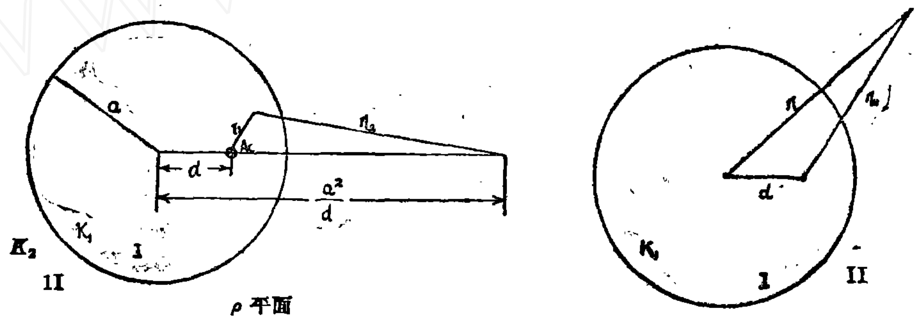
渗透系数对油井产量影响的計算公式*

刘 慈 群

（中国科学院力学研究所）

为了增加油井产量，通常采用化学（酸）处理或机械（爆炸）处理，来增加井底油层地帶的滲透率。因此討論井底附近油层区的滲透率，由原有的 k_2 变为 k_1 时，对井产量的影响是有很大的实际意义。

馬斯克特[1][2]等討論了不同滲透系数$\left[K_1=\dfrac{k_1\gamma}{\mu},\ K_2=\dfrac{k_2\gamma}{\mu}\right]$的兩区呈同心园狀的情况，本文討論偏心的情况．其計算图如图 1 所示．



1a　　1b

图 1　A_c 井在具有不同滲透系数的兩区（I 和 II）中油层水平截面計算图

我們应用鏡象法来解决所提出的問題．与直綫边界[3] 的情况相似；如果認为当井工作（采油）时：

在圆形区 I 中所产生的压力分布就等于强度（产量）为 Q 的汇点及其鏡象（以半徑为 a 的圆形边界为鏡面，其鏡距为$\dfrac{a^2}{d}$）——强度为 λQ 的虚汇点在滲透率为 k_1 的无限均質油层中所产生的压力分布（参看图 1a）；即

$$p_1=\frac{\mu Q}{2\pi hk_1}\ln r_1+\frac{\mu}{2\pi hk_1}\lambda Q\ln r_2+C_1' \tag{1}$$

在圆形区 II 中所产生的压力分布就等于强度为 $(1-\lambda)Q$ 的虚汇点（反射鏡象）及强度为 λQ 的汇点（为了使通过封閉的圆形边界的流量为 Q，所以附加这一項，其位置在原点）在滲透率为 k_2 的无限均質油层中，所产生的压力分布（参看图 1b）．即

$$p_2=\frac{\mu}{2\pi hk_2}(1-\lambda)Q\ln r_1+\frac{\mu}{2\pi hk_2}\lambda\cdot Q\ln r+C_2' \tag{2}$$

式中　μ——石油的粘滞系数

---

* 1958 年 8 月16日收到。

h——油层厚度

$\lambda=\dfrac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$

C_1', C_2'——积分常数

則如上所述的压力分布滿足給定的边界条件。即当

$$r=a,\quad r_1=[(x-d)^2+y^2]^{1/2}=[x^2+y^2-2dx+d^2]^{1/2}=[a^2-2dx+d^2]^{1/2},$$

$$r_2=\left[\left(\frac{a^2}{d}-x\right)^2+y^2\right]^{1/2}=\left[x^2+y^2-2\frac{a^2}{d}x+\frac{a^4}{d^2}\right]^{1/2}=\frac{a}{d}[a^2-2dx+d^2]^{1/2}=\frac{a}{d}r_1;$$

时

$$p_1=p_2;\quad k_1\frac{\partial p_1}{\partial n}=k_2\frac{\partial p_2}{\partial n}.$$

