

OGY 方法的改进及证明^{*}

杨 凌 刘曾荣

(1996 年 8 月 5 日收到,1997 年 7 月 15 日收到修改稿)

摘要

OGY 方法是混沌控制最重要的方法·通过选取系统参数的小变化,使双曲不动点变“稳定”·本文改进了 OGY 方法中的参数选取方法,并且完成了对 OGY 方法的严格证明·

关键词 动力系统 混沌 混沌控制 OGY 方法

§1. 引 言

混沌控制是近年比较热门的一个课题·1990 年,E. Ott,C. Grebogi 和 J. A. Yorke^[1]提出了混沌控制的概念和实现混沌控制的方法(即 OGY 方法)·已有的大量结果表明 OGY 方法是行之有效的·在此之后,又提出了许多混沌控制的方法,其中不少方法都是在 OGY 方法上发展起来的^{[3][4][5][6][7]}·因此 OGY 方法成为混沌控制的一个重要基础·完成对 OGY 方法的证明,对于建立混沌控制数学理论有重要意义·本文通过改进参数选取方法,证明了 OGY 方法是可行的·

OGY 方法主要是处理二维平面上的迭代 $X_{n+1} = F_p(X_n)$, 其中 p 为系统的可调参数, 当 $p=0$ 时, 系统有一个双曲不动点 $=0$, 它有稳定流形与不稳定流形·OGY 方法的目的是使 $=0$ 变“稳定”, 其控制方法是在每一步 n , 选取适当的系统参数 p_n , 通过迭代 $X_{n+1} = F(p_n, X_n)$, 使在 $=0$ 附近的点 $X=X_0$ 迭代出的点列 $\{X_n\}$ 趋向于 $=0$, 即使得 $=0$ 变“稳定”·实现上述过程的关键在于 p_n 的取法, 在 OGY 方法中通过调节 p_n , 试图使 $X_{n+1} = F(p_n, X_n)$ 落在 $=0$ 的稳定流形切线上, 由此导出 p_n 的近似公式 $p_n = \omega(\omega - 1)^{-1}(X_n \cdot f_u) / (g \cdot f_u)$, 其中 ω 是 $=0$ 的不稳定特征根, f_u 为其稳定流形的垂直方向, \cdot 为点积, $g = \partial(p)/\partial p|_{p=0}$, (p) 是在参数 p 时系统的双曲不动点坐标, g 即是 (p) 的切向量·由于用上述公式迭代的 $X_{n+1} = F(p_n, X_n)$ 中每个 X_{n+1} 只是落在稳定流形切线附近, 而非严格落在稳定流形切线上, 从而有可能如[1]中所说离开 $=0$ ·事实上可以通过改变 p_n 的取法, 使得迭代 $X_{n+1} = F(p_n, X_n)$ 存在一个“不变区域”·只要初值 X_0 落在此“不变区域”中, 就可以保证每个 X_n 落在其中, 且当 n 时, X_n 以 a^n ($0 < a < 1$) 速率趋向于 $=0$, 这样不仅给出了 p_n 的优化选取, 而

* 国家自然科学基金资助项目

苏州大学数学系,江苏 苏州 215006

中科院力学所 LNM 开放实验室,北京 100080

且完成了对 OGY 方法的数学证明 .

§2. 主要结果

本文处理平面映射

$$X_{n+1} = F_p(X_n) \quad (2.1)$$

$X = (x, y)$, p 为系统的可调参数, 先对(2.1)作如下假设

H1. $F_p(X) \in C^2$. 设 $p=0$ 时系统的双曲不动点 $=0$, 它的稳定流形切方向与不稳定流形切方向分别为 x 轴和 y 轴, 事实上, 这可以通过一个坐标变换实现. s 与 u 分别为其稳定特征值和不稳定特征值 .

H2. 设 $(p) = (x(p), y(p))$ 为参数为 $p(|p| < P^*)$ 时系统相应的双曲不动点, (p) C^2 , 记 $\partial(p)/\partial p|_{p=0} = (a, b)^T$, $\partial^2(p)/\partial p^2|_{p=0} = (c, d)^T$.

