

计算机模拟升降法试验的研究*

严楠^a 蔡瑞娇^b 田玉斌^b

(a 中国科学院力学研究所 北京 100080)

(b 北京理工大学 北京 100081)

摘要 介绍了计算机模拟感度试验的原理,运用计算机模拟方法研究了升降法试验的初始参数选择对感度分布参数估计精度的影响,取得了升降法有利的试验条件。

关键词 感度试验 计算机模拟 参数估计 升降法

中图分类号 O212.3 TJ4

1 引言

感度试验在确定火炸药感度、生物药剂敏感性、弹药和材料强度阈值等方面有着广泛的应用。感度试验按照试验程序的特点可分为非序贯试验和序贯试验。序贯试验比非序贯试验所需的试验量有较大程度的减少,因此序贯试验技术的发展特别受到人们的关注。Anderson^[1]、Barlett^[2]和Dixon^[3]等人相继对序贯试验进行了研究,多以Dixon的升降法作为第一个序贯感度试验方法。升降法试验程序操作起来比较简单,至今仍在火炸药及火工品感度试验中广泛使用。自升降法出现以来,又出现了Robbins-Monro法、Langlie法、OSTR法、Wu法等序贯感度试验方法。

对于国际上已出现的各种感度试验方法,如何评价其优劣,从中选出适合试验者各自需要的试验方法,是试验者所关心的问题。评价感度试验方法的途径,或是用试验直接验证,或是从理论上找出根据。由于感度试验数据结构的特殊性,对感度试验方法从理论上作出分析和评价,工作难度很大。而对于试验验证,如果抽样花费过高或试验过于复杂,则无法进行验证工作。利用模拟抽样代替真正的总体,使它具有假定的概率分布,则对试验方法而言,理论总体和真实总体具有同样的代表性。这样,抽样和试验的问题可以转化为如何建立数学上的随机模型的问题。国外在研究新的感度试验方法时已经广泛采用了蒙特卡洛法^[4~5],我国关于这方面专题研究的报道较少。

本文以升降法为例,针对升降法的参数估计精度容易受初始参数选择影响的问题,应用蒙特卡洛法计算机模拟试验原理,通过改变试验初始参数,研究升降法对均值、标准偏差和极限百分位点的参数估计精度,确定出升降法的试验初始参数范围。

* 国家九五计划项目(合同号H9605-1)。

严楠:男,1960年1月生,博士。

1997-09-02收到原稿,1997-12-12收到修改稿。

2 感度试验的蒙特卡洛模拟方法

2.1 感度试验模拟方法的原理

按照蒙特卡洛法的原理, 模拟感度试验程序需要产生两种变量序列: 临界刺激量数 x_{ci} 和试验刺激量数 x_i 。 x_{ci} 的产生服从选定的概率分布模型, 是试验中的随机变量; x_i 的产生符合某种感度试验程序的操作规则, 是由试验程序确定的控制变量和试验设计点。

在模拟感度试验中, 常假设临界刺激量 x_c 服从正态分布或变换正态分布。产生服从正态分布的 x_c 的方法是由 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数 r , 按标准正态分布反函数 $u_r = \Phi^{-1}(r)$ 产生的标准正态分布位数 u_r , 再按公式 $x_c = \mu + u_r \sigma$ 产生的服从一般正态分布的随机变量 x_c 。标准正态分布的分布函数为

$$\Phi(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \quad (1)$$

计算标准正态分位数的分析解, 可采用如下近似公式^[6], 其最大绝对误差为 0.00044。

$$u_r = \begin{cases} u & v = 1 - r, \quad 0.5 < r < 1 \\ 0 & r = 0.5 \\ -u & v = r, \quad 0 < r < 0.5 \end{cases} \quad (2)$$

式中 $u = \omega \cdot \frac{\sum_{i=0}^2 a_i \omega^i}{(1 + \sum_{i=1}^3 b_i \omega^i)}$, 其中 $\omega = (2 \ln v)^{-1/2}$, $a_0 = 2.525517$, $a_1 = 0.802853$, $a_2 = 0.010328$, $b_1 = 1.432788$, $b_2 = 0.189269$, $b_3 = 0.001308$ 。