根据上述条件(1), (2)式变为

$$p_1=\frac{\mu Q}{2\pi hk_1}\left(\ln r_1+\lambda\ln\frac{a}{d}r_1+c_1\right)=\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{1+\lambda}{k_1}\ln r_1+\frac{\lambda}{k_1}\ln\frac{a}{d}+\frac{C_1}{k_1}\right]$$

$$p_2=\frac{\mu Q}{2\pi hk_2}[(1-\lambda)\ln r_1+\lambda\ln r+c_2]=\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{1-\lambda}{k_2}\ln r_1+\frac{\lambda}{k_2}\ln a+\frac{C_2}{k_2}\right]$$

因为$\dfrac{1+\lambda}{k_1}=\dfrac{1-\lambda}{k_2}=\dfrac{2}{k_1+k_2}$，如选常数，使$\dfrac{\lambda}{k_1}\ln\dfrac{a}{d}+\dfrac{C_1}{k_1}=\dfrac{\lambda}{k_1}\ln a+\dfrac{C_2}{k_2}$則通过分界面压力連續，即$p_1=p_2$；再者

$$k_1\frac{\partial p_1}{\partial n}=-\frac{\mu Q}{2\pi h}\left(\frac{1}{r_1}\frac{\partial r_1}{\partial n}+\lambda\frac{1}{r_2}\frac{\partial r_2}{\partial n}\right)=-\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{a^2+r_1^2-d^2}{2ar_1^2}+\lambda\frac{a^2+r_2^2-\frac{a^4}{d^2}}{2ar_2^2}\right]$$

$$=-\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{a^2+r_1^2-d^2}{2ar_1^2}+\lambda\frac{d^2-d\cdot x}{ar_1^2}\right]$$

$$k_2\frac{\partial p_2}{\partial n}=-\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{a^2+r_1^2-d^2}{2ar_1^2}+\lambda\left(\frac{1}{a}-\frac{a^2+r_1^2-d^2}{2ar_1^2}\right)\right]=-\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{a^2+r_1^2-d^2}{2ar_1^2}+\right.$$

$$\left.+\lambda\frac{2r_1^2-(a^2+r_1^2-d^2)}{2ar_1^2}\right]=-\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{a^2+r_1^2-d^2}{2ar_1^2}+\lambda\frac{d^2-d\cdot x}{2ar_1^2}\right]$$

从上显然可得$k_1\dfrac{\partial p_1}{\partial n}=k_2\dfrac{\partial p_2}{\partial n}$；即通过分界面，垂直于該面的滲透速度是連續的。因此上述压力分布滿足給定的边界条件。即为我們所要求的压力分布。

現在求井产量，通常补給边界很大，可以不考虑其形狀对井产量的影响。即当$r\approx R_k$ $r_1\approx R_k$时，$p_2=p_k$（补給边界上的压力）。又通常井徑很小，∴当$r_1\approx r_c$，$r_2\approx\dfrac{a^2}{d}-d$，$p_1=p_c$（井中压力），將上述边界条件代入(1)(2)式分別得：

$$p_k=\frac{\mu Q}{2\pi hk_2}[(1-\lambda)\ln R_k+\lambda\ln R_k+c_2]\tag{3}$$

$$p_c=\frac{\mu Q}{2\pi hk_1}\left[\ln r_c+\lambda\ln\left(\frac{a^2}{d}-d\right)+c_1\right]\tag{4}$$

(3)式减(4)式且考虑到$\dfrac{c_2}{k_2}-\dfrac{c_1}{k_1}=\dfrac{\lambda}{k_1}\ln\dfrac{a}{d}-\dfrac{\lambda}{k_2}\ln a$于是得

$$p_k-p_c=\frac{\mu Q}{2\pi h}\left[\frac{1}{k_2}\ln R_k-\frac{1}{k_1}\ln r_c-\frac{\lambda}{k_1}\ln\frac{a^2-d^2}{a}-\frac{\lambda}{k_2}\ln a\right]$$

