

高速流动激光器的稳定振荡条件、 模式结构与输出功率特性

陈 嗣 熊

(中国科学院力学研究所)

摘 要

本文直接由辐射场方程与边界条件导出了高速流动激光器的稳定振荡条件。指出了文献[1]所假定的稳定振荡条件仅在一定条件下近似成立。用本文得到的稳定振荡条件与文献[2]的饱和增益公式导出了GDL输出功率表达式,指出了输出功率与GDL各种参量之间的关系。用几何光学近似导出了光腔模式的解析表达式,指出了充有流动激活介质的Fabry-Perot腔的模式结构与特征。文中对Gerry^[3]的典型实验进行了计算。

一、问题的提出

随着大功率、大能量激光器的产生,用高速流动方法排除废能、用快速膨胀方法冻结激光上能级已被广泛采用。因而,对高速流动激光器光腔中的辐射场分布特征、输出功率等问题人们十分关心。但在高速流动情况下,激活介质与辐射场的相互作用是非线性的,比较复杂。早在1969年,Cool^[4]首先对充有流动激活介质的平行平面镜腔,在光沿着垂直于镜面的直线方向传播的假定下,计算了辐射场分布与功率。由于完全忽略了光的衍射效应,并假定光是沿着垂直镜面的直线方向传播,他得到了高速流动激光器光腔的稳定振荡条件为 $g = -\frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2)$ 。

这里 R_1, R_2 分别为 M_1 镜与 M_2 镜的反射率, L 为镜面之间的距离(参看图1); g 为光腔中沿光轴方向的平均饱和增益[参阅文献[4]公式(14)]。这一条件类似于非流动情形的稳定振荡条件。由这一条件,流动激活介质在一进入光腔口,其增益就被饱和到光腔镜面损失所规定的值 $-\frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2)$ 。从而在流动入口的镜面上,辐射场达到了很高的峰值,这一现象不符合实际观察到的实验结果^[5,6]。1974年, Lee^[1]亦指出了这一条件的不合理性,同时他提出了另一稳定振荡条件: $\frac{1}{s} \int_0^s \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx = 0$, 这里 s 是沿流动方向镜子的长度。他并没有证明这一条件的正确性,只是认为这一条件的优点是考虑了衍射效应。他在辐射场均匀分布的假定下,用这一稳定振荡条件,计算了输出功率。本文导出了较一般的稳定振荡条件,并

本文1977年8月10日收到。

指出,在 $g(x)$ 变化不太剧烈的情形, Lee 的条件可近似适用,但不能在所有情形都假定辐射场均匀分布。

最近,对采用不稳定腔的高速流动激光器,把辐射场方程与增益动力学方程联立起来求数值解的工作已发表了不少^[2,7,8]。这些计算不仅可以算出辐射场的三维分布,并可计算激波、镜子畸变与对光偏差等对辐射场分布与输出功率的影响。但对于平行平面镜的情形,用这些数值迭代法一般得不到稳定收敛的解。正如本文指出的,对这种谐振腔一般是多模振荡。

二、辐射场的基本方程与边界条件

假定介质沿 x 方向流动(见图 1),二块平面反射镜 M_1, M_2 也沿 x 方向放置,光轴平行于 z 轴而垂直于流动方向。激励区位于座标原点上游。当气体到达光腔的上游边界 $x = 0$ 时,在气体中产生了初始振动粒子数反转,在 $x \geq 0$ 的光腔区,由于分子碰撞引起的能量交换与激光光腔内的受激辐射,使气体的振动粒子数反转逐渐衰减下来。我们假定所有的物理量都与 y 无关,即假定问题可以作为二维来处理。

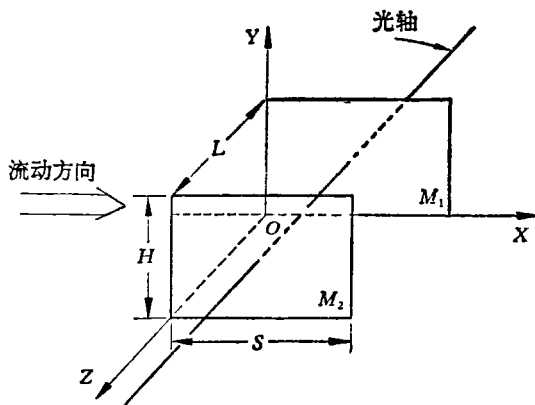


图 1 高速流动激光器光腔略图

假定在一个波长范围内,复介电常数 ϵ 的变化不大(这是由于饱和增益在一个波长范围内变化不大),则光腔中的辐射场方程可写成

$$\nabla^2 E + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E = 0. \quad (1)$$