对于升降法实验, 模拟步骤为:

- (1) 产生随机数 r_i , 按正态分布反函数产生 x_{ci} , 作为临界刺激量;
- (2) 产生试验刺激量 x_i , 第一试验点取初始参数 x_0 , 下一个试验点的估计量公式为 $x_{i+1} = x_i - 2d(y_i - 0.5)$;
- (3) 比较两种变量大小, 当 $x_{ci} < x_i$, 记 $y_i = 1$, 当 $x_{ci} \geq x_i$, 记 $y_i = 0$;
- (4) 产生下一对 x_{ci} 和 x_i , 比较变量大小并记录结果 y_i , 直至完成 N 次试验。

2.2 感度数据的分析方法

在本文中, 感度数据分析是采用数值解法对似然函数直接求解最大似然估计, 参数估计方法与兰格利法^[7]相似, 详细计算方法请参见文献[8~ 10]。

3 升降法模拟试验的研究方案

确定一个升降法的试验方案需要确定三个参数: 步长、第一刺激量和样本量。在分析感度数据时, 因可以除去不好的刺激量, 如对于第一刺激量, 当选择偏离 50% 点较远而连续出现同一响应结果 (全为 1 或 0) 的情况时, 可以除去第一次响应变换前的刺激量, 因此可不考虑 x_0 变量的影响。在本文中, 初始参数选择了步长比 d/σ 和样本量 N , 其变化范围见表 1。所选方案充

表 1 升降法的模拟试验方案

Table 1 Simulation experimental plans of bruceton

分布函数	d/σ	N	x_0	样本组数
正态分布 $N(10, 1^2)$	1/8, 1/4, 1/2, 3/4	15, 20, 30, 50,	10	50
	1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4	100, 114, 200		

分包含了实际可能遇到的情况,并考虑了各种不利的初始参数选择。

4 升降法较好试验条件和参数估计精度的分析

表2~7中数据是以 d, N 为变量,升降法模拟试验的不同参数估计结果,每个数据为50组样本参数估计的平均值。总体分布取 $\mu = 10, \sigma = 1$ 。

4.1 均值估计精度的分析

表2数据表明,升降法对 μ 估计是无偏的, d, N 变量对 $\hat{\mu}$ 的无偏性无影响。这是因为其升降规则使试验刺激量集中于 μ 两侧的概率各为50%,即响应结果为1、0的个数相等,因此当样本量增大或试验组数增多时,估值 $\hat{\mu}$ 趋于真值。

表3中, $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2} = [(1/k) \sum_{i=1}^k (\hat{\mu}_i - \mu)^2]^{1/2}$, k 是样本组数。分析 $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ 可得: $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ 与变量 d 无确定的关系, $\hat{\mu}$ 没有明显的好步长选择界限,也说明 $\hat{\mu}$ 对步长选择不敏感。样本量从15增加到200,各步长下的 $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ 的减小并不显著。

表2 升降法的 $\hat{\mu}$ 与 d, N 的关系

Table 2 Correlation between $\hat{\mu}$ and d or N of Bruceton

正态分布 N	步长比 d/σ									
	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
15	10.02	10.08	10.11	10.12	10.10	10.06	10.00	10.05	10.04	10.00
20	10.02	10.00	9.97	9.89	10.05	9.96	10.01	9.95	10.01	10.06
30	10.02	10.01	9.92	10.01	9.99	10.03	9.94	10.07	10.01	9.93
50	10.09	10.12	10.00	10.07	10.05	9.92	10.02	9.97	10.04	9.93
100	9.96	10.01	10.11	10.02	10.01	10.00	10.00	9.97	9.98	9.96
114	10.03	10.01	10.02	9.99	10.01	10.05	10.01	9.96	10.00	10.01
200	9.96	10.01	9.93	10.05	10.03	10.04	10.00	10.03	10.00	10.00

表3 升降法的 $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ 与 d, N 的关系

Table 3 Correlation between $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ and d or N of Bruceton