H3. 不失一般性, 设 $b > 0$, $a > 0$, $u > 1$.

在上述假设下, 可以得到本文的主要结果为:

定理 1 $\exists K > 0$, $\forall k > K$, $\exists = 0$ 的一个邻域 U , $\forall X_0 \in U$, 选取由

$$bp_n = y_n + 2y_n/(k-u) \quad (2.2)$$

给出的 p_n , 由 $X_{n+1} = F(p_n, X_n)$ 得到的 $\{X_n\}$ 收敛到 $= 0$, 且每个 $X_n \in U$.

为简洁起见, 先证明以下几个引理:

引理 1 $\forall \epsilon_1 > 0$, $\exists P^* > 0$, 使得 $\forall p$ 满足 $|p| < P^*$, 成立

$$(0) = \begin{cases} ap + bp^2 + \tilde{e}p^2 \\ bp + cp^2 + \tilde{f}p^2 \end{cases}, \text{其中 } \tilde{e}, \tilde{f} \text{ 与 } p \text{ 有关, 且 } |\tilde{e}| < \epsilon_1, |\tilde{f}| < \epsilon_1$$

证明 略.

引理 2 $\forall \epsilon_2, \epsilon_3 > 0$, $\exists N, M > R$, $\exists \epsilon > 0$, 使得在 $(0) = 0$ 的边长 R 方形邻域内,

$$x_1 = s x_0 + (x_0^2 + y_0^2), y_1 = u y_0 + (x_0^2 + y_0^2) \quad (N/2 < |x| < M/2)$$

特别地, 当 $|x_0/y_0| > \epsilon_2$ 时, $(1 - \epsilon_3)s < |x_1/x_0| < (1 + \epsilon_3)s$,

$$\text{当 } |y_0/x_0| > \epsilon_2 \text{ 时, } (1 - \epsilon_3)u < |y_1/y_0| < (1 + \epsilon_3)u$$

且 $\exists P_1^* < P^*$, 当 $|p| < P_1^*$ 时, 在 (p) 的边长 $/2$ 的方形邻域内,

$$(1 - \epsilon_3/2) / s[x_0 - x(p)] / + Nr^2 < |x_1 - x(p)| < (1 + \epsilon_3/2) / s[x_0 - x(p)] / + Mr^2,$$

$$(1 - \epsilon_3/2) / u[y_0 - y(p)] / + Nr^2 < |y_1 - y(p)| < (1 + \epsilon_3/2) / u[y_0 - y(p)] / + Mr^2, \text{ 其中 } r^2 = \{[x_0 - x(p)]^2 + [y_0 - y(p)]^2\}$$

特别地, 当 $|x_0 - x(p)/(y_0 - y(p))| > \epsilon_2$ 时,

$$(1 - \epsilon_3)s < |x_1 - x(p)/(x_0 - x(p))| < (1 + \epsilon_3)s,$$

当 $|y_0 - y(p)/(x_0 - x(p))| > \epsilon_2$ 时,

$$(1 - \epsilon_3)u < |y_1 - y(p)/(x_0 - y(p))| < (1 + \epsilon_3)u$$

其中 $(x_1, y_1) = X_1 = F_p(X_0)$

证明 略.

取 $l_p = bp/(k-u)$ 其中 $k > 1$, $\epsilon_2 > 0$ 待定 .

作曲线 $\begin{cases} x = x(p) + l_p/2 \\ y = y(p) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = x(p) - l_p/2 \\ y = y(p) \end{cases}$$

记 Γ^+ , Γ^- , 以及水平曲线 $y = y(p_0)$ 围成的区域为 $U(p_0)$, 见图 1.

引理 3 对 $\forall p_1, p_2, p_3 > 0$, 由引理 1, 引理 2

决定了 $\epsilon(p)$ 和 P_1^* , 则 $\forall u > 0, k > 1, \exists 0 < P_2^* < P_1^*$, 使在 $U(P_2^*)$ 中, 满足 $l_p < /2$, 且 $\forall 0 < p_1, p_2 < P_2^*$ 有

$$\begin{aligned} (a -)|p_1 - p_2| &< |x(p_1) - x(p_2)| \\ &< (a +)|p_1 - p_2| \\ (b -)|p_1 - p_2| &< |y(p_1) - y(p_2)| \\ &< (b +)|p_1 - p_2| \end{aligned}$$

证明 略.

