# 颗粒增强复合材料的界面开裂与尺度效应

解海鸥 马寒松 魏悦广\*\*

(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室,北京,100080)

摘 要 采用基于 Huang 等提出的塑性应变梯度传统理论发展的有限元方法,模拟了颗粒增强金属基复合 材料的界面开裂与颗粒尺度效应.分别针对考虑颗粒与基体间界面开裂和不开裂两种情况进行分析,并将考虑界 面开裂的模拟结果与实验结果进行比较,证明了模型的有效性,同时也获得应变梯度理论中所包含的材料特征尺 度参量的取值.

关键词 尺度效应,塑性应变梯度理论,颗粒增强复合材料,界面开裂

### 0 引言

近二十多年来,人们对颗粒增强复合材料的力 学性能做了大量的研究.首先在实验中揭示出了强 度随颗粒尺寸减小而提高的颗粒尺度效应,同时研 究了颗粒的杨氏模量、颗粒体积百分比等因素对复 合材料力学性能的影响.然而有些现象.如颗粒尺度 效应等,难以用传统弹塑性理论给予合理的解释,因 为在传统理论中不包含任何材料的尺度参数.现有 的可用来解释这种尺度效应的理论主要有:离散位 错理论、塑性应变梯度理论和微极塑性理论等, Nan 等[1]从材料科学的角度出发,用位错理论对颗粒增 强复合材料的力学行为进行了分析.在颗粒尺度效 应研究方面,Wei<sup>[2]</sup>采用修正的 Fleck-Hutchinson 塑性应变梯度理论、构元模型以及相关有限元方法、 对颗粒增强金属基复合材料力学行为进行了研究, 将模拟计算结果分别与 Yang 等<sup>[3]</sup>和 Dai 等<sup>[4]</sup>的实 验结果进行了比较,同时预测了对应塑性应变梯度 理论中所包含的特征材料尺度参数.但是由于理论 模型中没有考虑基体与颗粒界面的开裂,虽然在应 变比较小的时候,分析结果与实验数据比较吻合,然 而当应变较大时,计算结果与实验结果偏差较大. Xue 等<sup>[5]</sup>采用 MSG高阶塑性应变梯度理论和单位 构元模型<sup>[6]</sup>,有限元计算了当颗粒体积百分比为 15%,几种不同尺寸颗粒情况的应力应变曲线,同样

在计算中没有考虑界面的开裂. Hu等<sup>[7]</sup>采用微极塑 性理论研究了颗粒增强复合材料的颗粒尺度效应问 题.

本文采用 Huang等<sup>[8]</sup>提出的基于机制的塑性应 变梯度传统理论(该理论在有限元计算上有其优越 性),采用 Wei 发展的构元简化模型<sup>[2]</sup>,对颗粒增强 复合材料的力学行为进行模拟.模拟计算中考虑两 种情况:颗粒与基体间界面粘结完好和颗粒与基体 间界面的开裂.在考虑颗粒与基体间界面开裂的模 拟计算中采用图 1 所示面力与开裂位移之间的粘聚 力关系模拟界面开裂过程.针对低与高两种代表性 颗粒体积百分比情况,15 %和 50 %,详细研究复合 材料的总体应力应变关系的变化特征,并将分析结 果应用于预测 Al/SiCp 复合材料的实验及对结果 进行讨论.

## 基于机制的塑性应变梯度传统理论 (CMSG)

本节简述 Huang 等人提出的 CMSG 塑性应变 梯度理论. 其增量本构关系为:

$$\sum_{ij} = \frac{1}{2\mu} + \frac{1}{9K} + \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{e}{y} + \sqrt{f^2 (p) + L^p} \right)^m ij$$

$$p = \int_{\sqrt{4}} \frac{1}{ijk} + \frac{p}{ijk} + \frac{p}{ijk} + L = 18 \cdot \left( \frac{\mu}{y} \right)^2 b$$

$$\sum_{ijk} \frac{p}{ijk} = \frac{p}{ik,j} + \frac{p}{ijk,i} - \frac{p}{ij,k}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac$$

其中,µ为剪切模量;K为体积模量;y为屈服强度;

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金项目(10428207;10672163)和中国科学院力学研究所三期创新项目资助. 2007-05-16 收到第1稿,2007-11-16 收到修改稿.

