

教学讨论

相对性原理对普遍定律和非普遍定律 参考系变换性质的不同要求 ——关于协变性疑难的进一步讨论

朱如曾

(中国科学院力学研究所,非线性力学国家重点实验室,北京 100080)

摘要:提出普遍定律和非普遍定律以及“协变”与“可导出”的明确定义.证明狭义相对性原理(及其伽利略近似)要求在惯性系变换下,自然界普遍定律是协变的,非普遍定律不协变但是“可导出”的,一切定律都服从相对性原理,从而进一步解答了由爱因斯坦、朗道关于狭义相对性原理的一种错误表述所引起的“协变性疑难”.还将有关结论推广到广义相对性原理情况.

关键词:协变性疑难;洛伦兹变换;伽利略变换;普遍定律;非普遍定律;狭义相对性原理;广义相对性原理;协变;可导出性

中图分类号:O 313

文献标识码:A

文章编号:1000-0712(2002)03-0019-05

所谓“协变性疑难”,指的是自然界一些定律,如经典力学的机械能守恒定律,在惯性系变换下不协变^[1],这与爱因斯坦、朗道关于狭义相对性原理¹的如下原始表述^[2~3],也即流行表述相矛盾:

狭义相对性原理(流行协变表述) 自然界定律对于洛伦兹变换是协变的¹.

这里,“协变”的原始定义,也即流行定义是:

协变定义(流行定义) 在惯性系变换下,定律的形式不变称为协变.

导致矛盾的狭义相对性原理的流行协变表述和协变的流行定义也存在于许多教科书中^[4~6].为了解决这一矛盾,在《大学物理》上展开了长达 10 年的讨论^[7~13].

由于机械能守恒定律已被证明为正确的,所以上述矛盾表明狭义相对性原理的流行协变表述和与之配合的协变的流行定义中至少有一个需要修正,也就是

需要弄清究竟应怎样定义协变概念,以及究竟哪些定律是协变的,哪些定律不协变.修正的基础无疑应该是久经检验而无一反例的狭义相对性原理的如下表述^[4]:

狭义相对性原理(表述) 自然界定律对于所有惯性系都是相同的².

表述 表明,在不同惯性系中的自然界定律之间,存在按形式相同的一一对应关系,并且这样对应着的形式就定义为同一个定律在不同惯性系中的表示,而不管它们能否通过惯性系变换关系相转换.与表述不同,流行的协变表述则进一步要求这样一一对应的定律之间还存在“协变”关系.

实际上,为所有教科书所一直沿用的上述流行的协变定义本身是含糊的.事实表明,绝大多数已知为“协变”的定律并不能通过单纯的惯性系变换就直接达到另一惯性系中形式相同的对应定律,而必须外加一

1 对于经典力学定律,本文“狭义相对性原理”指其近似——伽利略的“力学相对性原理”,本文“洛伦兹变换”指其近似——伽利略变换.本文“自然界定律”、“一切定律”及类似概念,在狭义相对性原理情况下不包括与广义相对论有关的定律,在伽利略力学相对性原理情况下,只包括力学定律.

2 这里,为与流行的协变表述相对应,从而使行文简便起见,已略去原文(文[4])表述中的前半句话:“如果 S 是惯性系,则相对于 S 作匀速运动而无转动的其他参考系 S' 也是惯性系”.

收稿日期:2001-09-17

作者简介:朱如曾(1941—),男,江苏靖江人,中国科学院力学研究所研究员,博士生导师.

