepsilon'(\omega)$的虚部很小，阻尼往往很小，可能存在纵振荡，近似用$\varepsilon'(\omega)=0$分析。

对于等离子体的振荡，不考虑外源和外磁场时有$\vec{H}=0$，所以rot $\vec{H}=0$，代入式（21）得到

$$\varepsilon'(\omega,\vec{r})\vec{E}=0 \tag{24}$$

于是

$$\varepsilon'(\omega,z)E_z=0 \tag{24.a}$$

根据公式（24.a），如果$\varepsilon'(\omega, z)\neq 0$，则$E_z=0$，这是等离子体的横波；相反，如果$E_z\neq 0$，则$\varepsilon'(\omega)=0$，这时$E_x=0$，$E_y=0$，对应于等离子体存在纵振荡。其物理意义为：在等离子体中，由于$\varepsilon'(\omega)$的虚部很小，阻尼往往很小，于是纵向振荡的频率可以近似地为$\varepsilon'(\omega)=0$时，它有一个实根，即等离子体的频率

$\omega_p=\sqrt{4\pi e^2 N/m_-}$，$\omega_p$就是等离子体当地密度扰动频率。任何外加光的振荡频率ω小于等离子体频率ω_p时，光就不能透过等离子体，这是因为更快的等离子体振荡中和了外加场，因而等离子体对于$\omega<\omega_p$的外加场电磁辐射是不透明的［8］，存在着吸收现象。若外加电磁波（激光）的频率等于等离子体的频率$\omega=\omega_p$为共振吸收，则激光作用下的等离子体介质成为绝对黑体。若是外加电磁波的频率大大小于等离子体频率$\omega\ll\omega_p$，则外加电磁波能够透过等离子体，等离子体对这种外加电场（入射激光）成为透明体。所以，美国激光武器评论家Klass指出：屏蔽是实现激光武器重大障碍之一，并且指出激光武器应当向短波长发展［9］。当$\omega>\omega_p$时，就出现反射现象。外来的无线电波在大气层（等离子体层）中发射时出现反射现象，就是$\omega\geqslant\omega_p$反射现象的一个例证［10］。若$\omega\gg\omega_p$，则又开始吸收，反射系数并逐步减小［11］。

②对于等离子体介质，不考虑恒定磁场，不考虑碰撞时，求$\varepsilon'(\omega)$对ω的依赖关系。在这种情况下，每个电子和每个质量为M_L的离子运动方程，前面“电子和离子的运动方法”分析中已经讨论过，即公式（10.d）。

碰撞的作用导致电导率σ不等于零和能量吸收。在上述的假设中，σ为什么不等于零是很明显的，因为不存在碰撞。电子没有把能量传递给离子和分子，而在场（库仑场等）作用下振荡。

③计及电子-分子（原子），电子-离子的碰撞，忽略电子-电子碰撞时，求$\varepsilon(\omega)$依赖于ω的关系。碰撞的作用，导致电导率σ不等于零，并有能量吸收。可以通过电子运动方程，加进去摩擦力的作用，把碰撞考虑进去。

摩擦力$g\dot{\vec{r}}$为碰撞引起的单位时间内动能的变化。这个变化，又等于$m\nu_{eff}\dot{\vec{r}}$（其中ν_{eff}为单位时间内有效碰撞次数，即频率）。对于每一次碰撞，电子将数量级为$m\dot{\vec{r}}$的动能传递给分子或离子，其中$\dot{\vec{r}}$为场使电子获得的定向速度。实际上，$\nu_{eff}=g/m$定义为$\nu=\pi a^2 N m\tilde{v}$，这里a为分子的有效半径，$\tilde{v}$为某一平均的电子速度。根据动量守恒定律，电子-电子碰撞不会直接引起摩擦，所以可以忽略。

在上述的假设下，当计及碰撞时电子运动方程为

$$m\ddot{\vec{r}}_{n}+m\nu_{eff}\dot{\vec{r}}=e\vec{E}_0e^{i\omega t} \qquad (25)$$

这个方程的解为

$$\dot{\vec{r}}=-e\vec{E}_0e^{i\omega t}/[m\omega(i\omega+\nu_{eff})] \qquad (25.a)$$