<sup>\*\*</sup> 通讯作者. Tel:010-82543956, Email: ywei @LNM.imech.ac.cn.



图 1 界面开裂时面力与分离位移的粘聚力关系 Fig. 1 Cohesive zone model describing interface cracking

m 是率相关指数,该值为零对应传统弹塑性理论,计 算中 m 取为 20,类似于粘塑性模型; <sup>p</sup> 为等效塑性 应变; "是等效塑性应变梯度; "为应力偏量; "为 等效应力: L 是材料的特征尺度参量; 是 Taylor 参 数: b是材料的 Burgers 矢量.

变分方程与传统弹塑性理论时的情况在形式上 完全相同,即:

> $\int_{V} \dot{i}_{j} dV = \int_{V} \dot{f}_{i} \dot{u}_{i} dV + \int_{S} \dot{t}_{i} \dot{u}_{i} dS$ (2)

式中  $f_i$  为体积 V 内的体积力增量,  $f_i$  为边界 S 上的 面力增量,基于变分方程(2)再结合本构关系(1)容 易给出对应的有限元方法的基本关系.

#### 材料构元模型及有限元方法 2

#### 2.1 材料构元模型

假设颗粒在基体中的分布为周期性分布,考虑 复合材料受均匀拉伸(或压缩)载荷作用的情况,计 算构元模型可作进一步简化,如图2所示.最终所得 空间轴对称构元简化模型如图 2(b) 所示<sup>[2]</sup>.

构元尺寸可由无量纲颗粒尺寸、颗粒体积分数 以及形状比三个独立参数刻划<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} \frac{3k}{4} \end{bmatrix}^{\frac{1}{3}} \frac{V^{\frac{1}{p}}}{L}, \quad B = \frac{A}{k} \\ R = \begin{bmatrix} \frac{k}{2} & f_p \end{bmatrix}^{\frac{1}{3}} \frac{V^{\frac{1}{p}}}{L}, \quad H = \frac{R}{k} \end{cases}$$
(3)

式中 L 是材料的特征尺度参数, f, 是颗粒的体积分 数, $V_n$  是颗粒体积, k 是形状比, 其余参数的定义, 如图 2(b) 所示. 在式(3) 中, 颗粒的尺度大小由  $V_{P}^{1/3}$ 刻划.

#### 2.2 界面粘结及开裂的刻划

颗粒与基体间界面的粘结及开裂行为可由一粘



图 2 颗粒周期性分布的构元简化模型

Fig. 2 Cell model simplification for cyclic particle distribution

聚力关系刻划,见图1.图中给出了界面粘聚力与开 裂相对位移之间的关系,在本文的计算模拟中,结合 已有的陶瓷颗粒增强金属基复合材料的实验结果, 重点考虑如下两种代表性界面情况(弱粘结和强粘 结情况):

体积百分比为 15%情况下的界面参数值为:

0 = Y, 1 = 0.033L, c = 2L(4)

体积百分比是 50 %情况下的界面参数值为:

 $_0 = 5_{Y}$ ,  $_1 = 0.00625L$ , c = 0.2L(5)

#### 2.3 材料参数

对于陶瓷颗粒,假设其为各向同性弹性变形,有两 个材料参数, "是颗粒的泊松比, E, 是颗粒的弹性模 量.对于基体,假设为具有应变梯度效应的弹塑性材 料.其宏观单向拉伸的应力应变关系可由下式刻划:

$$-\frac{E}{Y} = \begin{cases} \frac{E}{Y}, & \frac{Y}{E} \\ \left(\frac{E}{Y}\right)^n, & >\frac{Y}{E} \end{cases}$$
(6)

其中 n 为应变硬化指数, y 为材料的初始屈服应 力, E是材料的弹性模量, 其余参数已在(1)式中定 义.

#### 2.4 采用的单元和边界条件

对于基体以及颗粒材料均采用八节点减缩积分. 为了模拟界面开裂,界面间采用粘聚力单元.采用粘

· 2 ·

聚力单元的界面,式(2)变分原理的形式不变,但该式 等号右边第二项的面积分要包括粘聚力区的面积.