引理 4 $\forall 0 < p_1, p_3 < 1, k > 3, u > 0, 0 < p_2$

$< (b -)/5(a +)$, 则 $\exists 0 < P_3^* < P_2^*$, 使得 $U(P_3^*)$ 中的每个点 $X_n = (x_n, y_n)$ 满足 $|y_n - y(p_n)/(x_n - x(p_n))| > p_2$, 从而 $(1 - p_3)$

$u <$

$|y_n - y(p_n)/(x_n - y(p_n))| < (1 + p_3)u$, 且 $1.5y_n/k_u < |y_n - y(p_n)| < 2.5y_n/k_u$, 特别地, $y_{n+1} > 0$, 其中 p_n 为(2.2)决定的.

证明 见图 2 取水平线段 $(p) E = l_p$, EF 为竖直线, $(p) F$ 斜率为 $-p_2$. 记 EF 长度为 h_p .

当 $p < P_2^*$ 时, 由引理 3 知, $l_p < /2$. 且易知 $h_p/bp = 1/k_u$

下证: $\exists P_3^* < P_2^*$, $\forall X_n \in U(P_3^*)$, y_n 位于 $(p) F$ 之下, 同理位于 $(p) E$ 之下. 见图 3. 即满足 $|y_n - y(p_n)/(x_n - x(p_n))| > p_2$.

先在 $U(P_2^*)$ 中考虑. 由(2.2)式, $bp_n = y_n + 2y_n/(k_u)$ 决定 p_n , 考虑 y_n 与 $y(p_n)$ 关系.

$$y(p_n) = bp_n + (d + \tilde{f})p_n^2$$

$$y(p_n) - y_n = 2y_n/k_u + (d + \tilde{f})(1 + 2/k_u)y_n^2/b^2$$

可取到 $P_3^* < P_2^*$, 使 $1.5y_n/k_u < |y_n - y(p_n)| < 2.5y_n/k_u$.

$$y_{n+1} > y(p_n) - |y_{n+1} - y(p_n)| > y(p_n) - |y_n - y(p_n)|(1 + p_3)u$$

$$> y(p_n) - [1.5y_n/k_u](1 + p_3)u$$

$$k > 3, \quad y_{n+1} > y(p_n) - 0.5y_n(1 - p_3) > y_n - 0.5y_n(1 + p_3) > 0.$$

$$\text{又 } y_F - y_n = [y_F - y(p_n)] + [y(p_n) - y_n]$$

$$> -h_p + 1.5y_n/k_u$$

$$> -by_n/k_u + 1.5y_n/k_u$$

$$= - (1 + 2/k_u)y_n/k_u + 1.5y_n/k_u > 0.$$

同理 $y_F - y_n > 0$.

留下来还要证明 $|x_n| < |x_F|$, 即 $|x_n - x(p_n)| < l_p$

$$|x_n - x(p_n)| < |x_n - x(\tilde{P})| + |x(\tilde{P}) - x(p_n)| \quad \text{其中 } \tilde{P} \text{ 满足 } y(\tilde{P}) = y_n$$

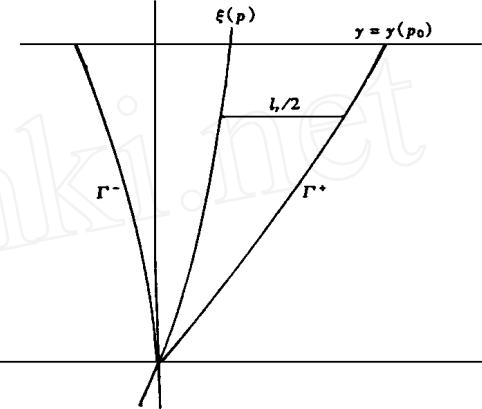


图 1

$$\begin{aligned} \text{而 } |x(\tilde{p}) - x(p_n)| &< (a+)|\tilde{p} - p_n| < (a+)|y_n - y(p_n)|/(b-) \\ &< 2.5y_n(a+)/((b-))k_u \end{aligned}$$