所以流量公式

$$Q=\frac{2\pi hk_1(p_k-p_c)}{\mu\left[\ln\frac{R_K^{k_1/k_2}}{r_c}-\lambda\ln(a^2-d^2)\cdot a^{k_1/k_2-1}\right]} \tag{5}$$

当 $d=0$ 时，即不考虑偏心的情况时，则公式(5)簡化为馬斯克特[1][3]公式

$$Q'=\frac{2\pi hk_1(p_k-p_c)}{\mu\left[\ln\frac{a}{r_c}+\frac{k_1}{k_2}\ln\frac{R_k}{a}\right]} \tag{6}$$

当 $k_2\to\infty$ 时，这相当于圓形边界为补給边界且对于井为偏心的情况，显然这时 $a=R_k$，于是(5)式簡化为謝尔加且也夫公式[2]。

$$Q_0=\frac{2\pi hk_1(p_k-p_c)}{\mu\ln\frac{R_k^2-d^2}{R_kr_c}} \tag{7}$$

当 $k_2=k_1$ 时，这相当于油层的滲透率是均一的情况，于是(5)式簡化为鳩佈依公式[3]

$$Q_2=\frac{2\pi hk_2(p_k-p_c)}{\mu\cdot\ln\frac{R_k}{r_c}} \tag{8}$$

比值 $\frac{Q}{Q_2}=\frac{\frac{k_1}{k_2}\ln\frac{R_k}{r_c}}{\ln\frac{R_k^{k_1/k_2}}{r_c}-\lambda\ln(a^2-d^2)\cdot a^{k_1/k_2-1}}$ 表征考虑滲透率和井偏心对井产量影响的程度。

比值 $\frac{Q}{Q'}=\frac{\ln\frac{a}{r_c}+\frac{k_1}{k_2}\ln\frac{R_k}{a}}{\ln\frac{R_k^{k_1/k_2}}{r_c}-\lambda\ln(a^2-d^2)\cdot a^{k_1/k_2-1}}$ 表征在不均質滲透率的情况下，偏心对井产量影响的程度。

自然所得的公式(5)，也可以用在由于地层孔隙結臘，裂縫受到堵塞等所引起的井底附近油层滲透率起变化的情况。也可以应用在呈环狀非均質地层的情况。

还必須指出，公式(5)还可以应用在圓形油藏(油，水分界是圓形)中水驅石油流向井的情形；水，油粘性的差別，亦形成了滲透系数$\left[K_1=\frac{k\gamma}{\mu_1},\ K_2=\frac{k\gamma}{\mu_2}\right]$不同的同心园区，一般含油面积是很大的，在采油的初期，油，水分界面的移动很小，因此就可以把水驅石油的不定常流动看作是均質液体經过不同滲透系数地层的"定常"流动。如是上述計算完全可以应用在水驅石油的情形；这样公式(5)改写成

$$Q=\frac{2\pi k(p_k-p_c)}{\mu_1\left[\ln\frac{R_k^{\mu_2/\mu_1}}{r_c}-\lambda\ln(a^2-d^2)a^{\mu_2/\mu_1-1}\right]} \tag{5'}$$

式中　$\lambda=\frac{\mu_2-\mu_1}{\mu_1+\mu_2}$

μ_1——石油的粘滯系数

μ_2——水的粘滯系数

k——油层的滲透率(地层的顆粒成分，結構是均質的)

a ——含油区的半徑

若为帶狀油藏，即当油水分界綫不是圓形而是直綫形时，亦即当 $a-d=H$（井与直綫油水分界綫的垂直距离），$\frac{a}{d}\to 1$，$\frac{a}{R_k}\to 1$ 时，則(5′)式可化为帶狀油藏条件下，井产量公式[3]

$$Q=\frac{2\pi k(p_k-p_c)}{\mu_1\left(\ln\frac{R_k}{r_c}+\lambda\ln\frac{R_k}{2H}\right)} \tag{5''}$$

