

局部应变疲劳分析方法*

中国科学院力学研究所 伍义生 曾春华

金属结构在循环载荷作用下会发生疲劳破坏。为了确保结构安全使用,常常需要预测结构的疲劳寿命。疲劳破坏是一个从裂纹起始到裂纹扩展,直至最后破坏的过程。近十几年来由于断裂力学的发展,裂纹扩展阶段的寿命已经能够比较好地用断裂力学的方法处理。但是用断裂力学方法了解裂纹起始阶段的寿命还有一定的困难,有待弹塑性断裂力学的进一步发展。近十几年来国外发展起一种新的估算裂纹起始寿命的方法——局部应变疲劳分析方法。利用断裂力学方法解决裂纹扩展寿命,利用局部应变疲劳分析方法解决裂纹起始寿命是当前的两个倾向。本文着重介绍估算裂纹起始寿命的方法。局部应变疲劳分析方法就是根据构件所受的载荷历史确定疲劳破坏部位的局部应力-应变历史,以此应力-应变历史为根据进行疲劳分析,这是因为裂纹形成寿命是由局部应力-应变历史决定的。由于载荷、局部应力和局部应变之间的非线性关系,所以根据构件所受的载荷历史确定局部应力-应变历史是一个十分困难的问题。由于近年来有限元分析和计算技术的发展使这个问题初步得到解决,因而局部应变疲劳分析方法才随之发展起来。

局部应变疲劳分析方法梗概

假如我们要确定图1(b)所示的紧凑拉伸试件在受到图1(a)所示的不规则载荷历史重复作用下的寿命,我们可以通过实验测出缺口根部的局部应变历史,如图1(c)所示。然后将该局部应变历史加到图2(b)所示的光滑试件上,并同时把光滑试件的应力-时间历史记录下来,如图2(c)所示。我们可以得到如图2(d)所示的应力-应变时间历史。在缺口试件很薄,缺口处近似为单轴应力状态时,该应力-应变时间历史可以看做缺口处的局部应力-应变时间历史。它是由一系列闭合的应力-应变迟滞回线构成的。从图1和图2我们可以看

* 1980年2月26日收到。

-
- ed laminates, Proc. 29th Annual Conference of Reinforced Plastics Society of the Plastic Industry, Paper 17D, 1974.
- [20] Sih, G. C. and Chen, E. P. (1973), Fracture analysis of unidirectional composites, *J. Comp. Mater.*, 7, 230—244.
- [21] Phillips, D. C. and Telelman, A. S. (1972), The fracture toughness of fibre composites, *Composites*, 3, 5: 216.
- [22] Prakash, R. (1979), A fractographic study of fatigue in cfrp, *Composites*, 10, 3: 174.
- [23] Dharan, C. K. H. (1978), Fracture mechanics of composite materials, *Transactions of the ASME, Jour. Eng. Mater. Tech*, 100: 233.

