文章编号:1007-4708(2008)06-0741-06

二维 CE/SE 算法改进及其高阶精度格式

王 刚[1], 张德良[2], 刘凯欣*[1], 王景焘[1]

(1. 北京大学 工学院 湍流与复杂系统研究国家重点实验室, 北京 100871;
2. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘 要:通过提出一种新的守恒元和解元划分方式对二维时-空守恒元解元算法(CE/SE)进行了改进,推导了改进 CE/SE 算法的一、二阶精度计算格式,并给出了更高阶精度计算格式的构造方法。利用得到的改进 CE/SE 格式对激波反射问题、后台阶扰流问题及隔墙坑道传播问题进行了数值模拟。数值结果表明,对 CE/SE 算法的改进是成功的。改进 CE/SE 算法有诸多优点,值得在数值模拟中推广使用。

关键词:CE/SE 算法;高阶精度;数值模拟
中图分类号:O241.82 **文献标识码**:A

1 引 言

时-空守恒元解元算法[1-4](The Space-Time Conservation Element and Solution Element Method, CE/SE Method)是一种全新概念的高精度算法。自 1995 年 Chang 提出 CE/SE 算法以来,它已在计算流体力学中得到了广泛的应用和发展[5-8]。这种算法无论从概念上还是从格式的构造方法上,都与传统的数值方法有很大的不同。首先,它把时间与空间完全统一起来同等看待,并从守恒律积分型方程出发,通过设立守恒元和解元,使格式在局部和全局都严格保证其物理意义上的守恒律。而大多数传统算法都只是对微分方程的空间进行数值离散,一般都把时间和空间分开处理,这就很难严格保证本质上是时间与空间统一的物理守恒律。其次,该方法把流场变量及其对空间偏导数都作为独立变量同时求解,从而减少了数值计算过程中的误差。CE/SE 算法在格式的构造上除了利用简单的 Taylor 展开外,无需任何其他的数值逼近技术,也不需要任何单调性限制或特征分解技术。

实际应用中我们发现,由于二维CE/SE算法采用了一种特殊的守恒元与解元划分方式,导致计算单元复杂,格式复杂,计算费时,难于向三维推广等问题。Zhang 曾经提出一种改进的 CE/SE 算法[7],但仍是基于一维"菱形网格"的推广。

本文提出一种新的守恒元和解元划分方式,推导了一、二阶精度的 CE/SE 格式,并给出来高阶精度格式的构造方法。使用得到的计算格式对激波反射问题、后台阶扰流问题、隔墙坑道传播问题进行数值模拟。通过对数值结果的比较和讨论,说明改进 CE/SE 算法的优点。

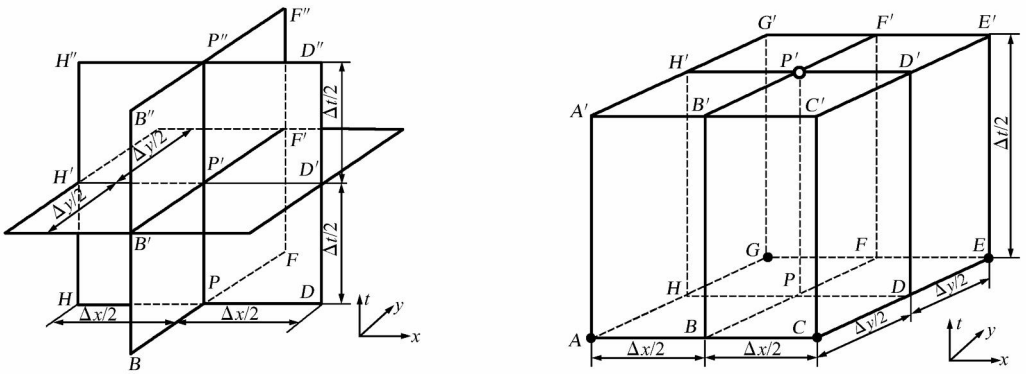
收稿日期:2006-03-29;**修改稿收到日期**:2007-11-12.
基金项目:国家自然科学基金(10572002;10732010)资助项目.
作者简介:王 刚(1980-),男,博士生;
张德良(1939-),男,研究员;
刘凯欣*(1956-),男,教授,博士生导师
(E-mail:kliu@pku.edu.cn);
王景焘(1979),男,博士生.