正态分布 N	步长比 d/σ									
	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
15	0.258	0.310	0.386	0.331	0.267	0.341	0.258	0.282	0.291	0.299
20	0.263	0.328	0.389	0.424	0.378	0.414	0.266	0.303	0.259	0.301
30	0.185	0.311	0.273	0.273	0.315	0.367	0.216	0.224	0.253	0.198
50	0.394	0.306	0.244	0.261	0.261	0.283	0.238	0.302	0.256	0.193
100	0.263	0.348	0.305	0.208	0.241	0.198	0.175	0.218	0.136	0.138
114	0.242	0.243	0.199	0.204	0.261	0.210	0.210	0.224	0.186	0.181
200	0.329	0.246	0.235	0.285	0.202	0.152	0.172	0.201	0.175	0.136

4.2 标准偏差估计精度的分析

分析表4可得如下几点规律:

(1) 升降法对 σ 估计是有偏的,一般情况下 $\hat{\sigma}$ 平均值小于真值, d 和 N 对于 $\hat{\sigma}$ 估计量的无偏性均有影响。各样本量取得较好 $\hat{\sigma}$ 的步长范围如表4中用黑线划出的数据, $\hat{\sigma}$ 的平均值与真值偏差小于 0.1σ 。

(2) 对于小样本 ($N = 3$), 在各步长下 $\hat{\sigma}$ 都是显著偏小, 当 $d = 0.5\sigma$ 时 $\hat{\sigma}$ 平均值比真值偏小 30% 以上, d 过大或过小, 都将出现 $\hat{\sigma}$ 的偏差增大的情况. $N = 30$ 时 $\hat{\sigma}$ 好的步长条件是 $d = \sigma$, $\hat{\sigma}$ 的平均值偏小约 0.1α

(3) 对于中样本 ($N = 50$), $\hat{\sigma}$ 好的步长条件是 $d = 0.75\sigma \sim 1.5\sigma$, $\hat{\sigma}$ 的平均值比真值偏小 7.7%; 当 $d = 0.5\sigma$ 时, 随 d 减小则 $\hat{\sigma}$ 的偏差显著增大.

(4) 对于大样本 ($N = 100$), $\hat{\sigma}$ 的平均值比真值仍然偏小, 表明升降法对 $\hat{\sigma}$ 的大样本性质是有偏的且是偏小的. $N = 100$ 时, $\hat{\sigma}$ 好的步长条件为 $d = 0.5\sigma \sim 2\sigma$, $\hat{\sigma}$ 比真值平均偏小 7.2%; $N = 114$ 时, 为 $d = 0.25\sigma \sim 2\sigma$, 平均偏小 6%.

(5) 各样本量的 $\hat{\sigma}$ 好的步长取值中心均是 $d = \alpha$

表5中, $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 较小的范围已用黑线框划出. 在 $\hat{\sigma}$ 接近于真值情况下, $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 值既反映了 $\hat{\sigma}$ 估计量的偏差, 同时也反映了它的散布. 分析 $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 值可以得出:

(i) 在 $d = 2\sigma$ 时, 各步长下的 $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 值均随 N 增大而明显减小.

(ii) $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 小的步长条件是: 当 $N = 50$ 时, 有 $d = 0.75\sigma \sim 1.5\sigma$; 当 $N = 100$ 时, 有 $d = 0.5\sigma \sim 2\sigma$

表4 升降法的 $\hat{\sigma}$ 与 d, N 的关系

Table 4 Correlation between $\hat{\sigma}$ and d or N of Bruceton

正态分布 N	步长比 d/σ									
	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
15	0.251	0.416	0.616	0.730	0.742	0.600	0.465	0.520	0.610	0.798
20	0.342	0.490	0.639	0.835	0.787	0.551	0.488	0.440	0.603	0.788
30	0.554	0.634	0.677	0.797	0.912	0.737	0.592	0.702	0.574	0.777
50	0.542	0.669	0.853	0.892	0.959	0.919	0.682	0.687	0.683	0.696
100	0.762	0.791	0.892	0.907	0.925	0.949	0.967	0.804	0.644	0.735
114	0.881	0.935	0.920	0.915	0.940	0.967	0.995	0.675	0.626	0.568
200	0.794	0.980	0.945	0.942	0.954	0.929	0.913	0.759	0.656	0.754

