设计方案雏议

圆柱壳体的弯曲蠕变屈曲*

李国琛

（中国科学院力学研究所）

提要　本文利用作者提出的比应力-应变方法分析了圆柱壳体的弯曲蠕变屈曲，结果与已有的实验趋向相符．根据蠕变屈曲的特点，作者建议在工程设计中采取按要求的临界时间确定可承受的载荷应力，比之通常用的给定应力预计寿命更为恰当和可取．

一、引　言

结构元件的蠕变屈曲已被研究多年．由于它既有几何的又有材料性质的非线性关系，再加上时间因素，因此问题是相当复杂的；至今仍是板壳屈曲理论中的一项重要课题．文献〔1〕利用应变硬化蠕变理论计算屈曲前变形，假设屈曲瞬时为弹性过程，结合经典意义的屈曲方程以确定临界时间．文献〔2〕用 Norton 蠕变律按极值型屈曲准则或限定变形量作为破坏点计算破坏时间，其中假定了瞬时的弹塑性应变与蠕变相互无关．文献〔3〕采用了 Norton 蠕变率，但结合弹性屈曲准则处理了球壳．

在文献〔4〕中，作者曾论述了蠕变屈曲下的本构关系和屈曲准则．从材料的瞬时应力-应变曲线和相同温度下的蠕变曲线可以导出一族等时应力-应变曲线，如图 1 所示．利用这些曲线可以近似为相似曲线这一特点，将其纵坐标上的应力值除以自身的等时模量（如等时的弹性模量 E_i）则可将图 1 转换为图 2，即比应力-应变曲线（图 2a）及等时模量

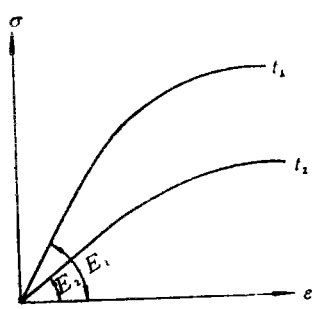


图 1

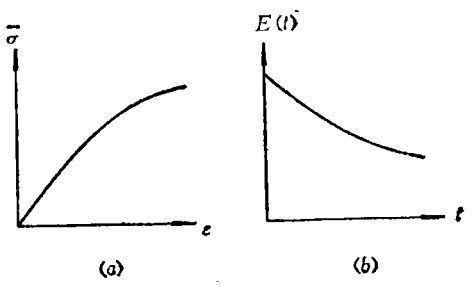


图 2

* 1980 年 7 月 2 日 收到．

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

与时间的关系图．计算时可以利用比应力-应变曲线结合塑性形变理论作为本构关系．这样就把蠕变问题化简为一般塑性计算．蠕变屈曲的准则仍可用经典意义的判据．

以下将延用这一方法分析弯曲受载下(或非均匀轴压下)圆柱壳体的蠕变屈曲．为简化计算，可以假定屈曲前是无矩状态．与已有的实验[5]相比，进一步证实了由以上蠕变关系所归结出的比应力-应变方法和经典意义的屈曲准则在计算分析时的简便性和可靠性．据此，可以改变过去只能给定载荷确定临界时间的提法，进一步作到预定临界时间，从而确定可承受的载荷应力．

二、屈曲方程

平衡方程(屈曲时)

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \delta N_x}{\partial x}+\frac{\partial \delta N_{xy}}{\partial y}=0\\
&\frac{\partial \delta N_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \delta N_y}{\partial y}=0\\
&\frac{\partial^2 \delta M_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial\ \delta M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 \delta M_y}{\partial y^2}+\frac{\delta N_y}{R}\\
&\qquad +N_x\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2}+2N_{xy}\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x\partial y}+N_y\frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2}=0
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

其中 N_x、N_y、N_{xy} 为已知的屈曲前中面力，其他均为屈曲时的增量．

比应力-应变的增量关系

采用塑性形变理论的增量形式作为屈曲时比应力与应变之间的增量关系，即

$$\left.\begin{aligned}
\delta\varepsilon_x&=a_{11}\left(\frac{\delta\sigma_x}{E}\right)+a_{12}\left(\frac{\delta\sigma_y}{E}\right)+2a_{13}\left(\frac{\delta\tau_{xy}}{E}\right)\\
\delta\varepsilon_y&=a_{12}\left(\frac{\delta\sigma_x}{E}\right)+a_{22}\left(\frac{\delta\sigma_y}{E}\right)+2a_{23}\left(\frac{\delta\tau_{xy}}{E}\right)\\
\delta\gamma_{xy}&=2a_{13}\left(\frac{\delta\sigma_x}{E}\right)+2a_{23}\left(\frac{\delta\sigma_y}{E}\right)+4a_{33}\left(\frac{\delta\tau_{xy}}{E}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