到：由于缺口处塑性变形的作用，在载荷与局部应变之间，在局部应变与局部应力之间的关系是非线性的。

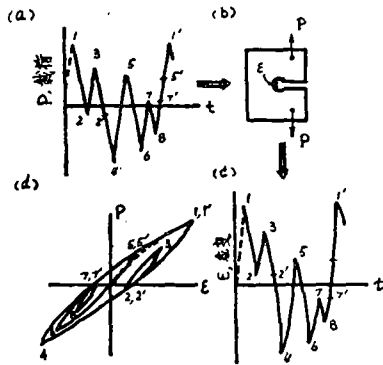


图1 重复施加在缺口试件上的载荷-时间历史及缺口应变响应

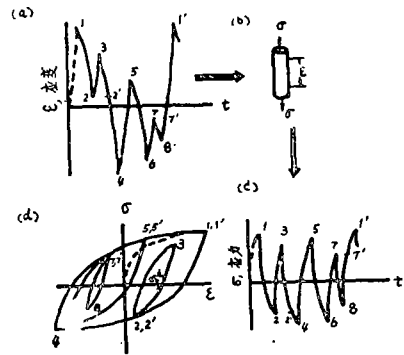


图2 施加在光滑试件上的应变-时间历史和应力响应

由于作用在光滑试件上的应变-时间历史与缺口根部的应变时间历史相同，所以从光滑试件的寿命可以预计缺口试件的寿命。如果两种试件的破坏都以规定同样尺寸的小裂纹为根据，则二者的寿命应是相同的。用局部应变方法预计疲劳寿命，就是要用分析的方法代替上述的实验步骤。这样的分析一般包括两个步骤。第一，预计缺口根部的应力应变历史。第二，根据局部应力-应变历史预计寿命。分析所需要的基本数据是材料的疲劳曲线，材料的循环应力-应变曲线和构件的载荷-应变标定曲线。

局部应变疲劳分析方法要点

1. 材料的疲劳曲线 材料疲劳曲线是分析中需要的基本实验数据。在局部应变疲劳分析方法中采用应变-寿命曲线，它是在常幅、对称循环、控制应变的情况下得到的，如图3所示。在图3中分别画出弹性应变幅值-寿命曲线，塑性应变幅值-寿命曲线和总应变幅值-寿命曲线。这三条曲线可分别以下面的数学形式表达：

$$\frac{\sigma_a}{E} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b \quad (1a)$$

$$e_{p,a} = e'_f (2N)^c \quad (1b)$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} (2N)^b + e'_f (2N)^c \quad (1c)$$

式中 σ'_f 、 b 、 e'_f 和 c 为材料常数， σ_a 是应力幅值， ε_a 和 $e_{p,a}$ 分别为总应变幅值和塑性应变幅值， N 是到破坏的寿命。

2. 材料的应力-应变曲线迟滞回线和循环应力-应变曲线 材料循环应力-应变曲线也是局部应变疲劳分析中的基本资料。对于每一应变幅值，可以得到一条稳定的应力-应变迟滞回线。对于一组应变幅值，可以得到一组稳定的应力-应变迟滞回线；将这一组迟滞回线的顶点连接起来就得到一条曲线，叫做循环应力-应变曲线，如图4所示。循环应力-应变曲线通常可以用下面的数学形式表达：

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{A} \right)^{1/s} \quad (2)$$

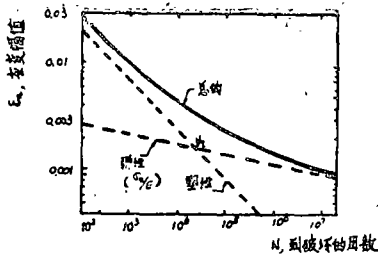


图3 应变-寿命曲线

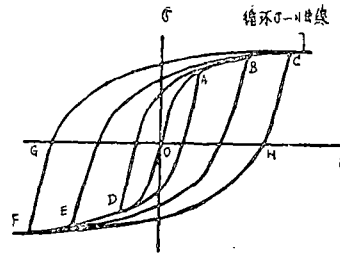


图4 从一组稳定的迟滞回线确定的循环应力-应变曲线

我们还需要把图4中的各条迟滞回线用数学的形式描述出来。如果将图4中的迟滞回线平移，使压缩端点都移至原点O，那么拉伸端点的轨迹可以由循环应力-应变曲线在纵坐标和横坐标方向放大一倍得到。根据大量实验结果，所有迟滞回线的上升段基本上与该轨迹重合，如图5所示。因此迟滞回线可以藉助循环应力-应变曲线加以描述，迟滞回线的上升段满足下列方程：

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{2} = \frac{\sigma - \sigma_r}{2E} + \left(\frac{\sigma - \sigma_r}{2A} \right)^{1/5} \quad (3a)$$