考虑沿 z 向的单向拉伸(或压缩;施加均匀位 移)根据构元的对称性和周期性变形协调条件,对应 如下形式的边界条件<sup>[2]</sup>:

 $\begin{cases} u_{z} = 0, & T_{r} = 0, & z = 0 \\ u_{z} = \text{const}, & T_{r} = 0, & z = H \\ u_{r} = \text{const}, & T_{z} = 0, & {}_{0}^{H} T_{r} dz = 0, & r = R \\ u_{r} = 0, & T_{z} = 0, & r = 0 \end{cases}$ (7)

模拟时所采用的有限元网格如图 3 所示,其中 图 3(a)为空间轴对称问题的总体网格划分情况,图 3(b)为界面局部处的网格放大图,其中包括在界面 上采用的粘聚力单元.粘聚力单元的内力为满足图 1 关系的界面法向分离面力.



(a) 有限元总体网格 (a) overall mesh



(b)界面局部网格(包括粘聚力单元)(b) local mesh near interface(including cohesive element)

图 3 有限元网格 Fig. 3 Finite element mesh

3 结果及讨论

2

#### 3.1 不考虑界面开裂

图 4 给出了不考虑界面开裂情况下复合材料的 总体应力应变曲线,对应所取的颗粒和基体的材料参 数、形状比、颗粒体积百分比等分别如图所示. 从图中 可以看到颗粒的体积百分比和颗粒的尺寸对复合材 料的总体应力应变关系都有很重要的影响. 从图中可 以得到两点:在颗粒尺度相同的情况下,颗粒的体积 百分比越大,材料的强度越高,这与采用传统弹塑性 理论的预测相一致;而在颗粒体积百分比相同的情况 下,颗粒的尺度越小,材料的强度越高,这就是所谓的 颗粒尺度效应,由传统弹塑性理论无法预测.



图 4 颗粒体积百分比对复合材料总体 应力应变关系的影响

Fig. 4 Effect of particle volume fraction on the overall stress strain relations of composite

图 5 给出了不考虑界面开裂,当颗粒、基体的材料参数、颗粒的尺度给定时,对应不同颗粒形状比情况下的复合材料总体应力应变曲线,从图中可以看到形状比对材料性质的影响,材料的形状比越大,即颗粒越扁平,材料的强度越小.



#### 图 5 不同颗粒形状比对总体应力应变曲线的影响

Fig. 5 Effect of particle aspect ratio on the overall stress strain relations of composite

#### 图 6 给出了当颗粒体积百分比为 15 %,形状比

k = 1,硬化指数 n = 0.1,颗粒尺度 $(V_p)^{1/3}/L = 2$ ,颗 粒材料的弹性模量不同情况下的应力应变曲线. 从 图中可以看到颗粒材料的弹性模量对材料性质的影 响,颗粒的弹性模量越大,复合材料的强度越高,但 此时颗粒弹性模量对复合材料应力应变曲线的影响 并不显著.



图 6 颗粒弹性模量对总体应力应变曲线的影响

3.2 虑颗粒/基体间界面开裂的影响

结合已有的材料实验开展研究,此时 *n* = 0.136, *E*/<sub>y</sub> = 365, = 0.33, <sub>p</sub> = 0.17, *E<sub>p</sub>*/*E* = 5.6.

(1)考虑界面开裂与不考虑界面开裂的模拟结果的 比较

图 7 和图 8 分别给出了颗粒体积百分比为 15 %和 50 %时,对应不同颗粒尺度的复合材料的应 力应变曲线,图中分别给出了考虑界面开裂和不考



#### 图 7 颗粒体积百分比为 15 %的总体应力应变曲线(实线 为界面开裂模型解;双点划线为完好界面解)

Fig. 7 Overall stress strain curves for particle volume fraction 15 % (solid lines stand for the interface cracking case; dot lines stand for no interface cracking case) 虑界面开裂两种结果的比较.从图中可以看到,颗粒的尺度越小,复合材料的强度越高.考虑界面开裂与 不考虑界面开裂相比,在应变比较大的时候,对应力 应变曲线的影响非常明显.考虑界面开裂,应力应变 曲线明显降低,趋向平缓.