这里 E 是电矢量分量, ω 为角频率, c 为真空中的光速, $\epsilon = \epsilon_0 - i \frac{c}{\omega} g$, ϵ_0 为复介电常数的实部,这里我们近似取作 1, g 为饱和增益。在我们的情形可以把 g 看作仅为 x 的函数,事实上,在用 Rensch^[7] 的方法作数值计算时,可以发现 g 随 z 的变化不大。我们把 g 看作是沿 z 方向在 L 长度上的平均值。

我们假定在光腔进口与出口的边界条件为:

$$E(0, z) = E(s, z) = 0 \quad (2)$$

事实上,由于高速流动激光器光腔的 Fresnel 数一般较高,因此,由平行平面镜腔的空腔结果^[9]知道:在高 Fresnel 数下,条件(2)近似被满足。这也就是说在高 Fresnel 数下,衍射损失可以忽略。这样,在光腔进口,我们可以假定 $g(0)$ 的值就等于进口小讯号增益 g_0 。

方程 (1) 在边界条件 (2) 下求解, 我们可以假定解的形式为:

$$E(x, z) = X(x) \cdot Z(z). \quad (3)$$

将 (3) 式代入 (1) 式, 并分离变量, 可得

$$X'' + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - K_z^2 - i \frac{\omega}{c} g \right) X = 0, \quad (4)$$

$$Z(z) = C_1 e^{iK_z z} + C_2 e^{-iK_z z}. \quad (5)$$

这里 K_z 为分离常数, C_1, C_2 为积分常数, 它们将由二镜面上的边界条件来确定.

设二平面反射镜 M_1, M_2 的反射率分别为 R_1, R_2 . 则由 (5) 式, 对 M_1 镜而言, 我们可假定入射的辐射场(指电矢量)为

$$\mathbf{E}_i(x, z)|_{z=0} = X(x) \cdot e^{-iK_z z} \mathbf{e}_1|_{z=0}.$$

这里 \mathbf{e}_1 为入射波的偏振方向单位矢量, K_z 一般为复数. 则经 M_1 镜反射的辐射场就可写为:

$$\mathbf{E}_r(x, z)|_{z=0} = -\sqrt{R_1} X(x) \cdot e^{iK_z z} \mathbf{e}_1|_{z=0},$$

故在 M_1 镜镜面上的辐射场可写成:

$$E(x, z)|_{z=0} = [X(x) e^{-iK_z z} - \sqrt{R_1} X(x) e^{iK_z z}]_{z=0}.$$

由此可得 M_1 镜镜面上的边界条件为:

$$K_z \frac{E(x, 0)}{\frac{\partial E(x, 0)}{\partial z}} = i \frac{1 - \sqrt{R_1}}{1 + \sqrt{R_1}}. \quad (6)$$

同理, 对 M_2 镜可得镜面上的边界条件为:

$$K_z \frac{E(x, L)}{\frac{\partial E(x, L)}{\partial z}} = -i \frac{1 - \sqrt{R_2}}{1 + \sqrt{R_2}}. \quad (7)$$

将 (3), (5) 式代入 (6) (7) 式, 可得

$$E(x, z) = C_2 (-\sqrt{R_1} e^{iK_z z} + e^{-iK_z z}) \cdot X(x), \quad (8)$$

其中

$$K_z = \frac{m\pi}{L} - i \frac{1}{4L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (9)$$

将 (9) 式代入 (4) 式, 令 $K_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2$, 这里 m 表示纵模阶数 ($m \sim \frac{2L}{\lambda}$), 是大整数, 且

$\left(\frac{m\pi}{L} \right) / \left(\frac{\omega}{c} \right) \approx 1$. 对高速流动激光器一般都有 $\frac{1}{16L^2} \left(\ln \frac{1}{R_1 R_2} \right)^2 \approx 0$, 因此, (4) 式与边界条件 (2) 成

$$\begin{cases} X'' + \left[K_z^2 - i \frac{\omega}{c} \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right] X = 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} X(0) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} X(L) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