式中 (σ, ε) 为瞬时应力-应变， $(\sigma_r, \varepsilon_r)$ 为迟滞回线压缩端点的坐标。迟滞回线的下降段可以类似地用下列方程描述：

$$\frac{\varepsilon_r - \varepsilon}{2} = \frac{\sigma_r - \sigma}{2E} + \left(\frac{\sigma_r - \sigma}{2A} \right)^{1/5} \quad (3b)$$

式中 (σ, ε) 为瞬时应力-应变， $(\sigma_r, \varepsilon_r)$ 为迟滞回线拉伸端点的坐标。

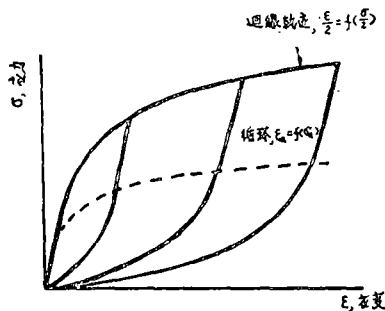


图5 迟滞回线与循环应力-应变曲线的理想关系

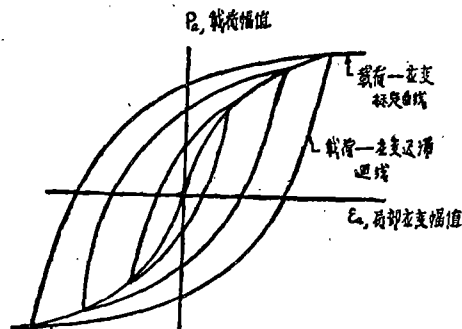


图6 载荷-应变迟滞回线和载荷-应变标定曲线

3. 载荷-应变标定曲线 根据构件所受的载荷历史确定局部应变历史，原则上可以用弹塑性分析的有限元一周一周地进行计算。但是这样作花时太多，耗费太大，只要寿命超过几周实际上就很难进行，所以必须寻求其它简便可行的方法。参照上节的内容，我们假定当外载荷完成一个循环时，缺口处的局部应变也完成一个循环。因此我们可以构造载荷-应变迟滞回线，如图6所示。当载荷取不同的幅值时就得到不同的载荷-应变迟滞回线。把这些迟滞回线的端点连接起来，得到的曲线称为载荷-应变标定曲线。根据这条曲线可以从载荷幅值确定相应的局部应变幅值。这条曲线可以用实验的方法确定，也可以用分析的方法确定。

可以采用下面两种分析方法:

1) 用Neuber公式确定载荷-应变标定曲线: 在缺口试件局部有塑性产生, 而总的行为仍是弹性变形的情况下, Neuber推出了下列经验公式:

$$\sqrt{k_{\sigma} k_{\epsilon}} = k_t \quad (4)$$

即应力集中系数 k_{σ} 与应变集中系数 k_{ϵ} 的乘积在有塑性变形的情况下保持不变, 其平方根值等于理论弹性应力集中系数 k_t , 因为 $k_{\sigma} = \sigma/s$, $k_{\epsilon} = \epsilon/e$, $s = Ee$, 所以得出

$$\sigma \epsilon = k_t^2 s^2 / E \quad (5)$$

式中 σ , ϵ 为缺口处的真实应力和应变, s , e 是缺口试件的名义应力和名义应变。利用方程(5)和材料的循环应力-应变曲线, 即方程(2), 可以求出名义应力与局部应变之间的关系。因为名义应力和载荷成比例, 于是就得到载荷-应变标定曲线。

2) 用有限元法确定载荷-应变标定曲线: 大家知道, 利用有限元法可以确定缺口试件在外载作用下的应力应变分布。如果是受静载作用, 要用到材料单调拉伸应力-应变曲线。而在循环载荷的作用下, 则用方程(2)表示的循环应力-应变曲线求出载荷幅值与局部应变幅值的关系, 由此得出载荷-应变标定曲线。