其中右端括号内为各比应力增量，E为各等时应力-应变曲线上的弹性模量(即等时弹性模量)其他材料参数表示如下：

$$a_{11}=\frac{1}{e_s}+\frac{9}{4}\left(\frac{1}{e_t}-\frac{1}{e_s}\right)\xi_{xx}^2$$

$$a_{12}=\left(\frac{1-2\nu}{2}-\frac{1}{2e_s}\right)+\frac{9}{4}\left(\frac{1}{e_t}-\frac{1}{e_s}\right)\xi_{xx}\xi_{yy}$$

$$2a_{13}=\frac{9}{2}\left(\frac{1}{e_t}-\frac{1}{e_s}\right)\xi_{xx}\xi_{xy}$$

$$a_{22}=\frac{1}{e_s}+\frac{9}{4}\left(\frac{1}{e_t}-\frac{1}{e_s}\right)\xi_{yy}^2$$

$$2a_{23}=\frac{9}{2}\left(\frac{1}{e_t}-\frac{1}{e_s}\right)\xi_{yy}\xi_{xy}$$

$$4a_{33}=\frac{3}{e_s}-(1-2\nu)+\frac{9}{4}\left(\frac{1}{e_t}-\frac{1}{e_s}\right)\xi_{xy}^2$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$e_t=\frac{E_t}{E}\text{(比切线模量)},\quad e_s=\frac{E_s}{E}\text{(比割线模量)}$$

$$\xi_{xx}=\frac{S_{xx}}{\sigma_e},\quad \xi_{yy}=\frac{S_{yy}}{\sigma_e},\quad \xi_{xy}=\frac{S_{xy}}{\sigma_e}$$

S_{xx}、S_{yy}、S_{xy}为屈曲前中面力所构成的应力偏量，σ_e为应力强度

$$\left(=\frac{1}{h}\sqrt{N_x^2-N_xN_y+N_y^2+3N_{xy}^2}\right),$$

h为壳壁厚，ν是等时应力-应变下的泊松系数，但实际计算表明它的大小(从0.3到0.5)对最终结果影响很小，可以取作瞬时应力-应变下的数据.

求(2)的逆形式，并注意到

$$\int_{-h/2}^{h/2}\delta\varepsilon_x z\,dz=-\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2},\quad \delta M_x=\int_{-h/2}^{h/2}\delta\sigma_x z\,dz,\quad (xy)$$

可以得到：

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\delta M_x}{Eh^3/12}\right)&=-\left(A_{11}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}+A_{12}\frac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}+2A_{13}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x\partial y}\right)\\ \left(\frac{\delta M_y}{Eh^3/12}\right)&=-\left(A_{12}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}+A_{22}\frac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}+2A_{23}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x\partial y}\right)\\ \left(\frac{\delta M_{xy}}{Eh^3/12}\right)&=-\left(A_{13}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}+A_{23}\frac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}+2A_{33}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x\partial y}\right)\end{aligned}\right\}\qquad(3)$$

其中

$$A_{11}=\frac{4}{\triangle}(a_{22}a_{33}-a_{23}^2),\quad A_{12}=\frac{4}{\triangle}(a_{13}a_{23}-a_{12}a_{33})$$

$$A_{13}=\frac{2}{\triangle}(a_{12}a_{23}-a_{22}a_{13}),\quad A_{22}=\frac{4}{\triangle}(a_{11}a_{33}-a_{13}^2)$$

$$A_{23}=\frac{2}{\triangle}(a_{12}a_{13}-a_{11}a_{23}),\quad A_{33}=\frac{1}{\triangle}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)$$

$$\triangle=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&2a_{13}\\ a_{12}&a_2&2a_{23}\\ 2a_{13}&2a_{23}&4a_{33}\end{vmatrix}.$$

由于屈曲前采取了无矩的假设，所以a_{ij}各系数均与z无关.