些推导^[11]. 所以必须在“协变”的定义中增添对推导途径的明确规定, 才能使之没有歧义. 故可以因协变的严格定义的不同而有狭义相对性原理协变表述的不同修正形式, 它们都等价于狭义相对性原理的表述. 基于这一认识, 笔者的文[11]引进了“联立协变”的明确概念, 证明狭义相对性原理的协变表述应为“自然界每一定律至少属于一个协变集”, 它明显地为机械能守恒定律所满足, 从而解决了协变性疑难. 文[11]方案的优点是, 一切定律都有协变性, 所以狭义相对性原理流行协变表述不必修改; 不过, 所用的协变定义不能反映普遍定律和非普遍定律惯性系变换性质的差异. 本文将进一步给出狭义相对性原理对自然界普遍定律和非普遍定律在惯性系变换下形式变化性质的相同和不同要求. 为此首先要给出“协变”、“普遍定律”和“非普遍定律”的明确定义. 此外, 我们的主要结论和论证将不涉及参考系变换关系的具体形式, 这使我们很容易把所得到的主要结果推广到广义相对性原理情况.

1 协变性、普遍定律和非普遍定律的定义

1.1 协变概念

1.1.1 强导出和强等价

用 a 或 b 表示一个对象(集), 如一个物理量(集)、一个概念(集)、一个关系式(集) 或一个定律(集). 我们都熟悉蕴涵号“ \rightarrow ”和等价号“ \leftrightarrow ”. “ $a \rightarrow b$ ”表示从 a 可导出 b ; “ $a \leftrightarrow b$ ”表示从 a 可导出 b , 并且从 b 可导出 a . 在“导出”的过程中, 可以利用任何已知的逻辑学、数学或自然界的比“ $a \rightarrow b$ ”本身更为基本的定律. 例如, 单质点机械能守恒定律(或更确切地, 机械能驻点定律)

$$(n=1, F_n \cdot v + \partial V / \partial t = 0) \quad dE/dt = 0 \quad (1)$$

(式中 n, v, V, E 和 F_n 分别为质点数、质点的速度、势能、机械能和所受的非保守力) 表示从条件 $(n=1, F_n \cdot v + \partial V / \partial t = 0)$ 可以导出 $dE/dt = 0$ 的结果, 这里, 推导中允许利用牛顿定律或单质点机械能定律(即功能定理)

$$n=1 \quad F_n \cdot v + \partial V / \partial t = dE/dt \quad (2)$$

当我们说定律 A 是协变时, 是否仅仅意味着 A 与另一参考系中的形式相同定律 A' 等价, 即 $A \leftrightarrow A'$ 呢? 为了回答这一问题, 我们来看一个例子.

经典力学中的单质点机械能定律式(2)在惯性系 S 到 S' 的伽利略变换下得到不同的形式:

$$n=1 \quad F_n \cdot v + F_n \cdot u - (\partial V / \partial r) \cdot u + \partial V / \partial t = dE/dt + u \cdot mdv/dt \quad (3)$$

式中, m 为质点的质量, u 为惯性系 S' 相对于惯性系 S 的速度. 利用更为基本的牛顿第二定律

$$F = mdv/dt \quad (4)$$

的伽利略变换式

$$F = mdv/dt \quad (4)$$

式(3)立即化为与式(2)相同的形式

$$n=1 \quad F_n \cdot v + \partial V / \partial t = dE/dt \quad (2)$$

这表明

$$(2) \leftrightarrow (2) \quad (5)$$

上述分析还同时表明, 联立的式(2)和式(4)与联立的式(2)和式(4)也是等价的, 即

$$[(2) \leftrightarrow (4)] \leftrightarrow [(2) \leftrightarrow (4)] \quad (6)$$

虽然式(5)和式(6)都是等价式, 但是它们有很大的区别: 式(5)的左右两边的互相导出必须借助更为基本的自然定律式(4), 而式(6)的左右两边的互相导出就不必如此. 可以说式(2)是“相对协变”, $[(2) \leftrightarrow (4)]$ 才是“绝对协变”. 如果我们规定一个协变的定义, 使得“相对协变”是协变的, 那么这个协变定义就是文[11]的定义, 本文引言中已指出它不能反映普遍定律和非普遍定律惯性系变换性质的差异, 所以我们要强化协变性的定义, 使得“相对协变”不算协变, “绝对协变”才算协变. 为此, 也是为了后面证明的需要, 我们也必须对“导出”和“等价”的定义作类似的强化.