表5 升降法的 $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 与 d, N 的关系

Table 5 Correlation between $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ and d or N of Bruceton

正态分布 N	步长比 d/σ									
	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
15	0.777	0.646	0.515	0.568	0.448	0.493	0.591	0.492	0.384	0.351
20	0.703	0.565	0.545	0.385	0.455	0.384	0.499	0.587	0.403	0.317
30	0.534	0.463	0.439	0.344	0.321	0.363	0.508	0.491	0.496	0.266
50	0.560	0.409	0.382	0.312	0.255	0.304	0.395	0.502	0.484	0.331
100	0.432	0.323	0.271	0.253	0.200	0.208	0.217	0.331	0.280	0.351
114	0.410	0.343	0.285	0.200	0.212	0.206	0.183	0.360	0.321	0.305
200	0.346	0.305	0.185	0.153	0.182	0.156	0.224	0.254	0.330	0.271

(iii) $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 小的步长取值中心是 $d = \alpha$

以上分析表明, d 和 N 变化对 $\hat{\sigma}$ 的偏差均有显著影响, $\hat{\sigma}$ 估值精度好的试验条件是: 当 $N=50$ 时步长为 $d=0.75\sigma\sim 1.5\sigma$, 当 $N=100$ 时为 $d=0.5\sigma\sim 2\sigma$ 。各样本量下 $\hat{\sigma}$ 好的步长取值中心均是 $d=\sigma$, 这从试验方面证明了 Dixon 和 Mood^[5] 推荐的步长选择取 $d=\sigma$ 是正确的。

4.3 临界刺激量上下限估计精度的分析

表6、7分别是在不同 d, N 下, 对临界刺激量上限 $\hat{x}_{0.99}$ 估计及 $\hat{x}_{0.99}$ 的置信上限估计 I_{AFC} 的结果。总体分布的99%分位点是12.33。

由表6可见, $\hat{x}_{0.99}$ 值普遍偏小。由估计量公式 $\hat{x}_{0.99} = \hat{\mu} + u_{0.99}\hat{\sigma}$ 可知, $\hat{x}_{0.99}$ 的偏差由 $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\sigma}$ 两估计量的误差构成, 且 $\hat{\sigma}$ 项的误差占主导作用, 而 $\hat{\sigma}$ 又是偏小的, 所以出现对临界刺激量上限估计不足。

分析表7, 在置信度 $C=0.90$ 下, 除 $N=20, d=0.25\sigma$ 时出现对 $\hat{x}_{0.99}$ 置信上限估计不足的情况以外, 其余各样本量在各步长时的 I_{AFC} 几乎均可包含总体99%分位点。但是在 $d=2\sigma$ 时, I_{AFC} 比真值又偏大 $2\sigma\sim 3\sigma$, 估计值的散布也大, 是不好步长选择范围, 见表中黑线框右边的数据。从以上分析可以得出, 置信上限估计的好条件是 $d=0.5\sigma\sim 1.5\sigma, N=30$ 。因所选分布模型为正态分布, 所以对下限估计结果可以从上限估计中类比得出, 这里省去讨论。

表6 升降法对临界刺激量上限 $\hat{x}_{0.99}$ 估计与 d, N 的关系

Table 6 Correlation between $\hat{x}_{0.99}$ and d or N of Bruceton

正态分布 N	步长比 d/σ									
	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
15	10.60	11.05	11.54	11.82	11.82	11.85	12.70	11.76	11.76	11.76
20	10.82	11.14	11.46	11.83	11.88	12.00	11.61	12.76	12.76	12.76
30	11.30	11.48	11.49	11.86	12.11	12.20	11.84	12.13	13.04	13.04
50	11.35	11.67	11.98	12.15	12.28	12.06	11.83	11.85	12.74	12.74
100	11.73	11.85	12.19	12.13	12.16	12.21	12.25	12.03	11.67	12.62
114	12.08	12.19	12.16	12.11	12.04	12.30	12.33	11.77	11.93	12.42
200	11.81	12.29	12.13	12.24	12.25	12.20	12.13	12.20	11.82	11.82

表7 升降法对置信上限 I_{AFC} 估计与 d, N 的关系 ($C=0.90$)