又中面应变增量部分有

$$\int_{-h/2}^{h/2}\delta\varepsilon_x dz=\varepsilon_1 h,\quad \delta N_x=\int_{-h/2}^{h/2}\delta\sigma_x dz,\quad (xy)$$

所以

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1&=\frac{1}{Eh}(a_{11}\delta N_x+a_{12}\delta N_y+2a_{13}\delta N_{xy})\\ \varepsilon_2&=\frac{1}{Eh}(a_{12}\delta N_x+a_{22}\delta N_y+2a_{23}\delta N_{xy})\\ \gamma&=\frac{1}{Eh}(2a_{13}\delta N_x+2a_{23}\delta N_y+4a_{33}\delta N_{xy})\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

应变-位移关系(屈曲时)

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\left.\begin{aligned}&\delta\varepsilon_x=\varepsilon_1-z\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2},\quad \delta\varepsilon_y=\varepsilon_2-z\frac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}\\&\delta\gamma_{xy}=\gamma-2z\frac{\partial^2\delta w}{\partial x\partial y}\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

由此得到协调方程

$$\frac{\partial^2\varepsilon_1}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\gamma}{\partial x\partial y}+\frac{1}{R}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}=0\tag{6}$$

设

$$\delta N_x=\frac{\partial^2\delta F}{\partial y^2},\quad \delta N_y=\frac{\partial^2\delta F}{\partial x^2},\quad \delta N_{xy}=-\frac{\partial^2\delta F}{\partial x\partial y}\tag{7}$$

则由以上各方程可以导出实际求解时所需要的以 δw、δF 表示的平衡方程和协调方程.

若屈曲前只作用有非均匀的轴压，如文献〔6〕、〔7〕，壳壁中的轴向力

$$N_x=-N(y)$$

其中 y 代表环向. 此时 $N_y=N_{xy}=0$，又挠度 $w=\text{const}$. 这一屈曲前的解，在均匀轴压下，是可以满足平衡方程及协调方程的，只是不能与边界条件相一致. 但在非均匀轴压下，则一般只能满足平衡方程.

由以上假设的条件将有

$$a_{13}=a_{23}=A_{13}=A_{23}=0$$

利用(1)、(3)、(4)、(6)、(7)，屈曲方程可以简化为：

$$\begin{aligned}&\frac{Eh^3}{12}\Big[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Big(A_{11}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}+A_{12}\frac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}\Big)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big(A_{12}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}+A_{22}\frac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}\Big)\\&\quad+4\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\Big(A_{33}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x\partial y}\Big)\Big]-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\delta F}{\partial x^2}+N(y)\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}=0\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial^2}{\partial y^2}\Big(a_{11}\frac{\partial^2\delta F}{\partial y^2}+a_{12}\frac{\partial^2\delta F}{\partial x^2}\Big)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Big(a_{12}\frac{\partial^2\delta F}{\partial y^2}+a_{22}\frac{\partial^2\delta F}{\partial x^2}\Big)\\&\quad+4\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\Big(a_{33}\frac{\partial^2\delta F}{\partial x\partial y}\Big)+\frac{Eh}{R}\frac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}=0\end{aligned}\tag{9}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}&a_{11}=\frac{1}{e_t},&&a_{12}=\frac{1-2\nu}{2}-\frac{1}{2e_t}\\&a_{22}=\frac{3}{4e_s}+\frac{1}{4e_t},&&a_{33}=\frac{3}{4e_s}-\frac{1-2\nu}{4}\\&A_{11}=\frac{a_{22}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2},&&A_{12}=-\frac{a_{12}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2}\\&A_{22}=\frac{a_{11}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2},&&A_{33}=\frac{1}{4a_{33}}\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

此时 e_s、e_t 仅为 y 的函数，而沿轴向 x 不变.