我们知道辐射通量密度

$$I(x, z) = \frac{c}{8\pi} E(x, z) \cdot E^*(x, z). \quad (13)$$

这里“*”表示取共轭复数。设 $\bar{I}(x)$ 表示 $I(x, z)$ 沿 z 方向在 0 到 L 间的平均值, 考虑到 (10) 式中的 $g(x)$ 一般归结为随 $\bar{I}(x)$ 而变化的函数, 故把 (8) 式代入 (13) 式, 并沿 z 方向在 0 到 L 间取平均, 在 $X(x)$ 中引入适当的常数因子, 最后可得

$$\bar{I}(x) = X(x) \cdot X^*(x),$$

其中 $X(x)$ 满足 (10)–(12) 式, 故问题最后归结为在边界条件 (11), (12) 下, 解方程 (10)。

三、高速流动激光器的稳定振荡条件与 GDL 输出功率公式

在 (10) 式中, 令 $X(x) = f(x)e^{i\varphi(x)}$, 这里 $f(x)$, $\varphi(x)$ 都是 x 的实函数。把它代入 (10) 式, 并令实部虚部分别等于零, 可得

$$f'' + (K_x^2 - \varphi'^2)f = 0, \quad (14)$$

$$f\varphi'' + 2f'\varphi' - K \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) f = 0, \quad (15)$$

这里 $K = \frac{\omega}{c}$ 。边界条件 (11), (12) 成

$$f(0) = 0, \quad (16)$$

$$f(s) = 0, \quad (17)$$

由 (15) 式按一阶线性方程解 $\varphi'(x)$, 可得

$$\varphi'(x) = \frac{1}{f^2} \left[C + \int_0^x K \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) f^2 dx' \right]. \quad (18)$$

这里 C 是积分常数。由边界条件 (16) 式, 可以看出为了使 $\varphi'(0)$ 有限, 必须有 $C = 0$ 。同时, 由边界条件 (17) 式, 为了使 $\varphi'(s)$ 保持有限, 必须有

$$\frac{\int_0^s g f^2 dx}{\int_0^s f^2 dx} = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (19)$$

这就是流动激光器的一般稳定振荡条件。它反映了从光腔进口至光腔出口, 由流动激活介质建立辐射场所需满足的条件。

(19) 式等号左边相当于 $g(x)$ 按 $f^2(x)$ 进行加权平均。当 $\bar{I}(x) = f^2(x)$ 接近均匀分布(此时在 $x = 0$ 与 $x = s$ 处, $f^2(x)$ 可能会有很大的梯度), 则 (19) 式左边就比较精确的接近 $g(x)$ 沿流动方向的平均值, 因而条件 (19) 就化成文献[1]的稳定振荡条件。在一般情形, 正如以后将指出的, $f^2(x)$ 有图 2 的分布形状, 其峰值位置正好近似在满足等式 $g(x_{\max}) = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$ 的 x_{\max} 处, 而在 x_{\max} 的左右二边, $f^2(x)$ 随着离开 x_{\max} 的距离的增加而缓慢下降, 故 (19) 式在 $g(x)$ 变化不甚剧烈时(即对应于辐射强度不是特别大的情形), 可近似化成

$$\frac{1}{s} \int_0^s g(x) dx \approx \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (20)$$

这说明 Lee 的条件在一定条件下可近似适用。

对 CO_2 GDL 的情形, 我们采用 Siegman 等所采用的流动饱和增益表达式[参考文献[2]的公式 (23)–(25)]

$$g(x) = \left[\frac{g_0(x)}{1 + W(x)} \right] \exp \left[- \frac{x_{\text{CO}_2} \beta}{x_{\text{N}_2} V} \int_0^x \frac{W(x')}{1 + W(x')} dx' \right]. \quad (21)$$

这里

$$g_0(x) = g_0 \exp[-x_{\text{CO}_2} \alpha x / x_{\text{N}_2} V], \quad (22)$$

$$W(x) = \sigma \bar{I}(x) / h\nu\beta. \quad (23)$$

这里 g_0 是进口小信号增益, α , β 分别是 CO_2 的 (001) 与 (100) 能级与基态的碰撞交换速率, V 是流动速度, x_{CO_2} , x_{N_2} 分别是 CO_2 与 N_2 的克分子分数, ν 为光子频率, h 为普朗克常数, σ 是激光跃迁的光学截面. 正如文献 [2] 所指出的, 公式 (21) 是在一定假定下推得的, 虽然这些假定在实际上并不总满足, 尤其在光束前缘(即接近光腔进口处), 那里 $\bar{I}(x)$ 的变化可能较大. 但即使在这些情形, 正如文献 [2] 指出的, 公式 (21) 也提供了 GDL 增益饱和趋势的精确描述.