由 $X_n \in U(P_3^*)$ 及 l_p 关于 p 的单调性知

$$\begin{aligned} |x_n - x(\tilde{p})| &< l_p/2 < l_{pn}/2 \\ |x_n - x(p_n)| &< l_{pn}/2 + 2.5y_n(a+)/((b-))k_u \\ &< l_{pn}/2 + [(a+)/((b-))]l_{pn}/2(2 \times 2.5y_n/bp_n) \end{aligned}$$

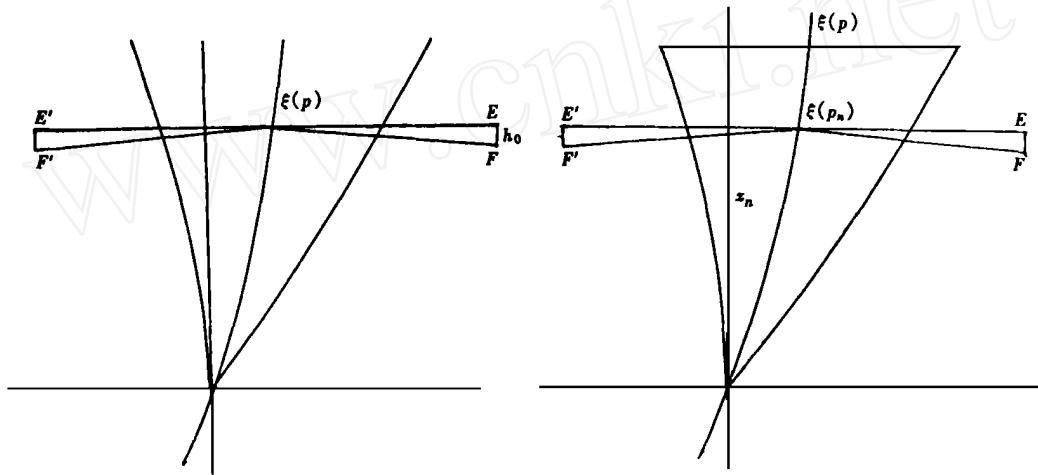


图 2

图 3

由 $y_n/bp_n < 1$ 知

$$|x_n - x(p_n)| < l_{pn}/2 + 5 \cdot 2[(a+)/((b-))]l_{pn}/2$$

由引理关于 ϵ_2 的条件知

$$\begin{aligned} |x_n - x(p_n)| &< l_{pn}/2 + l_{pn}/2 = l_{pn} \\ |x_n| &< |x_F|, \text{ 同理 } |x_n| < |x_F| \end{aligned}$$

x_n 位于线段 $(p)F$ 之下, 位于线段 $(p)F$ 之下 · 故满足 $|y_n - y(p_n)|/(x_n - x(p_n))| > \epsilon_2$, 从而由引理 3 知

$$(1 - \epsilon_3)k_u < |(y_n - y(p_n))/(x_n - y(p_n))| < (1 + \epsilon_3)k_u \quad Q.E.D$$

取定 $\epsilon_1 < 1$, $\epsilon_3 < \min\{(1/s) - 1)/2, ((u-1)/(u+1))\}$, 即 $|s|(1+2\epsilon_3) < 1$, $|u|(1-\epsilon_3) > (1+\epsilon_3)$ · 取定 满足 $[(b+)/((b-))]l(1+) < 1/|s|(1+2\epsilon_3)$ 则 $\exists K > 0$, $k < K$ 时, $(1+2.5/k_u)/[1+1.5/k_u - 2.5(1+\epsilon_3)/k] < 1 + \epsilon_2$ · 对上述任意的 k , 取定 $\epsilon_2 < |s|/20$, 且满足:

$$\begin{aligned} & \{[(1+5\epsilon_2(a+)/((b-)))]|s|(1+\epsilon_3) + 5\epsilon_2(1+\epsilon_3)(a+)/((b-))\} \\ & < |s|(1+2\epsilon_3) \end{aligned} \quad ()$$