采用 13 点差分方案(见附录)，可以将(8)、(9)离散化为：

$$\begin{aligned}&\big[A_{11ij}D_{kl}^{4i}+\alpha^2\big(2A_{12ij}D_{kl}^{2i2j}+2D_{rs}^{1j}A_{12rs}\cdot D_{kl}^{2i1j}+D_{rs}^{2j}A_{12rs}\cdot D_{kl}^{2i}\big)\\&+\alpha^4\big(A_{22ij}D_{kl}^{4j}+2D_{rs}^{1j}A_{22rs}\cdot D_{kl}^{3j}+D_{rs}^{2j}A_{22rs}\cdot D_{kl}^{2j}\big)+\\&+4\alpha^2\big(A_{33ij}D_{kl}^{2j2j}+D_{rs}^{1j}A_{33rs}\cdot D_{kl}^{2j1j}\big)+\frac{P_{ij}}{m^2(1-\nu^2)}D_{kl}^{2i}\big]\bar{\delta}_{kl}\\&-\frac{Z}{m^2\sqrt{1-\nu^2}}D_{KL}^{2i}\bar{f}_{KL}=0\end{aligned}\tag{11}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\{\alpha^4(a_{11ij}D^{4j}_{kl}+2D^{1j}_{rs}a_{11rs}\cdot D^{3j}_{kl}+D^{2j}_{rs}a_{11rs}\cdot D^{2j}_{kl})+$$
$$\alpha^2(2a_{12ij}D^{2+2j}_{kl}+2D^{1j}_{rs}a_{12rs}\cdot D^{2+1j}_{kl}+D^{2j}_{rs}a_{12rs}\cdot D^{2j}_{kl})+$$
$$a_{22ij}D^{4j}_{kl}+4\alpha^2(a_{33ij}D^{2+2j}_{kl}+D^{1j}_{rs}a_{33rs}\cdot D^{2+1j}_{kl})\}\bar{f}_{kl}$$
$$+\frac{12Z}{m^2\sqrt{1-\nu^2}}D^{2j}_{kl}\bar{\delta}_{kl}=0 \tag{12}$$

其中 i—顺轴向 x 排列的序号，

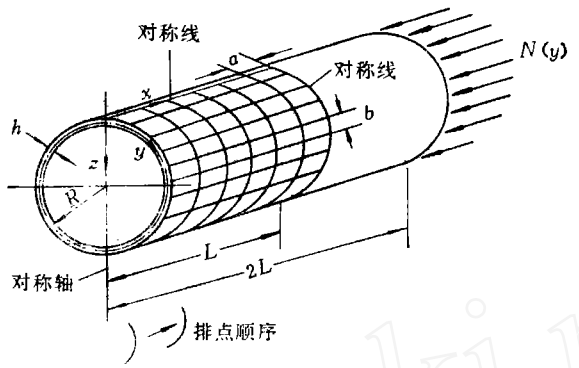


图 3

j——顺环向 y 排列的序号，k、r——$i-2$、$i-1$、i、$i+1$、$i+2$，l、s——$j-2$、$j-1$、j、$j+1$、$j+2$. k、l、r、s 下标重复表示连加，

$$m=L/a,\quad n=\pi R/b,\quad \alpha=\frac{L}{\pi R}\frac{n}{m}=\frac{n\rho}{m\pi},$$
$$Z=\frac{L^2\sqrt{1-\nu^2}}{Rh}=\rho^2\frac{R}{h}\sqrt{1-\nu^2},$$
$$P=N(y)L^2/D,\quad D=Eh^3/12(1-\nu^2),$$
$$\bar{\delta}=\delta w/h,\quad \bar{f}=\delta F/\frac{Eh^3}{12},$$
$$\bar{x}=x/L,\quad \bar{y}=y/R,$$
$$\text{差分算子 } D^{\xi\eta j}_{kl}=\frac{\pi^\eta}{m^\xi n^\eta}\frac{\partial^{(\xi+\eta)}}{\partial\bar{x}^\xi\partial\bar{y}^\eta}.$$

固支边界条件：

$$\left.\begin{aligned}&\bar{\delta}_{kl}=0,\ D^{1j}_{kl}\bar{\delta}_{kl}=0\quad(\text{即}\quad \delta w=0,\ \partial\delta w/\partial x=0)\\&\bar{f}_{kl}=0,\ D^{2j}_{kl}\bar{f}_{kl}=0\quad(\text{即}\quad \delta N_x=0,\ \delta v=0)\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

三、计算结果

对于两端固支圆柱壳体，设轴向压力分布相对某一圆直径为对称的，如图 3 所示，此直径线可称之为对称轴. 截取 1/4 壳壁，取等间距划分，外推两排点(从边界线)作差分计算，如图4所示. 由于只讨论对称型的屈曲，计算时可利用对称线两边的对称条件.