- 图 8 颗粒体积百分比为 50 %的总体应力应变曲线 (实线为界面开裂模型解;双点划线为完好界面 解)
- Fig. 8 Overall stress strain curves for particle volume fraction 50 % (solid lines stand for the interface cracking case; dot lines stand for no interface cracking case)
- (2) 计算结果与 Al/ SiCp 材料体系的实验结果的比较

图 9,图 10 分别给出了本文的模拟计算结果 (分别来源于图 7 和图 8 的模拟结果)与 Lloyd<sup>(9)</sup>的 实验结果和 Yang 等<sup>(3)</sup>的实验结果的比较,可以看 到考虑界面开裂的模拟计算结果与实验结果吻合的 比较好,说明了在应变比较大的时候,材料界面出现



results from Lloyd<sup>[9]</sup>

Fig. 6 Effect of particle elastic modulus on the overall stress strain relations of composite



- 图 10 应力应变曲线的模拟结果与 Yang 等<sup>(3)</sup>的 实验结果的比较
- Fig. 10 Comparison of predictions to experimental results from Yang et al<sup>[3]</sup>

了开裂,导致材料强度减弱.同时,通过对比也给出 了材料特征尺度参量的取值,该值在微米量级,如图 所示,这和他人的预测结果相一致.

#### 4 结论

通过本文的模拟和计算,不仅展示出了颗粒 增强复合材料的力学性质与颗粒体积百分比和形 状比、基体材料的幂硬化指数、颗粒和基体的弹性 模量等参量之间的依赖关系,而且展示出了颗粒 增强复合材料的力学性质对颗粒尺度的依赖关 系,即颗粒尺度效应,进一步揭示出了颗粒/基体 界面损伤开裂对复合材料总体应力应变曲线的影 响,考虑此影响获得的预测结果能将已有的实验 结果刻划得很好.通过将模拟结果与实验结果的 比较,进一步获得了材料特征参量 L 的取值范围. 这里特别需要指出的是:在与实验结果的比较中, 以往的不考虑界面开裂的模拟结果,在外加应变 较大时普遍高于实验结果.

#### 参考文献

- [1] Nan C W, Clarke D R. The influence of particle size and particle fracture on the elastic/plastic deformation of metal matrix composites [J]. Acta Materialia, 1996, 44:3801-3811.
- [2] Wei Y G. Particulate size effects in the particle-reinforced metal-matrix composites [J]. Acta Mechanica Sinica, 2001, 17:45-58.
- [3] Yang J, Cady C, Hu M S, et al. Effects of damage on the flow strength and ductility of a ductile AI-alloy reinforced with SiC particulates[J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1990, 38:2613-1318.
- [4] Dai L H, Ling Z, Bai YL. A strain gradient-strengthening law for particle reinforced metal matrix composites[J]. Scripta Materialia, 1999, 41:245-251.
- [5] Xue Z, Huang Y, Li M. Particle size effect in metallic materials: a study by the theory of mechanismbased strain gradient plasticity [J]. Acta Materialia, 2002, 50:149-160.
- [6] Bao G, Hutchinson J W, McMeeking R M. Particle reinforcement of ductile matrices against plastic flow and creep[J]. Acta Metallurgica et Materialia, 1991, 39(8):1871-1882.
- [7] Liu X N, Hu G K. A continuum micromechanical theory of overall plasticity for particulate composites including particle size effect[J], International Journal of Plasticity, 2005, 21: 777-799.
- [8] Huang Y, Qu S, Hwang K C, et al. A conventional theory of mechanism-based strain gradient plasticity
   [J]. International Journal of Plasticity, 2004, 20: 753-782.
- [9] Lloyd D J. Particle-reinforced aluminum and magnesium matrix composites [J]. International Materials Reviews, 1994, 39:1-23.

# INTERFACE CRACKING AND PARTICULATE SIZE EFFECT IN PARTICLE REINFORCED METAL-MATRIX COMPOSITES

Haiou Xie Hansong Ma Yueguang Wei

(LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)

**Abstract** In the present study, interface cracking effect and particulate size effect of the particle-reinforced metal-matrix composite are modeled adopting the finite element method which is based on the conventional theory of mechanism-based strain gradient plasticity (CMSG) theory presented by Huang et al. Two interface cases of the particle and substrate are considered, respectively, which are corresponding to cracking interface and intact interface. The comparison of modeling results considering the interface cracking with experimental measurements is performed for testifying the present model. Through comparison, the length scale parameters included in the strain gradient plasticity theory are determined.

Key words size effect, strain gradient plasticity theory, particle-reinforced composite, interface cracking