假定这条曲线以下面的函数形式表示:

$$\epsilon_{\sigma} = g(P_{\sigma}) \quad (6)$$

用与第二节相类似的方法, 可以同样用载荷-应变标定曲线表示载荷-应变迟滞回线。即将载荷-应变迟滞回线平移使压缩端点与坐标原点重合时, 回线的拉伸端点及上升段可以通过载荷-应变标定曲线在纵坐标和横坐标方向放大一倍得到, 对于回线的上升段有下面的关系:

$$\frac{\epsilon - \epsilon_r}{2} = g\left(\frac{P - P_r}{2}\right) \quad (7a)$$

对于回线的下降段其数学表达形式如下:

$$\frac{\epsilon_r - \epsilon}{2} = g\left(\frac{P_r - P}{2}\right) \quad (7b)$$

式中 (P, ϵ) 是载荷和缺口应变的瞬时值, (P_r, ϵ_r) 是流动迟滞回线端点的坐标。

4. 根据载荷历史确定局部应力-应变历史 我们以图1和图2为例说明如何根据载荷历史确定局部应力-应变历史。分析从载荷峰值点1开始, 利用载荷-应变标定曲线, 即方程(6), 可以求得相应的应变。即在图1中从坐标原点走向 $(1, 1')$ 点。当载荷从图1(a)中的1点变到2点时, 根据方程(7b)计算出与2点相应的应变, 相当于图1(d)中从 $(1, 1')$ 点走向 $(2, 2')$ 点。当载荷从2点变至3点时, 应用方程(7a)求得与3点相应的应变; 在图1(d)中从 $(2, 2')$ 点走向3点。当载荷从图1(a)中的3点变至2'点时, 在图1(d)中又从3点回到 $(2, 2')$ 点。从这里看到, 当载荷完成一个循环时, 局部应变也完成一个循环, 形成一条闭合的迟滞回线, 这是在局部应力应变分析中做的一个基本假设。当载荷从图1(a)中的2'点下降至4点时, 用公式(7b)求出与4点相应的应变, 这时方程中的 (P_r, ϵ_r) 仍用 $(1, 1')$ 点的值, 这就是说在越过2'点之后, 载荷-应变仍沿着从 $(1, 1')$ 点出发的迟滞回线, 也就是说材料具有记忆性, 它在2点完成一个循环到达2'点时记得原来要走的路径。因此当2—3—2'完成一个循环之后, 对后面的载荷-应变历史就不再产生影响。这是在局部应力应变分析中作的另一基本假定。表1给出用方程(7)确定局部应变历史的详细情况, 这里就不再一一叙述了。

表1 根据载荷历史确定局部应变历史

载荷-应变路径	载 荷 方 向	利 用 方 程	确定(P_r, ϵ_r)用的点
0—1	增加	(6)	—
1—2	减小	(7b)	1
2—3	增加	(7a)	2
3—2'	减小	(7b)	3
2'—4	减小	(7b)	1
4—5	增加	(7a)	4
5—6	减小	(7b)	5
6—7	增加	(7a)	6
7—8	减小	(7b)	7
8—7'	增加	(7a)	8
7'—5	增加	(7a)	6
5'—1'	增加	(7a)	4

分析的结果得到图 1 (c) 所示的局部应变历史。在局部应变历史确定之后, 利用循环应力-应变曲线[方程 (2)]和应力-应变迟滞回线[方程 (3)], 用与上面类似的方法把局部应力-应变历史确定下来, 如图 2 (d) 所示。分析的结果得到与载荷历史 (1a) 相应的四个闭合的应力-应变迟滞回线 2-3-2', 7-8-7', 5-6-5', 1-4-1', 每条回线相应于一定的损伤。