在〔4〕中作者曾引用了〔5〕中的实验数据，对应其中〔4〕表 1，$R/h=110$，$\rho=1.61$ 一栏的数据. 这里作了图 5 所示的三种加载情况下固支圆柱壳体的蠕变屈曲计算.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

计算的步骤是：

1）确定差分分隔数．在这里的算例中，取 $m=20$，$n=14$．

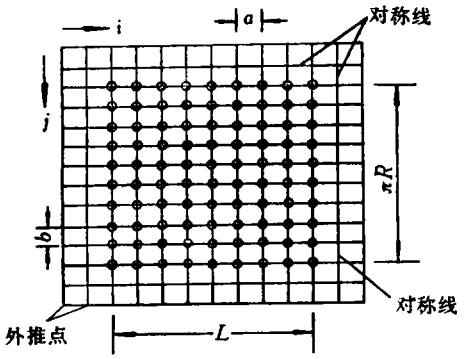


图 4

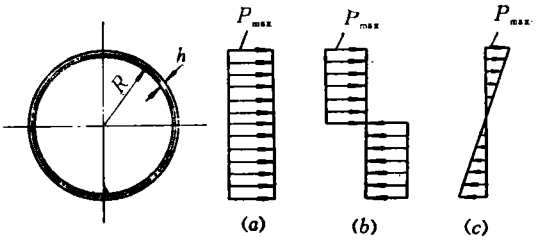


图 5

2）根据材料的蠕变曲线，绘制等时应力-应变曲线．利用其相似性，导出比应力-应变曲线．以下的算例是用的文献〔5〕中所提供的 51S—T铝合金材料在 225℃下的数据．

3）给定沿环向分布的各节点上的载荷 P_j 值（沿 x 向 P 值不变，所以 P_{ij} 简化为 P_j）．

4）计算对应各 P_j 值的 e_{sj}、e_{tj}．

5）计算 a_{11ij}、a_{12ij}、a_{22ij}、a_{33ij}，A_{11ij}、A_{12ij}、A_{22ij}、A_{33ij}．

6）由(11)、(12)、(13)组成行列式，计算行列式值的符号．

7）按同一比例增加各点 P_j 值，重复(4)、(5)步骤，再求新行列式值的符号．

8）在两次载荷间如出现符号相反，则可从中确定屈曲载荷．需要时还可以解出屈曲波型．

9）在等时应力-应变曲线相似性成立的范围内，按文献〔4〕的办法利用图 2，将以上无量纲的计算结果进行推演．或是给定实际应力推算屈曲时间，或是给定时间计算所能承受的应力．

计算时，为节省存贮单元可利用以下两个特点：

1）矩阵中除了一头一尾外都是规则的带状．

2）利用消元的办法求行列式值的符号时，采取边消、边记、边替换的办法．

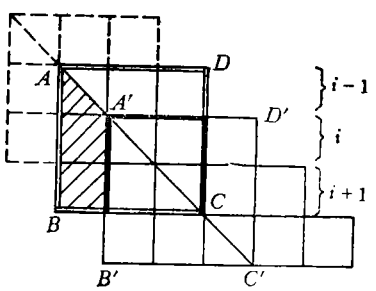


图 6

图 6 给出的是带状矩阵的典型部分．$i-1$，i、$i+1$ 分别代表第 $i-1$、i、$i+1$ 周圈上各节点系数所占的位置．边消、边记、边替换的过程是：

1）输入 $ABCD$ 区．

2）对阴线区消元．

3）记录主对角线 AA' 上各元连乘的符号，并与已有行列式值符号相乘．

4）清除粗实线区以外的部分，在 $A'B'C'D'$ 中重复(2)、(3)步骤．

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

5) 对应 $x=L$ 的周圈上各节点系数在矩阵的末端. 求出行列式的符号后，用回代的办法可求出 $x=L$ 周圈上的波型，如图 10 所示.

由此对〔5〕中 51S—T 铝合金圆筒，按图 5(*a*)、(*b*)、(*c*)三类加载方式计算. 取 $R/h=110$、$\rho=1.61$，结果列在表 1，其中 $\bar{M}=M\rho^2/D$；M 是圆筒截面上的力矩.