因为不存在场，所以$\vec{P}=0$，$e\sum_n\left(\vec{r}_n-\vec{r}_n^{(1)}\right)=0$。

于是

$$\frac{\varepsilon-1}{4\pi\vec{E}}=e\sum_{n=1}^{N}\left[-\frac{e\vec{E}}{m\omega(i\omega+\nu_{eff})}+\frac{e\vec{E}}{M_L\omega(i\omega+\gamma_{eff})}\right]$$

$$=\frac{e^2\vec{E}}{\omega(i\omega+\nu_{eff})}\left[-\frac{N}{m}+\frac{N_L}{M_L}\right]$$

$$\varepsilon=1+\frac{4\pi e^2}{\omega(i\omega+\nu_{eff})}\left[-\frac{N}{m}+\frac{N_L}{M_L}\right]$$

$$\varepsilon=1-[4\pi e^2N/m(\omega^2+i\nu_{eff}\omega)] \tag{25.b}$$

$$\sigma=\nu_{eff}[(1-\varepsilon)/(4\pi)]=e^2N\nu_{eff}/[m(\omega^2+i\omega\gamma_{eff})]$$

通常$\omega>>\nu_{eff}$，故 $\varepsilon\approx1-[4\pi e^2N/(m\omega^2)]$，

$$\sigma\approx e^2N\gamma_{eff}/(m\omega^2)=2.53\times10^8N\nu_{eff}/\omega^2$$

现在求ν_{eff}，这需要利用玻尔兹曼方程。根据［10］，玻尔兹曼方程的适用条件为$\alpha>>1$，$\alpha=16\pi\lambda^3_DN$，$\lambda_D=4.9\sqrt{T/N}$厘米。我们所考虑的情况，通常是符合这个条件的。

气体状态用分布函数$f(t,\vec{r},\vec{v})$描述，其定义为体积$d\vec{v}\,d\vec{r}=dx\,dy\,dz\cdot dv_xdv_y\,dv_z$内的平均粒子数$dN=fd\vec{r}\,d\vec{v}$，其中$\vec{v}$为粒子速度，$\vec{r}$为空间矢量。根据定义有

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t,\vec{r},\vec{v})\,d\vec{v}=N \tag{26}$$

式中N为时刻t在$\vec{r}$处的粒子速度。函数f必须由下列玻尔兹曼方程确定：

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{v}\cdot\mathrm{grad}_rf+\frac{e}{m}(\vec{E}+\frac{1}{c}\vec{v}\times\vec{H})\cdot\mathrm{grad}_{\vec{v}}f+S=0 \tag{26.a}$$

式中e为所考虑的粒子的电荷，m为所考虑的粒子的质量，$\vec{E}$为电场，$\vec{H}$为磁场，S称为碰撞积分，由所考虑的粒子（例如电子）和所有其它粒子（电子、离子、分子、原子）碰撞所引起的函数f的变化来确定。S中还可以包括由诸如电离、非弹性散射等各种过程引起的f的变化项。

在平衡状态下和不存在电磁场时，分布函数是熟知的麦克斯韦函数

$$f=f_{00}(\vec{v})=N\left[m/(2\pi\chi T)\right]^{3/2}e^{-m\vec{v}^2/(2\chi T)} \tag{26.b}$$

容易看出（26.b）满足归一化条件（26），因此

$$\int f_{00}d\vec{v}=4\pi\int f_{00}v^2\,d\vec{v}=N \tag{26.c}$$

暂时忽略空间色散，暂时不考虑电子间的碰撞，可把初始方程写为

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial f_1}{\partial t}+\frac{\partial \vec{E}}{\partial m}\frac{\partial f_{00}}{\partial \vec{v}}+\nu(\vec{v})f=0 \\ &f=f_{00}+\frac{\vec{v}\cdot f_1(\vec{v})}{\vec{v}},\quad f_{00}=N\left[m/(2\pi\chi T)\right]^{3/2} e^{m\vec{v}^2/2\chi T} \end{aligned}\right\} \quad (27.a)$$

其中$\nu=\nu_m+\nu_i$为碰撞频率。

根据弱场的假设，分布函数的对称部分取麦克斯韦数，其电子温度T_e等于重粒子温度。若电场等于零，则式（27.a）表明

$$f_1(t,\vec{v})=f_1(0,\vec{v})e^{-\nu(\vec{v})t}$$

即分布函数的非对称部分是阻尼的，而且在定态下$f=f_{00}$。

为了求出随时间变化的均匀电场内的ε和σ，必须在式（27.a）中，令$\vec{E}=\vec{E}_0e^{i\omega t}$，并求出$f_1=f_{10}e^{i\omega t}$形式的解。这样立即得到

$$f_1=-e\vec{E}\cdot\frac{\partial f_{00}}{\partial \vec{v}}\Big/\left\{m\left[i\omega+\nu(\vec{v})\right]\right\} \quad (27.b)$$