引理 5 $\forall \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, k$, 满足上述()取法, 则 $\exists P_4^* < P_3^*$, 使得 $U(P_4^*)$ 中的任一点 X_n , 由(2.2)迭代后的 $X_{n+1} \in U(P_4^*)$ ·

证明 设 \tilde{p} 满足 $y(\tilde{p}) = y_n$, p 满足 $y(p) = y_{n+1}$ · 显然 $p_n > \tilde{p} > p$ · 只要证明 $|x_{n+1} - x(p)| < l_p/2$ 即可 · 首先由引理 4 知: $1.5y_n/k_u < |(y_n - y(p_n))| < 2.5y_n/k_u$ · 且 $|(y_n - y(p_n))/(x_{n+1} - x(p_n))| > \epsilon_2$, 从而 $(1 - \epsilon_3)k_u < |(y_n - y(p_n))/(y_n - y(p_n))| < (1 + \epsilon_3)k_u$ ·

下面分两种情况讨论：

1) $|x_n - x(p_n)| / |y_n - y(p_n)| > 2$ 时, 由引理 2 知

$$|x(p_n) - x_{n+1}| < |x_n - x(p_n)| (1 + \beta_3) |s|$$

而由引理 4 的证明过程知：

$$|x_n - x(p_n)| < l_{pn}/2 + 5 \cdot 2 \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (l_{pn}/2)$$

故 $|x(p_n) - x_{n+1}| < (l_{pn}/2) \{ 1 + 5 \cdot 2 \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} \} (1 + \beta_3) |s|$

另一方面,

$$\begin{aligned} |x(p_n) - x(p)| &< (a + \beta_2) |p_n - p| \\ &< \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} |y(p_n) - y_{n+1}| \\ &< \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) |u| |y_n - y(p_n)| \\ &< \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) u 2.5 b p_n / k_u \\ &< \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) u 5 \cdot 2 (l_{pn}/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故 } |x_{n+1} - x(p)| &< |x(p_n) - x(p)| + |x(p_n) - x_{n+1}| \\ &< (l_{pn}/2) \{ \{ 1 + 5 \cdot 2 \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) |s| \} \\ &\quad + \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) u 5 \cdot 2 \} \} \end{aligned}$$

由条件容易验证

$$\begin{aligned} \{ \{ 1 + 5 \cdot 2 \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) |s| \} &+ \{ (a + \beta_2) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_3) u 5 \cdot 2 \} \\ &< |s| (1 + 2 \beta_3) \end{aligned}$$

$$|x_{n+1} - x(p)| < (l_{pn}/2) |s| (1 + 2 \beta_3)$$

而 $l_{pn} = (l_{pn}/l_p) l_p = \{ (l_{pn} - 0) / (l_p - 0) \} l_p < \{ (b + \beta_1) y(p_n) / (b - \beta_1) y_{n+1} \} l_p$

其中 $y_{n+1} > y(p_n) - u(1 + \beta_3) |(y_n - y(p_n))|$

$$> 1.5 y_n / k_u - u(1 + \beta_3) 2.5 y_n / k_u$$

$$y(p_n) < (1 + 2.5 / k_u) y_n$$

$$l_{pn} < \{ (b + \beta_1) / (b - \beta_1) \} \{ (1 + 2.5 / k_u) y_n / \{ 1.5 y_n / [k_u - u(1 + \beta_3) 2.5 y_n / k_u] \} \} l_p$$

由关于 k 的条件知

$$\{ (1 + 2.5 / k_u) y_n / \{ 1.5 y_n / [k_u - u(1 + \beta_3) 2.5 y_n / k_u] \} \} < 1 +$$

$$l_{pn} < \{ (b + \beta_1) / (b - \beta_1) \} (1 + \beta_1) l_p < \{ 1 / |s| (1 + 2 \beta_3) \} l_p$$