表 1 $R/h=110$，$\rho=1.61$

	简 支 (*a*)〔4〕	固 支 (*a*)	固 支 (*b*)	固 支 (*c*)
P_{max}	828	864	933	956
$\bar{M}$	0	0	3.72×10^3	3.00×10^3

引用文献〔5〕中表 2 的实验和计算数据，可以绘制图 7 所标注的九个弯曲蠕变屈曲实验和 Samuelson 的计算结果. Samuelson 将弯曲蠕变屈曲当作轴压问题处理，所取应力值等于最大的弯曲应力.

将表 1 中的无量纲结果，利用等时应力-应变曲线相似性，所推演出的最大应力-时间及力矩-时间曲线，可见图 8、图 9.

虽然图 8 中的几何尺寸与图 7 有少许差别，但比较两图中的曲线趋向可见，在弯曲蠕变屈曲中，考虑屈曲前应力的不均匀性将减少原有的计算与实验间的差距. 需要注意的是图 7 中的实验点是破坏时间，而屈曲时间，由文献〔5〕中的轴压实验数据情况可推测，还将略微提前.

四、结论与建议

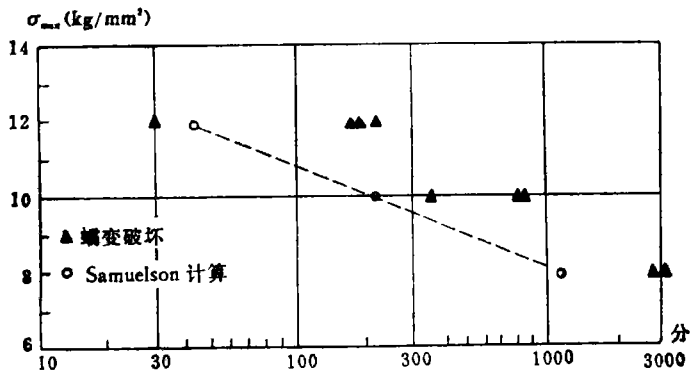


图 7

引自〔5〕中表 2 的数据，弯曲蠕变屈曲. $R/h=115$，$h=0.40mm$.

1) 本文通过弯曲蠕变屈曲分析及其与已有实验〔5〕的比较，进一步证实了〔4〕中的看法，即用比应力-应变方法处理蠕变屈曲问题，效果可靠、方法简便.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

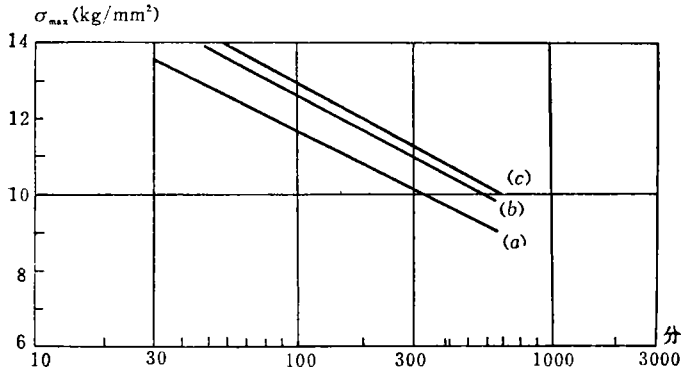


图 8

按三种加载方式计算蠕变屈曲的最大应力 $R/h=110$，$\rho=1.61$，$\nu=0.3$。

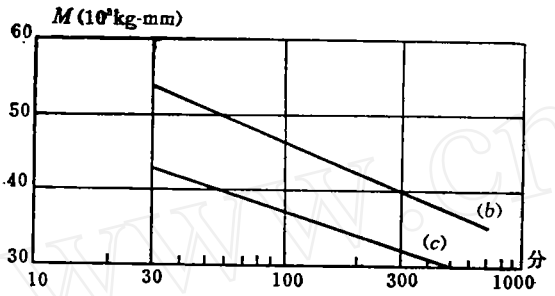


图 9　力矩一时间图

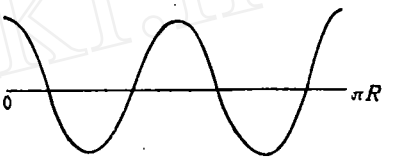


图 10　固支轴压蠕变屈曲波型($x=L$)