于是，总的电流密度为

$$\vec{j}'=e\int\vec{v}fd\vec{v}=e\int\vec{v}\frac{(\vec{v}f_1)}{\vec{v}}d\vec{v}=e\int\vec{v}(\vec{v}f_1)\vec{v}\,d\vec{v}\,d\Omega$$

$$=\frac{4\pi}{3}e\int_0^\infty f_1\vec{v}^3d\vec{v}=\frac{8e^2N\vec{E}}{3m\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\frac{\vec{u}^4e^{-\vec{u}^2}d\vec{u}}{i\omega+\nu(\vec{u})}$$

$$=\frac{8e^2N\vec{E}}{3m\sqrt{\pi}}\left\{\int_0^\infty\frac{\nu(\vec{u})\vec{u}^4e^{-\vec{u}^2}d\vec{u}}{\omega^2+\nu^2(\vec{u})}-i\omega\int_0^\infty\frac{\vec{u}^4e^{-\vec{u}^2}d\vec{u}}{\omega^2+\nu^2(\vec{u})}\right\} \quad (27.c)$$

其中求积分时利用了速度空间中的球面极坐标系，其极轴沿f_1方向（因此$d\vec{v}=\vec{v}^2d\vec{v}d\Omega=2\pi\vec{v}^2\sin\theta\,d\vec{v}d\theta$，$\theta$为$f_1$和$\vec{v}$之间的夹角）。

我们又令 $$u=\sqrt{m/(2\chi T)}\,\vec{v} \quad (27.d)$$

并考虑到 $$\frac{\partial f_{00}}{\partial \vec{v}}=-\frac{m\vec{v}}{\chi T}f_{00}=-\frac{N}{2\pi^{3/2}}\left(\frac{m}{\chi T}\right)^{2}\vec{u}e^{-\vec{u}^2}$$

根据ε和σ的定义得到

$$\vec{j}'=(\sigma+i\omega\frac{\varepsilon-1}{4\pi})\vec{E}=i\omega\frac{\varepsilon'-1}{4\pi}\vec{E}' \qquad (27.e)$$

令式（27.c）和（27.e）相等，就能求出ε和σ。常常利用有效碰撞频率ν_{eff}求出

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon=1-\{4\pi e^2N/[m(\omega^2+\nu^2_{eff})]\}\\&\sigma=e^2N\nu_{eff}/[m(\omega^2+\nu^2_{eff})]\end{aligned}\right\} \qquad (27.f)$$

假设$\omega>>\nu_{eff}$，则

$$\varepsilon=1-[4\pi e^2N/(m\omega^2)], \quad \sigma=e^2N\nu_{eff}/(m\omega^2) \qquad (27.g)$$

由（27.c），（27.e），（27.g）求得

$$\nu_{eff}=\frac{8}{3\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \nu(\vec{u})\vec{u}^4e^{-\vec{u}^2}d\vec{u}$$

$$=\frac{2}{3\sqrt{2\pi}}\left(\frac{m}{\chi T}\right)^{5/2}\int_0^\infty \nu(\vec{v})\vec{v}^4e^{-m\vec{v}^2/(2\chi T)}d\vec{v} \qquad (27.h)$$

（27.h）中的量$\nu(\vec{u})$应取

$$\left.\begin{aligned}&\nu_{em}\equiv\nu_m=\vec{v}/l_m=q_m(\nu)\vec{v}N_m\\&\nu_{ei}\equiv\nu_i=\vec{v}/l_i=q_i(\nu)\vec{v}N_i\\&q_{mi}(\vec{v})=2\pi\int_0^{2\pi}q_{mi}(\vec{v},\theta)(1-\cos\theta)\sin\theta d\theta\end{aligned}\right\} \qquad (27.i)$$

其中$\vec{v}$用$\sqrt{2\nu T/m}\,u$代替，N_m为分子密度，N_i为离子密度，$q_{mi}(\theta,\vec{v})$为电子-分子和电子-离子碰撞的微分截面。