令

$$\frac{x_{\text{CO}_2}}{x_{\text{N}_2}} \cdot \frac{\alpha}{V} = a, \quad \frac{x_{\text{CO}_2}}{x_{\text{N}_2}} \cdot \frac{\beta}{V} = B, \quad \frac{h\nu\beta}{\sigma} = A_0,$$

则由 (21)–(23) 式可得:

$$g(x) = \frac{g_0 e^{-ax}}{1 + f^2/A_0} \exp \left[-B \int_0^x \frac{f^2/A_0}{1 + f^2/A_0} dx' \right]. \quad (24)$$

将 (24) 式代入 (19) 式, 利用边界条件 (17) 与分部积分, 令 $\bar{g} = \frac{1}{s} \int_0^s g(x) dx$ 为沿流动方向的平均饱和增益, 则最后得

$$\int_0^s f^2 dx = \frac{2LA_0}{(a+B) \ln \frac{1}{R_1 R_2}} [g_0 - g(s) - as\bar{g}].$$

设镜子 M_2 的透射率为 t , 则输出功率 P 为:

$$P = tH \int_0^s f^2 dx = \frac{2tHLA_0}{(a+B) \ln \frac{1}{R_1 R_2}} [g_0 - g(s) - as\bar{g}]. \quad (25)$$

这就是由稳定振荡条件 (19) 与饱和增益公式 (21) 所导出的输出功率公式.

把近似稳定振荡条件 (20) 代入 (25) 式, 可得功率的近似表达式

$$P \approx \frac{2tHLA_0}{(a+B) \ln \frac{1}{R_1 R_2}} \left[g_0 - g(s) - \frac{as}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right]. \quad (26)$$

在 (26) 式中, 将 A_0 , a , B 的表达式代入, 并由文献 [12] 知, $\sigma \approx \frac{718}{NT}$ (这里分子的值实际上随着温度 T 是稍微有些变化的, N 是光腔中的粒子数密度, T 是光腔的平动温度), 可得

$$P = \frac{2tHLh\nu\beta x_{\text{N}_2} VNT}{718 x_{\text{CO}_2} (\alpha + \beta) \ln \frac{1}{R_1 R_2}} \left[g_0 - g(s) - \frac{x_{\text{CO}_2} \alpha s}{2x_{\text{N}_2} VL} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right].$$

由此公式可以大致看到输出功率与各种参量间的关系.

由于一般 GDL 的设计都要求 $g(s) \ll g_0$, 故没有流走能量的最大输出功率 P_{max} , 可由

(26) 式得

$$P_{\max} = \frac{2tHLA_0}{(a+B)\ln\frac{1}{R_1R_2}} \left[g_0 - \frac{as}{2L} \ln \frac{1}{R_1R_2} \right].$$

对 Gerry^[3] 发表的 GDL 典型实验,我们用 (26) 式计算了输出功率,具体计算结果如下:
Gerry 的原始数据:

$$x_{\text{CO}_2} = 0.08, \quad x_{\text{N}_2} = 0.91, \quad x_{\text{H}_2\text{O}} = 0.01,$$

燃烧室温度 = 1300°K, 燃烧室压力 = 17 大气压, 出口 M 数 = 4, 面积比 = 14, 镜面损失 = 0.02, $t = 0.02$, $H = 3$ 厘米, $S = 20$ 厘米, $L = 30$ 厘米, 对小信号增益 g_0 , 我们近似采用文献 [7, 13] 对 Gerry 的 55 千瓦装置所用的小信号增益值,即取 $g_0 = 4 \times 10^{-3}$ 厘米⁻¹.

计算结果:

假定 γ 取 1.35 (这里 γ 是比热比), 则得 $T = 342^\circ\text{K}$, $p = 0.0987$ 大气压, $V = 1.45 \times 10^5$ 厘米/秒, $N = 2.145 \times 10^{18}$ 厘米⁻³, $\sigma = 0.913 \times 10^{-18}$ 厘米².