2 CE/SE 算法的改进

在应用中我们发现原 CE/SE 算法优点很多。但也存在一些问题,例如单元结构复杂,计算费时,很难向三维推广,也很难构造无结构网格,算法没有高阶精度格式。Chang 在提出 CE/SE 算法时采用三个解元来求解 Euler 方程组,在计算激波间断时,需要添加一个附加条件,实际上这已经破坏了原有的 CE/SE 算法在时空守恒的原则。

在原 CE/SE 算法基础上,我们提出了一种新的改进的 CE/SE 算法。图 1 所示为改进的 CE/SE 算法的解元和守恒元结构图,直接采用四个守恒元和一个解元来求解 Euler 方程组。虽然这样做法需要增加一个守恒元,但它可以简单、清晰和直接地求解具有激波间断的流场。这种改进后的 CE/SE 算法具有编程方便、计算时间少、计算精度高和便于向三维推广等优点。另外,我们已经提出了一维 CE/SE 算法的高阶精度格式的构造方法[8]。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



(a) 解元
(a) Solution element SE(P')

(b) 守恒元
(b) Conservation element CE(P')

图 1 本文提出的改进的 CE/ SE 算法的解元和守恒元网格结构

Fig. 1 Grid structure of solution element and conservation element by in this paper

本文将基于二维 Euler 方程组和图 1 所示的网格划分方式构造二维 CE/ SE 算法的一阶和二阶精度格式,并给出高阶精度格式的构造方法。

2.1 一阶精度格式

在直角坐标系下,二维 Euler 方程组的形式为

$$\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{F}}{\partial y}=0 \tag{1}$$

式中 $\mathrm{Q}=(\rho,\rho u,\rho v,E)^{\mathrm{T}}$, $\mathrm{E}=(\rho u,\rho u^2+p,\rho uv,(E+p)u)^{\mathrm{T}}$, $F=(\rho v,\rho uv,\rho v^2+p,(E+p)v)^{\mathrm{T}}$, $E=p/(\gamma-1)+0.5\rho(u^2+v^2)$。$\rho,u,v,p$ 和 E 分别是密度、x 方向的速度分量、y 方向的速度分量、压强和单位体积的总内能。

在 E_3 空间中运用 Gauss 散度定理,可以把方程(1)写成积分形式为

$$\oint_{S(v)}\mathrm{H}\cdot\mathrm{d}s=0 \tag{2}$$

式中 $S(v)$ 为 E_3 空间中任一区域的边界, $\mathrm{H}=(\mathrm{E},\mathrm{F},\mathrm{Q})$, $\mathrm{d}s=\mathrm{d}\sigma\cdot\mathrm{n}$, $\mathrm{d}\sigma$ 为 $S(v)$ 上的微元表面的面积, n 为指向 $S(v)$ 外侧的单位法向量。

对于解元图 1(a) 所示的任意点 (t,x,y); Q, E 和 F 的值可用在 P' 点的一阶 Taylor 展开进行逼近,即

$$\mathrm{M}(\delta x,\delta y,\delta t)_{P'}=\mathrm{M}_{P'}+(\mathrm{M}_x)_P\delta x+(\mathrm{M}_y)_P\delta y+(\mathrm{M}_t)_P\delta t \tag{3}$$

式中 $\mathrm{M}=\mathrm{Q},\mathrm{E},\mathrm{F}$, $\delta x=x-x_{P'}$; $\delta y=y-y_{P'}$, $\delta t=t-t_{P'}$,点 P 为解元的中心点,在上一时间步中 A, C, E 和 G 也均是解元的中心点。

将式(3)带入式(1)中,可以得

$$(\mathrm{Q}_t)_{P'}=-(\mathrm{E}_x)_{P'}-(\mathrm{F}_y)_{P'} \tag{4}$$

由于 E 和 F 均可表示成 Q 的函数,根据式(4)可知,在数值求解过程中的未知量为 Q, Q_x 和 Q_y。

在式(2)上进行积分,式(2)中的 $S(v)$ 取图 1(b) 所示的守恒元,得到如下结果:

$$\mathrm{Q}_{P'}=\frac{1}{4}\bar{Q}+\frac{\Delta t}{4\Delta x}\bar{\mathrm{E}}+\frac{\Delta t}{\Delta y}\bar{\mathrm{F}} \tag{5}$$