应该指出，精确地计算$q_{mi}(\vec{v},\theta)$值是十分困难的。电子和分子碰撞的情况下，分子可以用具有有限半径a的刚球来代替。对于电子和静止刚球的碰撞，有

$$\left.\begin{aligned}&q_m(\vec{v},\theta)=a^2/4 && \text{微分截面}\\&q_m(\vec{v})=\pi a^2 && \text{输运截面}\\&\nu_m=q_m\nu N_m=\pi a^2\nu N_m\end{aligned}\right\} \qquad (27.j)$$

对于电子和离子的碰撞，输运截面由下列熟知的卢瑟福公式给出

$$
\left.\begin{aligned}
q_i(\vec{v},\theta) &= \frac{1}{4}\left(\frac{e^2}{m\vec{v}^2}\right)^2 \csc^4\frac{\theta}{2} \\
q_i(\vec{v}) &= 2\pi\left(\frac{e^2}{m\vec{v}^2}\right)^2 \ln\left(1+\cot^2\frac{\theta_{min}}{2}\right) \\
&= 2\pi\left(\frac{e^2}{m\vec{v}^2}\right)^2 \ln\left(1+\frac{P_m^2 m^2\vec{v}^4}{e^4}\right) \\
\nu_i &= q_i(\vec{v})\,\nu N_i
\end{aligned}\right\} \qquad (27.k)
$$

式中θ_{min}最小偏转角，$P_m = [e^2/(m\vec{v}^2)]\cot(\theta_{min}/2)$为最大碰撞参数，$\vec{v}$为远离离子的电子速度，如果离子电荷等于$ze$，则式中的$e^4$应由$z^4e^4$取代之。式中的对数，常常被称为库仑对数。

根据［10］，实际观察到的截面q_m随电子速度的减小而减小，并且$q_m \sim \sqrt{T}$，由此$\nu_{eff,m} \sim T$。但是，不清楚这些数据适用范围的可靠程度。

假定分子半径为a的刚球，因此取ν_m的表达式（27.j），由（27.h）求出

$$\nu_{eff,m} = (4\pi/3)a^2\bar{v}N_m = 8.3\times10^5\pi a^2\sqrt{T}N_m \qquad (27.l)$$

式中$\bar{v} = \sqrt{8\chi T/(\pi m)}$为电子的算术平均速度。计算电子-离子的碰撞频率$\nu_{eff}$把$\nu$的表达式（27.k）代入（27.h）。同时利用$P_m = \lambda_D = [\chi T/(8\pi e^2 N_+)]^{1/2}$得到

$$
\left.\begin{aligned}
\nu_{eff,i}\frac{2}{3} &= \pi\frac{e^4}{(\chi T)^2}\bar{v}N_i \int_0^\infty \frac{\alpha^2 x e^{-x}dx}{1+\alpha^2 x} \\
\alpha &= \frac{2\chi T P_m}{e^2} = \frac{2\chi T\lambda_D}{e^2} = \left(0.54\frac{\chi T}{e^2 N_+^{1/3}}\right)^{3/2} \\
&= \left(324T/N_+^{1/3}\right)^{3/2}
\end{aligned}\right\} \qquad (27.m)
$$

$N_i = N_+ + N_-$，$N_+ = N_- + N$

到此为止，已用较为冗长的篇幅分析了$\varepsilon(\omega)$与ω的关系，由此涉及ν_{eff}，$q_{mi}(\vec{v},\theta)$和$q_{mi}(\vec{v})$的量。必须说明，分析性的计算，尤其是$q_{mi}(\vec{v},\theta)$和$q_{mi}(\vec{v})$的精确度的计算是可能的［11］。

五、激光和等离子体相互作用吸收系数

激光是单色的电磁波，它在等离子体中传播速度$\vec{v} = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$。

据根［12］，对于等离子体，参考非简并电子气体磁化$\chi_{\mu i}$：

$$\chi_\mu = \frac{\mu - 1}{4\pi} = \frac{2}{3}\left(\frac{eh}{2mc}\right)^2 \frac{N}{\chi T} \qquad (28)$$

这里已经计及电子自旋磁矩；无自旋时$\chi\mu<0$，其绝对值为式（28）的一半。h为普朗克常数。进行数量级分析，$eh/(2mc)=9.3\times10^{-21}$；$N=10^{19}$；$T=10^7$；$\chi=10^{-12}$；所以$\chi\mu\sim(10^{-21})^2\times10^{19+5}=10^{-18}$；所以$\mu\approx1$。