由文献 [14] 的弛豫时间数据,得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} &= 25.4 \times 10^{-6} \text{ 秒}, & \frac{1}{\beta} &= 3.3 \times 10^{-6} \text{ 秒}, \\ a &= 0.024 \text{ 厘米}^{-1}, & B &= 0.184 \text{ 厘米}^{-1}, \\ A_0 &= 6716 \text{ 瓦/厘米}^2, & \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1R_2} &\approx 1 \times 10^{-3} \text{ 厘米}^{-1}. \end{aligned}$$

在 $g(x)$ 的表达式 (21) 中,令 $x = s$, 即得 $g(s)$ 表达式. 假定其中 $\bar{I}(x)$ 近似为均匀, 则 $\bar{I}(x) \approx \frac{P}{tHs}$, 将 $g(s)$ 表达式与输出功率公式 (26) 迭代求 P 值, 经三次迭代后, 功率与出口饱和增益就达到了稳定值: $P = 6280$ 瓦, $g(s) = 0.278 \times 10^{-3}$ 厘米⁻¹.

我们用 (26) 式计算 Gerry 装置的最佳耦合, 结果得 $t_{op} \approx 0.09$; 而用 Rigrod 公式算得的最佳耦合 ≈ 0.06 .

四、流动激光器光腔横模的近似分布

我们把镜面损失作为分布于介质中的吸收来处理, 这样, 光腔中的辐射场方程为:

$$\nabla^2 E + \left[K^2 - iK \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1R_2} \right) \right] E = 0. \quad (27)$$

由 (21) 式知, $g(x)$ 是 $\bar{I}(x)$ 的函数, 因而也是 $E \cdot E^*$ 的函数. 方程 (27) 是非线性的, 但我们知道 $g(x)$ 主要影响振幅, 故对方程 (27) 仍可用几何光学近似. 对光波情形, K 甚大, 故可令 E 为:

$$E(x, z) = f(x, z) e^{iKS(x, z)}. \quad (28)$$

将 (28) 式代入 (27) 式, 等式二边除以 K^2 , 忽略含 $1/K^2$ 的项, 并使 $1/K$ 的同次的系数相等, 最后得: 由 $\left(\frac{1}{K}\right)^0$ 的系数得

$$\nabla S \cdot \nabla S = 1 \text{ (eiconal 方程);} \quad (29)$$

由 $\left(\frac{1}{K}\right)'$ 的系数可得

$$2\nabla S \cdot \nabla f + f \cdot \left[\nabla^2 S - \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right] = 0 \quad (\text{输运方程}) \quad (30)$$

用特征方法解方程 (29) 式^[16], 可得

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{d\sigma^2} = 0, \quad (31)$$

$$S = S_0 + \sigma. \quad (32)$$

这里 σ 是沿光线的弧长, S_0 是积分常数, \mathbf{r} 是光线上点座标的径矢量. 由 (31) 式知, 在几何光学近似下光线是直线. 将 (32) 式代入 (30) 式, 考虑到沿光线有 $\frac{dx}{d\sigma} = \pm \frac{K_x}{K}$, 故 (30) 式成

$$\pm 2 \frac{K_x}{K} \frac{df}{dx} - f \cdot \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) = 0.$$

解出 f , 得

$$f = f_0 \exp \left[\pm \frac{K}{K_x} \int_0^x \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx' \right], \quad (33)$$

这里 f_0 是积分常数.

公式 (33) 表示振幅随 x 的变化, 由 (28) 式看到, 随 x 变化的位相因子为 $e^{\pm i K_x x}$. 因此, 我们得到方程 (10) 的二个近似解:

$$X_1(x) = C_1 \exp \left[\frac{K}{2K_x} \int_0^x \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx' + i K_x x \right],$$

与

$$X_2(x) = C_2 \exp \left[- \frac{K}{2K_x} \int_0^x \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx' - i K_x x \right],$$

这里 C_1, C_2 是积分常数. 显然, $X_1(x)$ 表示向 x 正方向传播的波, 而 $X_2(x)$ 表示向 x 负方向传播的波. 实际的波是这二种波的叠加, 考虑到边界条件 (11), 故方程 (10) 的近似解为:

$$X(x) = C_1 \left\{ \exp \left[\frac{K}{2K_x} \int_0^x \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx' + i K_x x \right] - \exp \left[- \frac{K}{2K_x} \int_0^x \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx' - i K_x x \right] \right\}.$$

由它求 $|X(x)|^2$, 可得

$$|X(x)|^2 = X_0^2 \left\{ \sin^2 K_x x + \sinh^2 \left[\frac{K}{2K_x} \int_0^x \left(g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) dx' \right] \right\}, \quad (34)$$

这里 X_0^2 是常数. 考虑到近似稳定振荡条件 (20) 与边界条件 (12), 由 (34) 式得

$$K_x = \frac{(n+1)\pi}{s} \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (35)$$

当 K_x 满足 (35) 式时, 解 (34) 式近似满足边界条件 (12). (34), (35) 式就是我们求得的横模分布解析表达式.