式中

$$\begin{aligned}
\bar{\mathrm{Q}}&=\mathrm{Q}\left(\frac{\Delta x}{4},\frac{\Delta y}{4},0\right)_A+\mathrm{Q}\left(-\frac{\Delta x}{4},\frac{\Delta y}{4},0\right)_C+\\
&\quad\mathrm{Q}\left(-\frac{\Delta x}{4},-\frac{\Delta y}{4},0\right)_E+\mathrm{Q}\left(\frac{\Delta x}{4},-\frac{\Delta y}{4},0\right)_G\\
\bar{\mathrm{E}}&=\mathrm{E}\left(0,\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right)_A-\mathrm{E}\left(0,\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right)_C-\\
&\quad\mathrm{E}\left(0,-\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right)_E+\mathrm{E}\left(0,-\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right)_G\\
\bar{\mathrm{F}}&=\mathrm{F}\left(\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right)_A+\mathrm{F}\left(-\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right)_C-\\
&\quad\mathrm{F}\left(-\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right)_E-\mathrm{F}\left(\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right)_G
\end{aligned} \tag{6}$$

式中 $(\mathrm{Q}_x)_{P'}$ 和 $(\mathrm{Q}_y)_{P'}$ 的值可通过连续性求,得

$$\begin{aligned}
(\mathrm{Q}_x)_{P'}&=W[(\mathrm{Q}_x)^-_{P'},(\mathrm{Q}_x)^+_{P'},\alpha]\\
(\mathrm{Q}_y)_{P'}&=W[(\mathrm{Q}_y)^-_{P'},(\mathrm{Q}_y)^+_{P'},\alpha]
\end{aligned} \tag{7}$$

式中

$$\begin{aligned}
(\mathrm{Q}_x)^-_{P'}&=-[\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_A+\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_G-2\mathrm{Q}(0,0,0)_{P'}]/\Delta x\\
(\mathrm{Q}_x)^+_{P'}&=+[\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_C+\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_E-2\mathrm{Q}(0,0,0)_{P'}]/\Delta x\\
(\mathrm{Q}_y)^-_{P'}&=-[\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_A+\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_C-2\mathrm{Q}(0,0,0)_{P'}]/\Delta y\\
(\mathrm{Q}_y)^+_{P'}&=+[\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_E+\mathrm{Q}(0,0,\Delta t/2)_G-2\mathrm{Q}(0,0,0)_{P'}]/\Delta y
\end{aligned}$$

加权函数 $W[x_-,x_+,\alpha]=\dfrac{|x_+|^\alpha x_-+|x_-|^\alpha x_+}{|x_+|^\alpha+|x_-|^\alpha}$, α 为常数(本文中 $\alpha=1$)。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.2　二阶精度格式

在改进 CE/ SE 格式的构造过程中,除了 Taylor 展开没有使用任何特征分解技术。若将 Taylor 展开式(3) 展开到二阶精度,然后按照相同的推导过程即可得到二阶精度的 CE/ SE 格式。

同样,对于解元(图 1(a)) 上任意点 (t,x,y), Q, E和 F的值可用在 P 点的二阶 Taylor 展开进行逼近,即:

$$\begin{aligned}M^{*}(\delta x,\delta y,\delta t)_{P'} = {} & M_{P'} + (M_x)_P\delta x + \\ & (M_y)_P\delta y + (M_t)_P\delta t + \\ & \frac{1}{2}(M_{xx})_{P'}(\delta x)^2 + \\ & \frac{1}{2}(M_{yy})_{P'}(\delta y)^2 + \\ & \frac{1}{2}(M_{tt})_{P'}(\delta t)^2 + (M_{xy})_P\delta x\delta y + \\ & (M_{yt})_P\delta y\delta t + (M_{xt})_P\delta x\delta t \end{aligned} \tag{8}$$

将式(8) 带入式(1) 中,除了得到式(4) 还可以得到

$$\begin{aligned}(Q_{tt})_{P'} &= -(E_{xt})_{P'} - (F_{yt})_{P'} \\ (Q_{yt})_{P'} &= -(E_{xy})_{P'} - (F_{yy})_{P'} \\ (Q_{xt})_{P'} &= -(E_{xx})_{P'} - (F_{xy})_{P'}\end{aligned} \tag{9}$$