因此

$$|x_{n+1} - x(p)| < (l_{pn}/2) |s| (1 + 2 \beta_3) < l_p / 2$$

故 $X_{n+1} \in U(P_4^*)$

2) $|[x_n - x(p_n)] / [y_n - y(p_n)]| > 2$ 时,

用 $(1 + \beta_3/2) |s| [x_n - x(p_n)] + N \{ [x_n - x(p_n)]^2 + [y_n - y(p_n)]^2 \} < |x_{n+1} - x(p_n)| < (1 + \beta_3/2) |s| [x_n - x(p_n)] + M \{ [x_n - x(p_n)]^2 + [y_n - y(p_n)]^2 \}$ 来估计。

$$\begin{aligned} |x(p_n) - x_{n+1}| &< (1 + \beta_3/2) |s| [x_n - x(p_n)] + M \{ [x_n - x(p_n)]^2 + [y_n - y(p_n)]^2 \} \\ &< (1 + \beta_3/2) |s| [x_n - x(p_n)] + M \{ 2 [y_n - y(p_n)]^2 + [y_n - y(p_n)]^2 \} \\ &< (1 + \beta_3/2) |s| [x_n - x(p_n)] + M (\beta_2 + 1) [y_n - y(p_n)]^2 \\ &< (1 + \beta_3/2) |s| 2 [y_n - y(p_n)] + M (\beta_2 + 1) [y_n - y(p_n)]^2 \\ &< (1 + \beta_3/2) |s| 2 [y_n - y(p_n)] + M (\beta_2 + 1) [y_n - y(p_n)] \\ &< (1 + \beta_3/2) (2.5 y_n / k_u) \{ (\beta_2 + 1) (2.5 y_n / k_u) \} \\ &< (1 + \beta_3/2) (2.5 y_n / k_u) \{ \beta_2 + M (\beta_2 + 1) (2.5 y_n / k_u) \} \\ &< (1 + \beta_3/2) (l_{pn}/2) (\beta_2 + M (\beta_2 + 1) (2.5 y_n / k_u)) \end{aligned}$$

$\exists P_4^* < P_3^*$, 当 $X_n = (x_n, y_n) \in U(P_4^*)$ 时, 成立

$y_n < k_u / [2.5M(2 + 1)]$ 即 $M(2 + 1) < (2.5y_n / k_u)$ 时

$$\begin{aligned} |x(p_n) - x_{n+1}| &< (1 + \beta/2)(l_{pn}/2)(5/2)\{s/2 + 1\} \\ &< (1 + \beta/2)(l_{pn}/2)(5/2)2 \\ &< (1 + \beta/2)(l_{pn}/2)10/2 \\ &< (\beta/2)(1 + \beta/2)(l_{pn}/2) \end{aligned}$$

故同 1)

$$|x(p_n) - x_{n+1}| < (l_{pn}/2)(1 + \beta)|s|\{1 + 5/2[(a + b)/2] / (b - a)\}$$

由 1) 知

$$\begin{aligned} |x(p_n) - x(p)| &< [(a + b)/2](1 + \beta)|s|5/2(l_{pn}/2) \\ |x_{n+1} - x(p)| &< |x(p_n) - x(p)| + |x(p_n) - x_{n+1}| < l_p/2 \end{aligned}$$

故 $X_{n+1} \in U(P_4^*)$.

Q. E. D

引理 6 在上述条件()下, $\exists P_5^* < P_4^*$, $\forall X_0 \in U(P_5^*)$, 由(2.2)式迭代出的点列 $\{X_n\}, X_n \neq 0$.