5. 根据应力-应变历史进行疲劳寿命计算 在局部应力-应变历史确定下来之后, 根据每一应力-应变迟滞回线的应力幅值和应变幅值, 利用Palmgren-Miner 线性累积损伤公式很容易估计疲劳寿命:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (8)$$

n_i 是疲劳过程中在一个应变水平上循环总次数, N_i 是该应变水平的常幅应变疲劳寿命, 根据方程 (2) 或图 3 加以确定。对于重复作用的载荷历史, 方程 (8) 可以写成下面的形式:

$$B \left[\sum \frac{n_i}{N_i} \right]_{\text{每块}} = 1 \quad (9)$$

式中 B 是引起破坏所需要重复的块数。图 2 中的应变历史造成的损伤为

$$\left[\sum \frac{n_i}{N_i} \right]_{\text{每块}} = \left[\frac{1}{N_{2-3}} + \frac{1}{N_{7-8}} + \frac{1}{N_{5-6}} + \frac{1}{N_{1-4}} \right] \quad (10)$$

等式右端相当于四个应力-应变循环造成的损伤。 N_{2-3} , N_{7-8} , N_{5-6} , N_{1-4} 是根据四个应力-应变迟滞回线的幅值和方程 (2) 确定的。将方程 (10) 代入方程 (9) 就可以确定引起破坏所要求的循环块数。

讨 论

上面介绍的寿命计算方法是在缺口处于单轴应力状态之下 (例如试件很薄, 在厚度方向

可以自由收缩因而不产生三轴应力状态的情况下), 且处于对称循环状态。在其它情况下则需要加以修正。

1. 平均应力的影响 通常每一闭合应力-应变迟滞回线的平均应力不为零, 分析时应该考虑进去, 如图 2 (c) 中回线 2-3 的平均应力 σ_0 。如果 σ_0 是拉伸的, 则方程 (10) 中的 N_f 值必须减少以反应拉伸平均应力 σ_0 的有害影响。如果 σ_0 是压缩应力, 结果就相反。有几个经验公式可以用来预计平均应力的影响。比较方便的是把具有平均应力的循环化为等效的对称循环, 例如

$$\sigma_{cr} = \sigma_0 / [1 - (\sigma_0' / \sigma_0)] \quad (11)$$

式中 σ_{cr} 是等效对称循环应力幅值。 σ_0' 和公式 (1a) 中一样是一个材料常数。公式 (1a) 相应改变如下:

$$N = \frac{1}{2} [\sigma_0 / (\sigma_0' - \sigma_0)]^{1/b} \quad (12a)$$

我们把公式 (2b) 也写成便于计算寿命的形式:

$$N = \frac{1}{2} (\varepsilon_{ps} / \varepsilon_0')^{1/c} \quad (12b)$$

根据大量试验, 当应变幅值大时, 由于缺口区塑性变形的调节作用, 平均应力的影响不显著。而在应变幅值小时平均应力的影响就比较显著。可以以图 3 中的 N_f 点, 即两条直线的交点为分界点。在这一点弹性应变分量与塑性应变分量相等。在这一点左面以塑性应变为主, 在这一点右面以弹性应变为主。应力-应变迟滞回线确定之后, 分别计算出弹性应变分量 σ_0 / E 和塑性应变分量 $\varepsilon_{ps} = \varepsilon_0 - (\sigma_0 / E)$, 如果 $\sigma_0 / E > \varepsilon_{ps}$, 就用公式 (12a) 计算相应的寿命。如果 $\varepsilon_{ps} > \sigma_0 / E$, 就用公式 (12b) 计算相应的寿命。

2. 三轴张力的影响 在利用单轴循环应力-应变曲线计算载荷-应变标定曲线时, 事实上是假定缺口表面处于单轴应力状态, 这只有在试件很薄的情况下才成立。如果试件很厚, 则缺口处于三轴应力状态。第一主方向的应力将发生改变。这时就需要修正循环应力-应变曲线以考虑厚度方向应变的影响。在平面应变情况下, 根据塑性形变理论分析得到下面的结果:

$$\sigma_0' = \sigma_0 / \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \quad (13a)$$

$$\varepsilon_0' = \varepsilon_0 (1 - \mu^2) / \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \quad (13b)$$