由于 E和 F均可表示成 Q的函数,根据式(4) 和式(9) 可知,在数值求解过程中的未知量为 $Q, Q_x, Q_y, Q_{xx}, Q_{xy}$ 和 Q_{yy}。

定义函数 $N(i,x,y,t)$:

$$\begin{aligned}N(i,x,y,t) = {} & N_i + (N_x)_i x + (N_y)_i y + \\ & (N_t)_i t + \frac{2}{3}(N_{xx})_i x^2 + \\ & \frac{2}{3}(N_{yy})_i y^2 + \frac{2}{3}(N_{tt})_i t^2 + \\ & (N_{xy})_i xy + (N_{xt})_i xt + (N_{yt})_i yt\end{aligned} \tag{10}$$

式中 $N = Q, E, F, Q_x, Q_y; i = A, C, E, G$。

在式(2) 上进行积分,式(2) 中的 $S(v)$ 仍取图 1(b) 所示的守恒元,得到的结果为

$$\begin{aligned}Q_{P'} + \frac{1}{24}(Q_{xx})_{P'}\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{1}{24}(Q_{yy})_{P'}\frac{\Delta y}{\Delta x} = {} & \\ \frac{1}{4}\left(Q\left(A,\frac{\Delta x}{4},\frac{\Delta y}{4},0\right) + Q\left(C,-\frac{\Delta x}{4},\frac{\Delta y}{4},0\right) + \right. & \\ \left. Q\left(E,-\frac{\Delta x}{4},-\frac{\Delta y}{4},0\right) + Q\left(G,\frac{\Delta x}{4},-\frac{\Delta y}{4},0\right)\right) + & \\ \frac{1}{4}\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(E\left(A,0,\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right) - E\left(C,0,\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right) - \right. & \\ \left. E\left(E,0,-\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right) + E\left(G,0,-\frac{\Delta y}{4},\frac{\Delta t}{4}\right)\right) + & \\ \frac{1}{4}\frac{\Delta t}{\Delta y}\left(F\left(A,\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right) + F\left(C,-\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right) - \right. & \\ \left. F\left(E,-\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right) - F\left(G,\frac{\Delta x}{4},0,\frac{\Delta t}{4}\right)\right) & \end{aligned} \tag{11}$$

式中 Q_x 和 Q_y 的求解方法见式(7); Q_{xx}, Q_{xy} 和 Q_{yy} 仍然根据连续性求解

$$\begin{aligned}(Q_{xx})_{P'} &= [(Q_x)_{D'} - (Q_x)_{H'}]/\Delta x \\ (Q_{yy})_{P'} &= [(Q_y)_{F'} - (Q_y)_{B'}]/\Delta y \\ (Q_{xy})_{P'} &= [(Q_{xy})'_{P'} + (Q_{yx})'_{P'}]/2\end{aligned} \tag{12}$$

式中

$$\begin{aligned}(Q_x)_{D'} &= (Q_x(0,0,\Delta t/2)_C + Q_x(0,0,\Delta t/2)_E)/2 \\ (Q_x)_{H'} &= (Q_x(0,0,\Delta t/2)_G + Q_x(0,0,\Delta t/2)_A)/2 \\ (Q_y)_{F'} &= (Q_y(0,0,\Delta t/2)_E + Q_y(0,0,\Delta t/2)_G)/2 \\ (Q_y)_{B'} &= (Q_y(0,0,\Delta t/2)_A + Q_y(0,0,\Delta t/2)_C)/2 \\ (Q_{xy})'_{P'} &= [Q_x(0,0,\Delta t/2)_C - Q_x(0,0,\Delta t/2)_A + \\ &\quad Q_x(0,0,\Delta t/2)_E - Q_x(0,0,\Delta t/2)_G]/(2\Delta y) \\ (Q_{yx})'_{P'} &= [Q_y(0,0,\Delta t/2)_C - Q_y(0,0,\Delta t/2)_A + \\ &\quad Q_y(0,0,\Delta t/2)_E - Q_y(0,0,\Delta t/2)_G]/(2\Delta x)\end{aligned}$$