证明 $y(p_n) - y_n = 2y_n/k_u + (d + \tilde{f})\{(1 + 2/k_u)y_n\}^2$

$$\exists P_5^* < P_4^*, \forall X_n = (x_n, y_n) \in U(P_5^*)$$

$$(2 - \beta/2)y_n/k_u < |y(p_n) - y_n| < (2 + \beta/2)y_n/k_u$$

则 $|y_{n+1} - y(p_n) - u(1 - \beta)| |y(p_n) - y_n|$

$$< |y(p_n) - u(1 - \beta)(2 - \beta/2)y_n/k_u|$$

由条件() $u(1 - \beta) > (1 + \beta)$

$$\begin{aligned} |y_{n+1} - y(p_n) - (1 + \beta)(2 - \beta/2)y_n/k_u| &< \{1 + (2 + \beta/2)/k_u\}y_n - (1 + \beta)(2 - \beta/2)y_n/k_u \\ &< \{1 + [2 + \beta/2 - (1 + \beta)(2 - \beta/2)]/k_u\}y_n \\ &< \{1 + [2 + \beta/2 - (1 + \beta)(2 - \beta/2)]/k_u\}y_n \\ &< \{1 + [2 + \beta/2 - (2 + 1.5\beta - \frac{2}{3}\beta^2)/k_u]\}y_n \\ &< \{1 + [-\beta + \frac{2}{3}\beta^2]/k_u\}y_n < \{1 - (\beta/2)/k_u\}y_n \end{aligned}$$

y_n 单调整趋于 0, 显然 x_n 趋于 0, X_n 趋于 0.

Q. E. D

定理的证明

只要取定理中的 $U = U(P_5^*)$, 综合上述 6 个引理即可完成本定理的证明.

Q. E. D

注释 当条件 H3 · 不满足时, 只要 $b \neq 0$, 也可同样讨论. 即在满足条件 H1, H2 · 时成立如下定理.

定理 1 当 $b \neq 0$ 时, $\exists K > 0$, $\forall k > K$, $\exists \epsilon = 0$ 的一个邻域 U , $\forall X_0 \in U$, 选取由 $bp_n = y_n + 2y_n/(k_u)$

给出的 p_n , 由 $X_{n+1} = F(p_n, X_n)$ 得到的 $\{X_n\}$ 收敛到 $\epsilon = 0$, 且每个 $X_n \in U$.

§3. 例子

一般而言, 定理所要求的条件是容易满足的. 以下就 Lauwerier 吸引子⁽²⁾为例讨论. 取映射

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n(1 - 2y_n)/2 + y_n \\ y_{n+1} = 4y_n(1 - y_n) \end{cases}$$

取 $X_{n+1} = F_p(X_n)$ 为

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n(1 - 2y_n)/2 + y_n \\ y_{n+1} = 4(1 - p)y_n(1 - y_n) \end{cases}$$

$p=0$ 时, 不动点 $(3/5, 3/4)$, $u = -2$, $s = 1/2$

它的稳定流形切方向与不稳定流形切方向分别为 x 轴和 y 轴.

$p=0$ 时, 不动点 $(p) = (x(p), y(p))$, 解出 $y(p) = (3 - 4p)/(4 - 4p)$

$$b = \partial y(p)/\partial p|_{p=0} = -1/4 \neq 0$$

且显然 $(p) \in C^2$, $F_p(X) \in C^2$.

故可由此方法控制.

关于高维映射的情况, 将另行报导.

参 考 文 献

- 1 E. Ott, C. Grebogi and J. A. Yorke, Controlling chaos, Phys. Rev. Lett., **64** (1990), 1196—1199.
- 2 H. A. Lauwerier, The structure of a strange attractor, Phys. **21D** (1986), 146—154.
- 3 W. L. Ditto, et. al., Experimental control of chaos, Phys. Rev. Lett., **65** (1990), 3211—3214.
- 4 J. Singer, et. al., Controlling a chaotic system, Phys. Rev. Lett., **66** (1992), 1123—1125.
- 5 D. Auerbach, et. al., Controlling chaos in high dimensional system, Phys. Rev. Lett., **69** (1992), 3479.
- 6 K. Phragas, Continues control of chaos by self-controlling feedback, Phys. Rev. A, **170** (1992), 3479—3482.
- 7 V. Petrov, et. al., A map-based algorithm for controlling low-dimensional chaos, J. Phys. Chem., **96** (1992), 7506—7513.

An Improvement and Proof of OGY Method

Yang Ling Liu Zengrong

(Department of Mathematics, Suzhou University, Suzhou 215006, P. R. China;
LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy, Beijing 100080, P. R. China)

Abstract

OGY method is the most important method of controlling chaos. It stabilizes a hyperbolic periodic orbit by making small perturbations for a system parameter. This paper improves the method of choosing parameter, and gives a mathematics proof of it.

Key words dynamical system, chaos, controlling chaos, hyperbolic periodic point, stable manifold, unstable manifold