Table 7 Correlation between I_{AFC} and d or N of Bruceton

正态分布 N	步长比 d/σ									
	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2	2.5	3	4
15	11.34	12.11	12.95	13.59	13.63	15.00	16.21	17.38	17.38	17.38
20	11.70	12.11	12.67	13.19	13.50	13.65	15.57	14.41	14.41	14.41
30	12.59	12.56	12.41	12.85	13.22	13.72	15.39	16.27	15.28	15.28
50	12.25	12.53	12.92	13.00	13.14	13.14	14.01	15.30	14.95	14.95
100	12.79	12.60	12.86	12.73	12.73	12.81	13.10	14.21	15.58	15.97
114	13.27	13.10	12.82	12.68	12.54	12.83	12.97	14.41	15.70	17.25
200	12.54	13.02	12.63	12.67	12.67	12.59	12.76	13.32	15.17	15.17

5 最有利试验条件下参数估计精度的讨论

表8给出了升降法在最有利步长条件($d = \sigma$)下、不同样本量时对 μ 和 σ 估计的置信区间,取置信度为0.90。 N 从15增加到200, $\hat{\mu}$ 的散布由最大相对误差 $\{[(10.62 - 9.38)/2]/10\} \times 100\% = 6.2\%$ 减小到 $\{[(10.33 - 9.67)/2]/10\} \times 100\% = 3.3\%$, $\hat{\sigma}$ 的最大相对误差从 $\{[(1.44 - 0.384)/2]/1\} \times 100\% = 53\%$ 减小到 $\{[(1.253 - 0.655)/2]/1\} \times 100\% = 30\%$ 。由此可见,增大 N 对提高 $\hat{\mu}$ 精度的作用不大,而对提高 $\hat{\sigma}$ 精度的作用显著,升降法不适合作 $N = 30$ 的 $\hat{\sigma}$ 估计。

图1(a)是升降法在最有利步长下的 $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ 与 N 的关系。由图可见,增加 N 则 $\hat{\mu}$ 的偏差总趋势是减小, $N = 50$ 以后 $\hat{\mu}$ 的偏差趋于稳定。

图1(b)是在最有利步长下的 $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 与 N 的关系。由图可见,增加 N 则 $\hat{\sigma}$ 的偏差是减小的,在 $N = 20 \sim 100$ 范围减小最显著; $N > 100$ 后,减小不明显。

以上分析表明, $\hat{\sigma}$ 的偏差不仅与 d, N 有关,还与升降法试验程序本身有关,升降法对 σ 估计一般是偏小,且在不同 d, N 值范围其偏小的程度也不一致。因此对 σ 的修正要同时考虑以上影响因素。

表8 升降法在最有利步长条件($d = \sigma$)下的 μ 和 σ 估计的置信区间

Table 8 Confidential zone of μ and σ estimated under the optimal step condition ($d = \sigma$) of Bruceton

样本量 N	μ 估计		σ 估计		试验样本 组数	
	$[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$	0.90置信区间	$\hat{\sigma}$ 平均值	$[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$		
15	0.267	[9.56, 10.44]	0.742	0.458	[0.005, 1.479]	50
20	0.378	[9.38, 10.62]	0.787	0.455	[0.039, 1.535]	50
30	0.315	[9.48, 10.52]	0.912	0.321	[0.384, 1.440]	50
50	0.261	[9.57, 10.43]	0.959	0.255	[0.540, 1.378]	50
100	0.241	[9.60, 10.40]	0.925	0.200	[0.596, 1.254]	50
114	0.261	[9.57, 10.43]	0.942	0.212	[0.592, 1.290]	50
200	0.202	[9.67, 10.33]	0.954	0.182	[0.655, 1.253]	50