2.3　高阶精度格式构造方法

通过二阶精度的 CE/ SE 算法的构造过程可以看到,由于改进的 CE/ SE 算法网格划分为四边形网格,在构造高阶精度的 CE/ SE 算法时不需要改变网格划分;也不需要任何附加的特殊技巧,只需要在解元上将物理量展成高阶精度即可。无论构造几阶精度的 CE/ SE 算法都只需要求解同一个积分方程,因此除了增加了计算量外,高阶精度的 CE/ SE 算法在构造上没有任何难度。实际计算中还发现,对于三阶精度的 CE/ SE 算法作为未知数的导数也只有 $Q, Q_x, Q_y, Q_{xx}, Q_{xy}$ 和 Q_{yy}。即偶数阶精度的 CE/ SE 算法需要求解与计算精度一致的 Q的偏导数,奇数阶精度只需求解较计算精度低一阶的 Q的偏导数。

3　数值验证

为了对改进 CE/ SE 算法进行检验,通过对三个算例的数值模拟进行比较和讨论。

3.1　激波反射问题

如图 2 所示,计算模型长 4.0,宽 1.0。初始时在平面的左上角给定一个与上边界夹角 $\Phi = 29°$ 的悬挂斜激波,激波左侧来流参数为 $u_1 = 2.9$, $v_1 = 0$, $\rho_1 = 1.0$, $p_1 = 0.7143$; 上侧来流参数为 $u_2 = 2.6193$, $v_2 = -0.50632$, $\rho_2 = 1.7$, $p_2 = 1.5282$。右边界为自由边界,下边界为固壁边界。初始激波 AE 将在下表面反射一道激波 ED,反射角度可以精确计算为 $\Psi = 23.279°$。计算网格数 400 ×100。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

图 3 给出了一阶 Reo 格式,二阶 MUSCL 格式,一阶和二阶改进 CE/ SE 格式在 $y = 0.5$ 处的压力系数 C_p ($C_p = 2(p/p_\infty - 1)/(\gamma M_\infty)^2$) 分布图,图 3 还同时给出来问题的精确解。根据曲线的梯度可以看出,一阶改进 CE/ SE 格式的计算精度要比一阶 Reo 格式和二阶 MUSCL 格式的高,而二阶改进 CE/ SE 格式的计算精度要比一阶改进 CE/ SE 格式的高。

3.2 激波后台阶绕流问题

计算模型长 3.5,宽 3.5,台阶角点位于 $x = 1.2$, $y = 2.0$ 处。管道内初始气体参数为 $u_2 = 0$, $v_2 = 0$, $\rho_2 = 1.4$, $p_2 = 1.0$。左边界为均匀来流 ($u_1 = 1.3$);右边界为自由边界,其余边界均为固壁边界。计算网格数为 180 ×70。

图 4 ～ 图 7 分别给出了一阶改进 CE/ SE 格式,二阶改进 CE/ SE 格式和 Chang 的 CE/ SE 格式的计算结果以及相同条件下的实验结果[3]。通过比较可以发现改进 CE/ SE 算法没有损失原有 CE/ SE 算法的精度。一阶改进 CE/ SE 格式计算结果如图 4 所示和 Chang 的 CE/ SE 格式计算结果如图 6 所示均能在较少网格下描述激波后台阶绕流问题。相同网格下二阶改进 CE/ SE 格式的计算结果如图 5 所示更加准确,而二阶改进 CE/ SE 格式的计算时间是一阶改进 CE/ SE 格式的 1.4 倍。

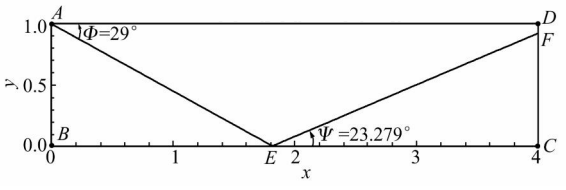


图 2 激波反射示意图
Fig. 2 Scheme of shock reflection

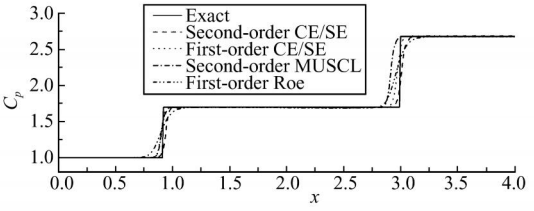


图 3 $y = 0.5$ 处的压力系数分布图(400 ×100)
Fig. 3 Pressure coefficient at $y = 0.5$ (400 ×100)