复介电常数ε可以写成$\varepsilon=\varepsilon_R+i\varepsilon_I$（式中$\varepsilon_R$为介电常数$\varepsilon$的实部，$\varepsilon_I$为介电常数$\varepsilon$的虚部）。从麦克斯韦方程,解出波的能量的复数形式为$E(x,t)=E_0e^{i(kx+\omega t)}$。对于任意一个波矢量有$\kappa=2\pi/\lambda=2\pi/\left(\frac{u}{\omega}\right)=2\pi\omega/\vec{v}=2\pi\sqrt{\varepsilon}\,\omega/c$。另外

$$E(x,t)=E_0{}^{i(kx+\omega t)}$$

$$=E_0 e^{i\frac{2\pi\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_R}\,x-\frac{\pi\omega}{c}\frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_R}x}$$

伍漠夫-坡印廷矢量 $\vec{S}=[c/(4\pi)]\vec{E}\times\vec{H}$；电磁能量密度$w=\dfrac{\varepsilon\vec{E}^2+\mu\vec{H}^2}{8\pi}$

$$=[\varepsilon/(4\pi)]\vec{E}^2=[\mu/(4\pi)]\vec{H}^2;$$

所以激光能量可以写成如下形式：

$$I(x)=A_0|E(x)|^2=A_1e^{-(2\pi\omega/c)\varepsilon_1(x/\sqrt{\varepsilon_R})} \qquad (29)$$

如果电磁能量损耗小到可以忽略，则介电常数ε和μ都是实数；ε和μ的虚部决定介质中电磁能的损耗。

吸收系数K_α是激光通过介质dx距离之后,损失的电磁能$dI(x)$与总能之比值。

$$K_\alpha=-\frac{dI(x)}{I(x)d_x}=-\frac{d\ln I(x)}{dx}=\omega\varepsilon_I/(c\sqrt{\varepsilon_R}) \qquad (30)$$

根据上面的分析有

$$\varepsilon(\omega)=1-[\omega_0{}^2/\omega^2]/[1+(i\nu/\omega)]$$

$$=1-(\omega_0{}^2/\omega^2)\ [1-(i\nu/\omega)]/[1+(\nu^2/\omega^2)]$$

实部$\varepsilon_R=1-(\omega_0{}^2/\omega^2)/[1+(\nu^2/\omega)]$

$$=[1+(\nu^2-\omega_0{}^2)/\omega^2]/[1+(\nu^2/\omega^2)]$$

虚部$\varepsilon_I=\left(\frac{\nu}{\omega}\right)\left(\frac{\omega_0{}^2}{\omega^2}\right)/[1+(\nu^2/\omega^2)]$

分别代入得到吸收系数

$$K_\alpha=\left[\frac{\omega}{c}\,\frac{\nu}{\omega}\,\frac{\omega_0{}^2}{\omega^2}/\left(1+\frac{\nu^2}{\omega^2}\right)\right]\Big/\sqrt{\left(1+\frac{\nu^2-\omega_0{}^2}{\omega^2}\right)\Big/\left(1+\frac{\nu^2}{\omega^2}\right)}$$

式中$\omega_0 = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$为共振频率；$\omega$为激光束频率；$\nu$为等离子体的碰撞频率。用式（27.h）和（27.i）计算频率ν，也可近似用等效频率来代替（$\nu=\nu_{eff}$）。这里还有$q_{mi}(\vec{v}, \theta)$，$q_{mi}(\vec{v})$，这确实是很冗长的计算。但是，总算给出了一种“激光和等离子体相互作用的吸收系数$K\alpha$”的计算方法。

六、结　　论

根据［8］，波长和相速度在截止时都变为无穷大，而共振时则为零。在这两种情况中，群速度都为零。从物理现象来说，截止时波被反射，共振时波被吸收。

在上述的分析中，激光频率ω等于等离子体频率ω_p时，等离子体为绝对黑体，波被共振吸收；$\omega<\omega_p$时，外加的电磁波（激光）不能透过等离子体，这是因为更快的等离子体振荡中和了外加场；若$\omega \ll \omega_p$时，则外加电磁波能透过等离子体，等离子体成为透明介质；当$\omega \gg \omega_p$时，出现反射现象，无线电波在大气层中出现的反射现象，就是一个例证；当$\omega \gg \omega_p$时，又开始穿透（或吸收）。［14］的实验报告证明了上述的结论。