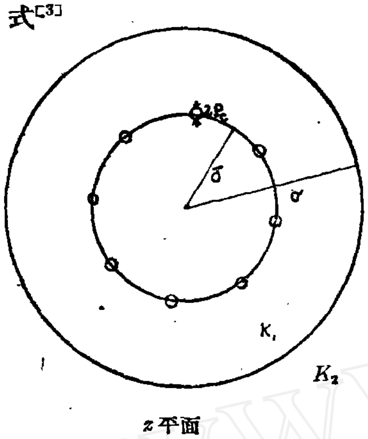


图 2 n 口环狀井列平面图

通常在圓形油藏中，佈置环狀井列进行快速采油，如图 2 所示

应用保角变换式

$$\zeta=z^n \tag{9}$$

把图形(2)保角的变换到图形(1)

根据(9)式，变换前，后的对应关系如下：

$$R_k=R^n;\quad a=\sigma^n;\quad d=\delta^n$$

$$r_c=\left|\frac{d\zeta}{dz}\right|_{z_3}\cdot\rho_c=n\delta^{n-1}\rho_c$$

又知經过保角变换，流量的絕对值不变。因此把上述关系式代入(5′)式，得水驅石油时(或在不均質地层中) n 口相互干涉井每口井的流量公式

$$Q=\frac{2\pi k(p_k-p_c)}{\Theta} \tag{10}$$

$$\Theta=\mu_1\left[\ln\frac{R_k^{\mu_2/\mu_1}}{r_c}-\lambda\ln(a^2-d^2)\cdot a^{\mu_2/\mu_1-1}\right]$$

$$=\mu_1\left[\ln\frac{R^{n\frac{\mu_2}{\mu_1}}}{n\delta^{n-1}\cdot\rho_c}-\lambda\ln(\sigma^{2n}-\delta^{2n})\cdot\sigma^{n\left(\frac{\mu_2}{\mu_1}-1\right)}\right]$$

若 $\frac{\delta}{\sigma}<\frac{1}{2}$，$2n\gg 1$；則上式簡化为

$$Q=\frac{2\pi k(p_k-p_c)}{\mu_1\ln\frac{R^n}{n\delta^{n-1}\rho_c}-n(\mu_1-\mu_2)\ln\frac{R}{\sigma}} \tag{11}$$

若不考慮油，水粘性差別，即令 $\mu_2=\mu_1=\mu$，从(10)，(11)式得在均質情况下 n 口相互干涉井每口井产量公式：

$$Q=\frac{2\pi k(p_k-p_c)}{\mu\ln\frac{R^n}{n\delta^{n-1}\rho_c}} \tag{12}$$

从上显然是可知 $n(\mu_1-\mu_2)\ln\frac{R}{\sigma}$ 表示油，水粘性差別，对井产量影响因素的总和。

摘　要

根据鏡象法，求出井底附近区滲透率变化且呈偏心环狀的情况下，油井的产量計算公式，該公式可应用在酸处理和孔隙結臘以及呈环狀非均質地层等情形中。若以此式为基

础，再运用保角变换法，可得出水驅石油流向井列的流量計算公式．

参 考 文 献

[1] Muskat M., *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media.* New-York, London, 1937.

[2] 謝尔加且也夫，地下水力学，石油工業出版社，1956.

[3] 刘慈羣，力学学报，2:4,1958.

РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЛИЯНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ФИЛЬТРАЦИЯ НА ДЕБИТ СКВАЖИН

Лю Цы-цюнь

(Институт механики А. Н. Кнр)

Резюме

Мы получием расчетную формулу для определения дебит скважины, методом стоков и отображения при различия между проницаемостями эксцентрично кольцевой призабойной зоны скважины и остальной части пласта. Этой формулой пользоваться при кислотной обработке и запарафинивании пор и. т. д. ещё на основе данной формулы методом конформного стображения, можно получить расчетную формулу для определения дебит каждой из скважин, расположенных по углам правильного многоугольника в случае вытеснении нефти водой.