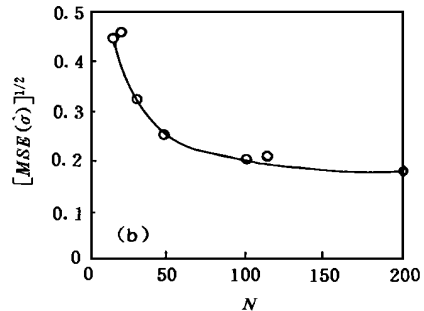
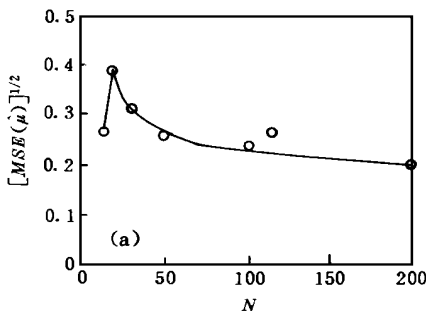


图1 $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$ 、 $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ 与样本量的关系($d = \sigma$, 50组样本)

Fig 1 Correlation of $[MSE(\hat{\mu})]^{1/2}$, $[MSE(\hat{\sigma})]^{1/2}$ and sample size ($d = \sigma$, 50 samples)

6 结 论

(1) 应用蒙特卡洛法模拟试验,可以有效地研究感度试验的初始参数选择对参数估计精度的影响。

(2) 升降法对正态分布的 μ 估计是无偏的, μ 估计对于步长选择不敏感,增加样本量对提高 μ 估计精度作用不大,升降法可用于小样本的 μ 估计。

(3) 升降法对正态分布的 σ 估计是有偏的,且是偏小的,步长和样本量均对 σ 估计的偏差有影响。 σ 估计好的试验条件是: $N=50$ 时, $d=0.75\sigma\sim 1.5\sigma$; $N=100$ 时, $d=0.5\sigma\sim 2\sigma$ 。在此条件下, $N=50$ 时的 σ 估计平均值比真值偏小不大于 0.1σ 。升降法用于小样本的 σ 估计的误差较大, $N=15\sim 30$ 时,其标准误差为 $0.45\sigma\sim 0.32\sigma$ 。

(4) $d=0.5\sigma$ 或 $d=2\sigma$ 是 σ 估计的不利试验条件, σ 估计都将显著偏小, $N=50$ 时 σ 估计为 $0.4\sigma\sim 0.7\sigma$ 。

对 μ 和 σ 估计的研究表明,升降法不适合用小样本 ($N=30$) 作极限百分位点的估计。以上结论是对正态分布模型取得的。

参 考 文 献

- Anderson T W. "Staircase" Method of Sensitivity Testing. Princeton: Statistical Research Group, NOR No. 65-46, 1946
- Bartlett M S. A Modified Probit technique for Small Probability. Journal of the Royal Statistical Society, Suppl, 1946, (8): 113~ 117
- Dixon W J, Mood A M. A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data. Journal of American Association, 1948, (43): 109~ 126
- Davis M. Comparison of Sequential Bioassays in Small Samples. Journal of the Royal Statistical Society, Ser B, 1971, (33): 78~ 87
- Mills E. Sensitivity Experiments: A One-shot Experimental Design and the ASENT Computer Program. SAND 80-8216, 1980
- 方再根. 计算机模拟和蒙特卡洛方法. 北京: 北京工业学院出版社, 1988
- ML-STD-331A: Environmental and Performance Test for Fuze and Fuze Component, 1976
- 蔡瑞娇, 张润琦, 王耕禄. 一类变步长感度试验及其数据分析方法. 现代引信, 1992, (4): 55~ 62
- 张润琦, 王耕禄. 感度试验用 OSTR 法的数据分析方法. 北京理工大学学报, 1993, 13(2): 286~ 290
- 严楠. 感度试验设计方法的若干研究. [博士学位论文]. 北京: 北京理工大学, 1996

STUDY ON COMPUTER SIMULATION OF BRUCETON PROCEDURE EXPERIMENT

Yan Nan^a, Cai Ruijiao^b, Tian Yubin^b

(a Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

(b Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081)

ABSTRACT The principle of computer simulation of sensitivity experiments is introduced. A computer simulation technique is employed to study the effect of choosing the initial experimental parameters of Bruceton Procedure on the precisions of sensitivity distribution parameter estimations. The good and poor experimental conditions for Bruceton Procedure are obtained from the simulation.

KEY WORDS sensitivity experiment, computer simulation, parameter estimation, bruceton procedure