由 (34) 式可以看出, 当 K_x 越大 ($K_x \ll K$), $|X(x)|^2$ 的曲线越趋近平坦, 从而模体积越大

(参看图 2). 正如文献 [17] 所指出的, 实验结果表明场强分布较平坦, 横模结构是高阶的. 事实上, 由于 N_2 的 $V = 1$ 能级的能量是通过与 $CO_2(001)$ 能级的近共振交换而释放出来的, 故能量的释放需要一定时间, 也就是需要一定的流动方向长度. 因此, 对于模体积较大的高阶模将能从介质中获取更多的能量. 这样, 由于模式竞争的结果将是高阶模占主要地位. 但是随着横模阶数的增加, 衍射损失亦会增加. 对于充有均匀激活介质的 Fabry-Perot 腔, 由文献 [18] 的结果知道, 在大 Fresnel 数情形, 衍射损失主要对应于逃逸损失 (Walk-off Loss). 此时的逃逸损失可写为:

$$-\frac{\cos \theta_0}{L} \ln \left(1 - \frac{2L}{s} \sin \theta_0 \right),$$

这里 $\sin \theta_0 = \frac{K_x}{K}$. 为使竞争结果能占主要地位, 一方面要求模体积大, 同时也须使衍射损失远小于镜面损失, 即要求

$$-\frac{\cos \theta_0}{L} \ln \left(1 - \frac{2L}{s} \sin \theta_0 \right) \ll \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}.$$

由于 $K_x \ll K$, $\sin \theta_0 = \frac{K_x}{K}$, 故上式又可简化成

$$\frac{2K_x}{sK} \ll \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (36)$$

当然, 这里所考虑的是小讯号增益 g_0 并不甚大的情形(如 g_0 很大, 衍射损失较大的模将也能振荡). 虽然要求 K_x 对应于高阶模, 且有 (36) 式的限制, K_x 仍可取许多值, 说明实际情形一般是多模振荡.

由 (34) 式可以看出, 花括弧中的第一项对应于空腔的模, 而第二项反映了流动增益畸变的影响, 除了很大的 K_x 值或 g_0 十分接近 $\frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}$ 的情形外, 模式形状主要取决于 (34) 式花括弧中的第二项. 本文讨论的主要都属于这种情况. 由 (34) 式花括弧中的第二项可以看出: $|X(x)|^2$ 从 $x = 0$ 时的零值开始, 随着 x 值的增加逐渐递增(在 $x = 0$ 与 $x = s$ 附近, 由于 $\sin^2 K_x x$ 项的影响, 可能会有某些小的起伏), 直到峰值位置 x_{\max} , 这里峰值位置近似由

$$g(x_{\max}) = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \quad (37)$$

确定. 当 x 越过 x_{\max} 后, $|X(x)|^2$ 将随着 x 值的增加而减小, 直到 $|X(s)|^2 = 0$ (其图形见图 2). 由 (37) 式可知, 不管模式怎么不同, 但其峰值位置都基本相同, 都由 (37) 式确定.

为了能用解析式表示 x_{\max} , 对在 (24) 式中的 f^2 , 我们近似用 f^2 沿流动方向的平均值

$$\bar{f}^2 = \frac{1}{s} \int_0^s f^2 dx = \frac{P}{iHs}$$

来代替它(当然, 这只有在 $f^2(x)$ 变化不大时才允许), 然后, 将 (24) 式的 $g(x)$ 表达式代入 (37) 式, 解出 x_{\max} , 可得

$$x_{\max} \approx -\frac{A_0 + \bar{f}^2}{aA_0 + (a+B)\bar{f}^2} \ln \left[\frac{1 + \bar{f}^2/A_0}{2g_0L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right], \quad (38)$$