文献［2］和［14］引用了Kramers吸收系数(或称反轫致辐射吸收系数)，基本上采用了电子-离子，电子-原子的弹性碰撞轫致辐射的模型，即电子通过弹性的轫致辐射形式的碰撞产生加速度，产生吸收和发射的综合过程的原理。文献［11］指出，电子-离子碰撞时，弹性碰撞的能量损失Q_u与轫致辐射形式的弹性碰撞的能量损失Q_m比，轫致辐射的能量损失仅仅是弹性碰撞的一小部分（$Q_u/Q_m = 2m/M$的量级，m是电子质量，M是原子或离子质量)。对于超相对论粒子的辐射能量损失，必然超过弹性碰撞的能量损失。所以，从1923年Kramers开始，相继1951年Landau和Lifshitz，1961年Qster所作的反轫致辐射的推导计算，也称为“Kramers吸收系数”的计算。这些模型的推导计算虽然是严格的，但是应用到实际等离子体，其正确范围，误差程度是不明确的。

类似于［14］的一些吸收系数的计算，都进行量子力学受激发射Gaunt因子的修正。对于吸收系数，现有的一些模型本身的误差，已经大大超过了Gaunt因子的修正（Gaunt因子近似等于1）。所以，本文推导吸收系数K_α时暂不提及Gaunt因子的修正。

总之，这项课题尚须进一步用理论和实验进行研究和探讨。

在完成本文的过程中，得到了朱如曾同志的热情帮助，在此表示感谢！

参考文献

［1］Аскрьян, Г.А.（1962），ЖЭТФ，42：1568.

［2］Krokhin, O.N.（1971），Fisica delle alte densita di energia, Rendiconti della scuola Tnternazinale di Fisica “Enrico Fermi” 48 corso, Academic Press：278.

[3] Larson, A.R. (1974), Calculations of Laser-Induced Spall in aluminum targets, AEC Rep. LA-5619-MS.
[4] Hoffman, C.G. (1974), J. Appl. Phys., 45: 2125. 又见Some effects of laser irradiation on aluminum, AEC Rep. LA-6189-MS (1976).
[5] Pirri, A.N. (1973), Phys. Fluids, 16: 1435.
[6] Yabe, T., Niu, K. (1979), A model for super-compression of a structured slab (1979年日本流体力学访华代表团专题报告讲稿).
[7] Mclean, T.P. (1977), Linear and non-linear optics of condens-ed matter, Interaction of Radiation with condensed matter, International Atomic Energy Agency, Vienna.
[8] T.J.M.博伊德，J.J.桑德森著，戴世强、陆志云译(1977)，等离子体动力学.
[9] 赖群（1978），破坏机理国外研究动态，国外激光1：1
[10] B.Л.金兹堡著，钱善瑎译（1978），电磁波在等离子体中的传播.
[11] Bekefi, G. (1966). Radiation Processes in Plasmas.
[12] Bloch, F. (1934), The molecular theory of magnetism (Molekulartheorie der Magnetismus), Handbuch edr Radiologie, 2nd edition, b(Ⅱ) Akademische Verlagsgesell-Schaft, Leipzig: 375—484.
[13] Басоб, H.T. (1968), ЖТФ, 38: 1973.
[14] 赵伊君（1976），强激光脉冲辐射金属材料时产生高压效应的估计，国防科技大学学报，3.

复合材料的力学问题*

中国科学院力学研究所　程屏芬

目前，复合材料在现代技术的各个部门得到了越来越广泛的应用。复合材料有很大的潜力，这不仅是因为它的比力学性能高，而且是因为可根据结构应力状态和作用在结构上的载荷特性，用改变增强纤维排列的方法得到合乎需要的材料。复合材料的力学问题，不仅很重要而且很复杂。复合材料理论不仅对确定结构的应力-应变状态，而且对材料和结构设计的优化都是非常需要的。

研究复合材料的变形和强度性质，存在着二个方向：(1)唯象学方向，它采用各异性材料的力学理论，并在实验的基础上确定材料常数；(2)以结构考虑为基础的结构学方向，这是把复合材料特性和它的组分的力学特性联系起来，这样，按照复合材料组分的力学性质（如弹性、粘弹性、塑性等），可预计复合材料的性质。对规则的增强材料，各位作者所得的结果彼此比较接近〔1〕，其结果与试验相吻合，所以可在实际计算

* 1981年5月5日收到。