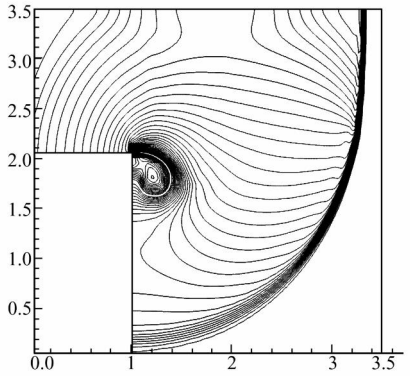


图 4 密度等值线图(一阶改进 CE/ SE 格式)
Fig. 4 Density contours (Improved CE/ SE scheme with first-order accuracy)

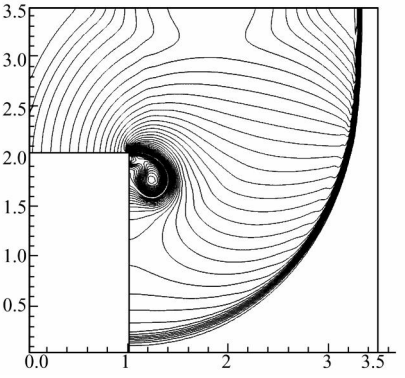


图 5 密度等值线图(二阶改进 CE/ SE 格式)
Fig. 5 Density contours (Improved CE/ SE scheme with second-order accuracy)

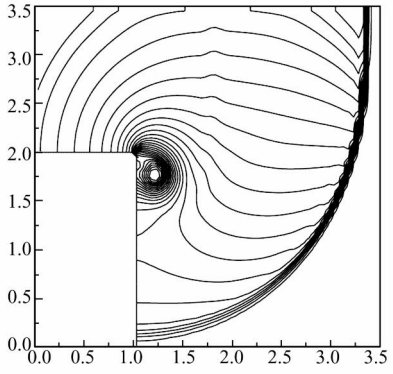


图 6 密度等值线图(Chang 的计算结果)
Fig. 6 Density contours (By Chang)

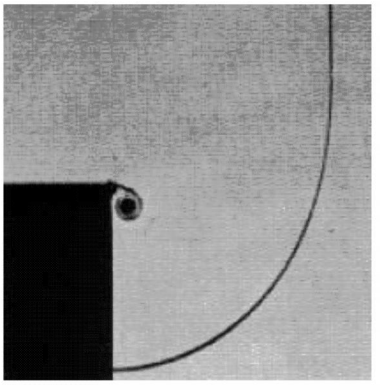


图 7 实验结果
Fig. 7 Experimental result

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

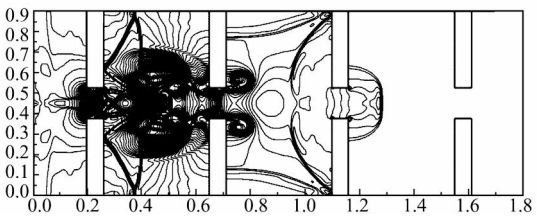


图 8　压力等值线(720 ×360, T = 1. 074928, Ma = 1. 31)
Fig. 8　Pressure contours (720 ×360, T = 1. 074928, Ma = 1. 31)

3. 3　激波隔墙坑道传播问题

计算模型长 1. 8,宽 0. 9,在 x = 0. 2, x = 0. 65, x = 1. 1 和 x = 1. 55 处上下各放一个高 0. 375,厚 0. 06 的隔板。管道内初始气体参数为 u_2 = 0, v_2 = 0, ρ_2 = 1. 4, p_2 = 1. 0。左边界为均匀来流(u_1 = 1. 31);右边界为自由边界,其余边界均为固壁边界,计算网格数为 720 ×360。

图 8 给出一阶改进 CE/ SE 格式的计算结果,图 9 给出了试验结果[9]。Chang 的二维 CE/ SE 算法由于守恒元和解元构造复杂性,不便于求解本算例,而本文提出的守恒元与解元划分方式能够简便地处理复杂边界。

通过对上面三个算例的比较和讨论,可以发现改进的 CE/ SE 算法具有以下特点:

