

# 單跨及多跨彈性薄壁桿件的 縱向穩定性\*

胡 海 昌

(中国科学院力学研究所)

考慮一單跨或多跨的等截面的彈性薄壁桿件在偏心軸向壓力作用下的穩定問題。設桿件的中間支座是簡支的，而兩端可是簡支或夾住。設這桿件的臨界力等於兩端簡支的長度為  $l$  的同截面薄壁桿件的臨界力。在本短文里我們要來證明桿件的原長  $l$  與折合長度  $l'$  之比與桿件截面的特性無關而只與桿件各跨的長度以及兩端的支承情況有關。

多跨的薄壁桿件在偏心壓力作用下失去縱向穩定的基本方程是<sup>[1]</sup>：

$$\begin{aligned} EJ_y \xi^{IV} + P \xi'' + (M_x + a_y P) \theta'' &= 0, \\ EJ_x \eta^{IV} + P \eta'' + (M_y - a_x P) \theta'' &= 0, \\ (M_x + a_y P) \xi'' + (M_y - a_x P) \eta'' + EJ_z \theta^{IV} &+ \\ + (r^2 P + 2\beta_x M_x - 2\beta_y M_y - GJ_z) \theta'' &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中各字母的意義完全與文獻[1]相同。在桿件的中間支座上有條件

$$\xi = 0, \eta = 0, \theta = 0, \quad (2)$$

而在桿件兩端則可有下例邊界條件：

$$\begin{aligned} \text{簡支端：} \xi = \eta = \theta = \xi'' = \eta'' = \theta'' &= 0, \\ \text{夾住端：} \xi = \eta = \theta = \xi' = \eta' = \theta' &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

為了決定這薄壁桿件的折合長度  $l'$ ，我們先來考慮下列問題：設有一普通連續梁，各跨的長度以及支承情況與上述薄壁桿件相同。設這連續梁的抗彎剛度等於 1，軸向壓力的臨界值為  $p$ 。設連續梁失去穩定後撓度的形式為  $w(z)$ 。 $w(z)$  滿足下列方程

$$w^{IV} + p w'' = 0. \quad (4)$$

在中間支座上  $w$  滿足條件

$$w = 0, \quad (5)$$

而在兩端滿足下列邊界條件：

$$\begin{aligned} \text{簡支端：} w = w'' &= 0, \\ \text{夾住端：} w = w' &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

\* 1957 年 6 月 6 日收到。

現在我們設薄壁桿件失去穩定后的形式为

$$\xi = Aw(z), \quad \eta = Bw(z), \quad \theta = Cw(z). \quad (7)$$

其中  $A, B, C$  为未定常数. 这个算式显然已滿足了边界条件(3)和中間支座上的条件(2). 將算式(7)代入方程(1), 然后利用(4)式以消去公因子  $w''$ , 我們得到

$$\left. \begin{aligned} (P - pEJ_y)A + (M_x + a_yP)C &= 0, \\ (P - pEJ_x)B + (M_y - a_xP)C &= 0, \\ (M_x + a_yP)A + (M_y - a_xP)B + \\ &+ (r^2P + 2\beta_xM_y - 2\beta_yM_x - GJ_d - pEJ_\omega)C = 0. \end{aligned} \right\} (7)$$

命这組方程系数的行列式等于零, 我們便得到決定临界力的方程:

$$\begin{vmatrix} P - pEJ_y & 0 & M_x + a_yP \\ 0 & P - pEJ_x & M_y - a_xP \\ M_x + a_yP & M_y - a_xP & r^2P + 2\beta_xM_y - 2\beta_yM_x - GJ_d - pEJ_\omega \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

設这薄壁桿件的折合長度为  $l$ , 那末根据簡支杆件的計算我們知道临界力滿足下列方程:

$$\begin{vmatrix} P - \frac{\pi^2}{l^2} EJ_y & 0 & M_x + a_yP \\ 0 & P - \frac{\pi^2}{l^2} EJ_x & M_y - a_xP \\ M_x + a_yP & M_y - a_xP & r^2P + 2\beta_xM_y - 2\beta_yM_x - GJ_d - \frac{\pi^2}{l^2} EJ_\omega \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

比較方程(8), (9)可以看到, 薄壁桿件的折合長度等于

$$l = \frac{\pi}{\sqrt{p}}. \quad (10)$$

从这个公式可以看到, 折合長度  $l$  与截面特征無关而只与各跨的長度和兩端支承情况有关. 由于普通的梁是薄壁桿件的一种特殊情况, 因此薄壁桿件的折合長度等于普通梁的折合長度.

### 参 考 文 献

- [1] Власов, В. З., Упругие тонкостенные стержни. Строиниздат, §24, 1940.

## ON THE LONGITUDINAL STABILITY OF CONTINUOUS THIN-WALLED BEAMS

HU, HAI-CHANG

*(Institute of Mechanics, Academia Sinica)*

### ABSTRACT

We consider the longitudinal stability of a continuous thin-walled beam under eccentric compression. The reduced length of this beam is defined as the length of a simply supported beam of the same cross section giving the same critical compressive forces. It is proved in this paper that the reduced length of a continuous thin-walled beam with simply supported or clamped ends is independent of the shape of the cross section of the beam, but depends only on the lengths of the spans and the end conditions.