2) 在弯曲蠕变屈曲中必须考虑周向应力不均匀分布的影响．如以弯曲时最大压应力作判据[5]，结果将过于保守．

3) 由图 7 到图 9 可见，在蠕变屈曲中所加应力的小量改变，将导至临界时间的成倍变化．众所周知，在壳体屈曲中计算的临界应力与实验相比如相差 10—20% 已是很好的情况了．所以，根据蠕变屈曲以上的特点来看，在工程设计时要求给定载荷下确定临界时间，其可靠性较差．为此建议采用给定时间寿命确定可承受的载荷更为现实．这一点恰恰是只有用比应力-应变方法才能作到．

参　考　文　献

〔1〕 Obrecht H., Creep Buckling and Postbuckling of Circular Cylindrical Shells under Axial Compression, Inter. J. Solids and Structures, 13(1977), 337-355.

〔2〕 Tvergaard V., Creep Buckling of Rectangular Plates under Axial Compression, Inter. J. Solids and Structures, 15(1979), 441-456.

〔3〕 Xirouchukis P. C. and Jones. N., Axisymmetric and Bifurcation Creep Buckling of Externally Pressurized spherical Shells, Inter. J. Solids and Structures, 16 (1979), 131-148.

〔4〕 李国琛，圆柱壳体的轴压蠕变屈曲，力学学报 1(1981).

〔5〕 Samuelson L. A., Experimental Investigation of Creep Buckling of Circular Cylin.

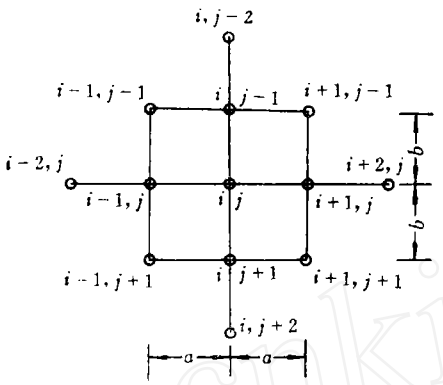
© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

drical Shells under Axial Compression and Bending, Tr. ASME., Ser. B, 90 (1968), 589-595.

[6] Flügge W., Stresses in Shells, Ch. 7, Springer-Verlag (1960).

[7] Libai A. and Durban D., Buckling of Cylindrical Shells Subjected to Nonuniform Axial Loads. JAM, 44 (1977), 714-720.

附 录



$$D_{kl}^{ij} = \frac{1_{i,j-2} - 8_{i,j-1} + 8_{i,j+1} - 1_{i,j+2}}{12}$$

$$D_{kl}^{2j} = \frac{-1_{i,j-2} + 16_{i,j-1} - 30_{i,j} + 16_{i,j+1} - 1_{i,j+2}}{12}$$

$$D_{kl}^{3j} = \frac{-1_{i,j-2} + 2_{i,j-1} - 2_{i,j+1} + 1_{i,j+2}}{2}$$

$$D_{kl}^{4j} = 1_{i,j-2} - 4_{i,j-1} + 6_{i,j} - 4_{i,j+1} + 1_{i,j+2}$$

用 i、j 互换即可得到 D_{kl}^{i1}、D_{kl}^{i2}、D_{kl}^{i3}、D_{kl}^{i4}.

$$D_{kl}^{2(2)} = \frac{-1_{i-1,j-1} + 2_{i,j-1} - 1_{i+1,j-1} + 1_{i-1,j+1} - 2_{i,j+1} + 1_{i+1,j+1}}{2}$$

$$D_{kl}^{2(2)} = 1_{i-1,j-1} + 1_{i-1,j+1} + 1_{i+1,j+1} + 1_{i+1,j-1} + 4_{i,j} - 2(1_{i-1,j} + 1_{i,j+1} + 1_{i+1,j} + 1_{i,j-1})$$

CREEP BUCKLING OF CIRCULAR SHELLS UNDER BENDING

Li Guo Chen

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

By using the specific stress-strain method proposed by the author, creep buckling of circular shells under bending is analysed. Theoretical results agree with the tendency of known test results satisfactorily. In uiew of the characteristigs of creep bvckling, the author suggests that for engineering design, it is more desirable to determine the allowable loading stress according to the critical time required than to predict the working life with stress given as is usually done.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net