式中

$$\mu = \left(\mu_0 + \frac{E \varepsilon_{ps}}{2 \sigma_0} \right) / \left(1 + \frac{E \varepsilon_{ps}}{\sigma_0} \right) \quad (13c)$$

在上式中, $(\sigma_0, \varepsilon_0, \varepsilon_{ps})$ 指单轴循环应力-应变曲线上的值。 $(\sigma_0', \varepsilon_0')$ 指修正循环应力-应变曲线上的值, 它与平面应变第一主应力方向相应。 μ 是与塑性变形有关的广义泊桑比, μ_0 是泊桑比。

除平均应力和三轴张力的影响之外, 精确地计算寿命还需要考虑循环硬化和软化、平面应力松弛的影响等。要想详细了解这方面的内容请参阅本文后面引的参考文献。此外, 由于整个分析过程计算工作量很大, 所以必须编制计算程序在电子计算机上进行计算。目前国外已有了专用的计算程序。欲了解这方面内容也请看参考文献。

由于局部应变疲劳分析方法合理地考虑了载荷、局部应力和局部应变之间的非线性关

强激光与物质的相互作用*

中国科学院力学研究所 胡昌信

一、引言

激光自1960年问世后(Maiman, 1960),立即引起世界各国的重视,发展极为迅速。对强激光研究的兴趣则是由于激光武器和激光引发核聚变的刺激而产生的。

强激光与物质的相互作用是包含多方面理论和实验研究的课题,它涉及物理学和力学的许多重要分支,如激光物理、原子分子物理、非线性光学、等离子体动力学、热力学、爆炸力学、断裂力学、物理力学等。在应用方面,强激光与物质的相互作用又是与多种重大的工程技术相联系的,这些重大技术关键的突破,有可能引起工业发展和能源利用方面的一系列革新,甚至引起革命性的变化。激光工业加工、同位素分离、激光反导、模拟核爆炸、激光引发受控热核聚变等,无一不和强激光与物质的相互作用有深刻的联系。因此,研究强激光与物质的相互作用不论在学科上还是在工程应用上都有十分重大的意义。激光技术作为我国科学技术发展规划纲要(草案)规定的八大重点研究项目之一,也要求我们对相互作用的内在本质过程进行深入的探讨。

1963年2月,苏联Басов和Крохин在巴黎第三届国际量子电子学会议上首先发表了激光加热等离子体的理论研究结果(Basov, 1963)。这可以作为相互作用这个领域研究工作的开端。此后,实验和理论研究不断深入,解释各种实验现象和实验规律的物理模型逐步完善。在国内,我国著名物理学家王淦昌教授早在1964年就提出激光受控热核聚变的设想。可是此后相当长一段时间对此问题无人问津,直至1974年,才开始在理论方面认真注意这方面的工作,并根据对国内外资料的一些分析研究,先后提出了热爆炸(苟清泉,1974)和热激波(长沙工学院,1977)模型。

我们在讨论强激光与物质的相互作用时,打算分别论述激光与气态、液态、固态、等离子态数种物质存在形态之间的相互作用。但这是一个范围十分广泛的问题,因而讨论重点只是在与力学效应有关的问题上。强激光与等离子体相互作用的基本内容以前曾有过论述(胡

* 1979年12月30日收到。

系,同时只要知道材料的特性就可以计算任何结构形式,受任何载荷类型作用下的寿命,而不象传统的寿命估算方法那样,每估计一种构件的寿命就需要相应构件的疲劳曲线。因此这种方法成为估算寿命的强有力工具,与断裂力学方法起到相辅相成的作用。

参 考 文 献

Wetzel, R. M. (ed.) (1977), Fatigue under Complex Loading, S. A. E. Advances in Engineering, Vol.6:207.