(38) 式给出了峰值位置与各参量之间的关系. 例如: 由 (38) 式可看出, 耦合度的增加, 一般将使峰值位置向原点方向移动; 由于 a, B 都正比于 x_{CO_2}/x_{N_2} , 故 CO_2 成份的增加, 也将使 x_{\max}

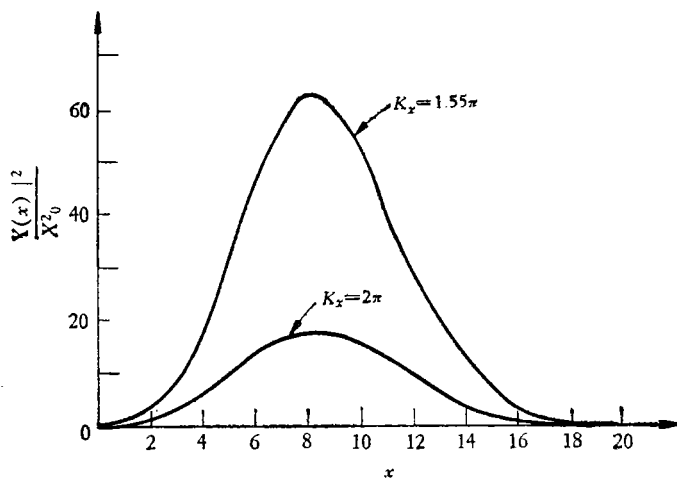


图 2 对 Gerry^[3] 的典型实验,用公式(34)算得的横模分布图
(K_x 分别取 1.55π 与 2π)

向原点方向靠近。

我们还对 Gerry^[3] 的典型实验,计算了横模形式(见图 2)。由于

$$\frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \approx 1 \times 10^{-3},$$

$\epsilon = 20$ 厘米,考虑到条件(36),我们分别取 $K_x = 1.55\pi$ 与 $K_x = 2\pi$,把它们代入(34)式。在(24)式中,我们近似用 $\bar{I} = 5000$ 瓦/厘米²来代替 I^2 ,把(24)式也代入(34)式,最后即得到如图 2 的横模分布曲线。由(38)式可求得峰值位置 $x_{\max} = 8.1$ 厘米。由图 2 可以看出, K_x 值对曲线形状的影响较大, K_x 的较大值所对应的曲线较类似于文献[6]的多孔输出烧蚀结果,故实际对应的横模是高阶的。

参 考 文 献

- [1] Lee, G., *The Phys of Fluids*, **17** (1974), 3.
- [2] Siegman, A. E. & Sziklas, E. A., *Appl. Opt.*, **13** (1974), 12.
- [3] Gerry, E. T., *AIAA Paper*, 71—23.
- [4] Cool, T. A., *J. Appl. Physics*, **40**(1969), 9.
- [5] Kuehn, D. M. & Monson, D. J., *Appl. Phys. Letters*, **16**(1970), 1.
- [6] Pratt, H. L., AD 723961, 1971.
- [7] Rensch, D. B., *Appl. Opt.*, **13**(1974), 11.
- [8] Sziklas, E. A. & Siegman, A. E., *Appl. Opt.*, **14**(1975), 8.
- [9] Вайнштейн Л. В., *Открытые резонаторы и стержневые волноводы. Советское Радио*, 1966.
- [10] Красицкая Л. С. и Напартович, А. П., *Теплофизика Выс. Темп.*, **11** (1973), 4, 736.
- [11] Maitland, A. & Dunn, M. H., *Laser Physics*, North-Holland Publishing Company, 1969.
- [12] Hoffman, A. L. & Vlases, G. C., *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-8**(1972), 2.
- [13] Locke, E. V., Hella, R., Westra, L. & Zeiders, G., *IEEE J. Quantum Electron*, **OE-8**(1972), 389
- [14] Taylor, P. L. & Bitterman, S., *Rev. Mod. Phys.*, **41**(1969), 1.
- [15] Бреховских Л. М., *Волны в слоистых средах*, АН СССР, 1957 (杨训仁译, 分层介质中的波, 科学出版社, 1960, 153).
- [16] Nayfeh, A. H., *Perturbation Methods*, John Wiley & Sons, 1973, 374.
- [17] Tulip, J. & Seguin, H., *J. Appl. Physics*, **42** (1971), 9.
- [18] Kotik, J. & Newstein, M. C., *J. Appl. Physics*, **32**(1961), 2