(1) 结构简单,便于格式推导。

(2) 没有损失原 CE/ SE 算法的计算精度,能够准确捕捉激波。

(3) 便于处理复杂边界。

(4) 便于推广到高阶精度,且得到二阶改进 CE/ SE 格式在计算精度上得到提高。

4　结　论

本文通过提出一种新的守恒元与解元划分方式对二维 CE/ SE 算法进行了改进,推导了一阶精度和二阶精度的计算格式,给出了高阶精度格式的推导方法。通过对气体动力学算例的计算和讨论,可以看出,改进后 CE/ SE 算法具有结构简单,便于公式推导,计算精度高,便于边界处理及推导高阶精度格式等优点。这表明本文对 CE/ SE 算法的改进是成功的。同时,它还有通用性好,计算量小,便于推广到多维情形等优点,因此改进后 CE/ SE 算法是值得推广的一种新算法。

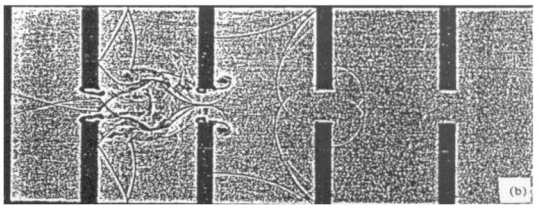


图 9　实验结果
Fig. 9　Experimental result

参考文献(Referrences) :

[1] CHANG S C. The method of space-time conservation element and solution element-a new approach for solving the Navier-Stockes equations and Euler equation [J]. *Journal of Computational Physics*, 1995, **199**: 295-324.

[2] CHANG S C, WANG X Y, CHOW C Y. The space-time conservation element and solution element method-a new high-resolution and genuinely multidimensional paradigm for solving conservation laws. I. The two dimensional time marching schemes [R]. NASA/ TM-1998-208843.

[3] WANG X Y, CHOW C Y, CHANG S C. Space-time conservation element and solution element method-A new high-resolution and genuinely multidimensional paradigm for solving conservation laws. II Numerical simulation of shock waves and contact discontinuities [R]. NASA/ TM —1998-208844.

[4] CHANG S C, WANG X Y, CHOW C Y. The space-time conservation element and solution element method: A new high-resolution and genuinely multidimensional paradigm for solving conservation laws [J]. *Journal of Computational Physics*, 1999, **156**: 89-136.

[5] 张德良,谢　巍,郭长铭,等. 气体爆轰胞格结构和马赫反射数值模拟[J]. 爆炸与冲击, 2001, **21**(3): 161-167. (ZHANG De-liang, XIE Wei, GUO Chang-ming, et al. Numerical simulation of cellar structures and Mach reflection of gaseous detonation waves[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2001, **21**(3): 161-167. (in Chinese))

[6] 张增产, 沈孟育. 一种严格保证时-空守恒律的数值方法[J]. 计算物理, 1997, **14**(6): 834-840. (ZHANG Zeng-can, SHEN Meng-yu. A numerical method of space-time conservation [J]. *Chinese Journal of*

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

Computational Physics, 1997, **14**(6): 834-840. (in Chinese))

[7] ZHANG Z C, YU S T, CHANG S C. A space-time conservation element and solution element method for solving the two-and three-dimensional unsteady Euler equations using quadrilateral and hexahedral meshes [J]. *Journal of Computational Physics*, 2002, **175**: 168-199.

[8] LIU K X, WANG J T. Analysis of high accuracy conservation-element and solution-element Schemes [J]. *China Physics Letter*, 2004, **21**: 2085-2088.

[9] KREHL P, ENGEMANN S, NEUWALD P. Flash lighting instrumentation for color schlieren shock wave photograph [J]. *Shock Waves*, 1995, **4**: 194-207.

An improved two-dimensional CE/SE method and its high-order schemes

WANG Gang[1], ZHANG De-liang[2], LIU Kai-xin[*1], WANG Jing-tao[1]

(1. LTCS and College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China

2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: In this paper, the original two-dimensional space-time conservation element and solution element (CE/SE) method is improved by proposing a new design of conservation elements and solution elements. First-and second-order improved CE/SE schemes are deduced and the derivation method of high-order improved CE/SE schemes is given. The numerical test problems such as shock wave reflection, down a step and pass a tube with clapboard are simulated by the improved CE/SE schemes. The numerical results show that the improvement on CE/SE method is successful. The improved CE/SE method has many advantages and deserves extension in numerical simulations.

Key words: CE/SE method; higher order accuracy; numerical simulation.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net