a 强导出 b 用“ $a \Rightarrow b$ ”表示, 指只利用逻辑学、数学定律或物理量的参考系变换关系, 而不利用其他自然定律的“ a 可导出 b ”; 并且当 a 和 b 都是定律集(或单一定律)时, 还附加地要求: 1) a 中各定律的假设条件相同(或互相强导出), b 中各定律的假设条件也相同(或互相强导出), 即 a 和 b 都是条件全同定律集; 2) a 的假设 $\Rightarrow b$ 的假设, a 的终结 $\Rightarrow b$ 的终结(不借助于 a 的假设).

a 强等价于 b 用“ $a \Leftrightarrow b$ ”表示, 指 $a \Rightarrow b$ 并且 $b \Rightarrow a$.

1.1.2 协变定义

与不同惯性系中形式相同假设条件集(或终结集)强等价的假设条件集(或终结集)称为协变假设条件集(或协变终结集). 不是协变假设条件集(或协变终结集)的假设条件集称为非协变假设条件集(或非协变终结集). 假设条件集(或终结集)也简称为假设条件(或终结).

显然, 与同一惯性系中协变假设条件集强等价的假设条件集必是协变假设条件集; 与同一惯性系中非协变假设条件集强等价的假设条件集必是非协变假设条件集.

定律协变定义 与不同惯性系中形式相同定律集强等价的定律集称为协变定律集; 协变定律集中的每一个定律称为与其他定律联立协变的, 也简称协变的; 如果协变定律集是单元素集, 则称此元素为单独协变的, 也简称为协变的.

由定律强等价的定义显见, 上述定律协变定义可写为如下的等价表述:

定律协变定义 一个定律集称为是协变的,如果其中各定律的假设条件集相同且协变,并且由所有定律的终结所构成的终结集也是协变的。

例如单质点牛顿第二定律的三个分量定律的假设条件都是“质点数为1”,容易验证它们符合协变定律集的定义,当然也可以说,矢量形式的单质点牛顿第二定律是“单独”协变的。

1.1.3 协变性的物理意义

附录 中所证明的如下的“实现定理”,显示了“协变性”鲜明的物理意义。

实现定理 如果自然界某定律协变,并且在惯性系 S 中的某时空流形 Ω 中,它的假设条件集在某系统上得到实现,那么,在 Ω 中,其终结集也在该系统上得到实现,并且在惯性系 S 中的对应的时空流形 Ω' 中,同样形式的定律的假设条件集和终结集在该系统上也得到实现(对应的时空流形 Ω' 指通过洛伦兹变换与相关联的时空流形)。

1.2 普遍定律和非普遍定律的定义

自然界定律可按它们的假设条件的性质分为如下2类:

普遍定律指假设条件集协变的定律;非普遍定律指不是普遍定律的定律。

显然,假设条件集的强等价变换和定律(集)的强等价变换均保持定律的普遍或非普遍性质不变。

举例如下:在经典力学的单质点机械能定律式(2)中, $n=1$ 是协变假设条件,故机械能定律是普遍定律;而单质点机械能守恒定律式(1)则是含有非协变假设条件“ $\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{v} + \partial V / \partial t = 0$ ”的非普遍定律。又如高斯定律,“对于电磁场, $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$ ”,其中“电磁场”这一定性概念是协变假设条件,故高斯定律是普遍定律;而自由电荷密度为零的高斯定律“ $\rho = 0, \nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ ”则是含有非协变假设条件“ $\rho = 0$ ”的非普遍定律。协变假设条件,如式(1)和式(2)中的 $n=1$,当不致造成误解时也可以省略不写。

2 狭义相对性原理对普遍定律和非普遍定律的惯性系变换性质之共同要求

利用惯性系变换关系的可逆性容易证明(见附录),狭义相对性原理(表述)对自然界定律关于惯性系变换性质的要求可概括为如下的等价表述:

狭义相对性原理(表述) 对惯性系 S 中的任一一定律,总可以从 S 中的若干定律出发,借助于惯性系变换关系式导出 S 中与其形式相同的定律。

本文把表述对自然界定律所提出的要求称为可导出性要求。

3 狭义相对性原理对普遍定律和非普遍定律的惯性系变换性质之不同要求

狭义相对性原理(表述) 对于惯性系之间的变换,自然界普遍定律是协变的,非普遍定律不协变,但是可导出的。(注意,“协变”包括单独协变和联立协变)。

证明 第一步:先从狭义相对性原理(表述)证明自然界普遍定律是协变的。

设在惯性系 S 中,任取一普遍定律 L ,其假设条件集为 d , d 当然是协变的。记 S 中假设条件集为 d 的所有普遍定律一起所构成的集合为 Q_d (往往含有无穷多个元素),它含有 L 。当 d 给定时, Q_d 显然是唯一的,称为“ d 决定的 S 中最大普遍定律集”。狭义相对性原理(表述)保证,在惯性系 S 中有与 L 、 d 及 Q_d 形式相同的普遍定律 L' 、假设条件集 d' 及“ d' 决定的 S 中最大普遍定律集” $Q_{d'}$ 。另一方面,由于 d 是协变假设条件集,所以可以对 Q_d 作跨惯性系的强等价变换 T ,使 d 变为 S 中形式相同的 d' ,同时 Q_d 变为 S 中以 d' 为假设条件的某普遍定律集 $W_{d'} = TQ_d$,即 $Q_d \Leftrightarrow W_{d'}$ 。由于 $Q_{d'}$ 是 d' 决定的 S 中最大普遍定律集,故 $W_{d'}$ 中的定律必全部属于 $Q_{d'}$,即有 $Q_d \Rightarrow W_{d'} \Rightarrow Q_{d'}$ 。反过来,利用 S 到 S' 的变换,同样可以证明 $Q_{d'} \Rightarrow Q_d$ 。故 $Q_d \Leftrightarrow Q_{d'}$,所以 Q_d 是含有普遍定律 L 的、条件集 d 决定的协变集。于是普遍定律 L 是(联立)协变的。第一步证毕。(如果读者不喜欢含有无穷元素的协变集 Q_d ,那么附录 给出了从 Q_d 中提取的,含有普遍定律 L 的有限协变集。)

第二步:由于非普遍定律的假设条件集不协变,故非普遍定律不协变,但狭义相对性原理的表述已表明非普遍定律是可导出的。至此,已从表述 导出了表述 。

第三步:反过来从表述 导出表述 是容易的。证毕。

狭义相对性原理的表述 就是本文对狭义相对性原理的流行协变表述进行修正的结果。需要注意,上述证明中以及附录 中所采用的构造含有普遍定律 L 的协变集的方法只是一种概念上强有力的构造方法,适合于协变集存在性的证明,但通常并不适合于实际操作。实用上最方便的是构造四维(相对论情况)或三维(非相对论情况)张量的方法。关于这一实用的构造方法,我们将另文讨论^[14]。

根据狭义相对性原理的表述 和实现定理,容易证明如下的实现定理:

实现定理 如果在惯性系 S 中的某一时空流形中,自然界某普遍定律的假设条件集在某系统上得到实现,那么,在该时空流形中,其终结集也在该系统上得到实现,并

且在惯性系 S 中的对应的时空流形中,同样形式的定律的假设条件集和终结集在该系统上也得到实现.

4 “协变疑难”的解决

一切定律都无例外地服从狭义相对性原理的表述,所以一切定律都无例外地服从与之等价的本文狭义相对性原理(见本文注脚 1)的表述,机械能守恒定律当然不可能例外,后者是极容易验证的.

我们不可能通过协变定义的改变或其他方式来人为地造一个“狭义相对性原理”,使得机械能守恒定律不服从它.这是因为,任何其他命题必须与表述等价才有资格加入狭义相对性原理表述的行列;既然如此,它必定也与表述等价,所以它不是显含就是隐含(即蕴涵)着表述和的要求.

5 关于广义相对性原理

广义相对性原理不是本文的主要对象,但在上文的基础上,容易得到有关的重要结论.把狭义相对性原理(表述)中的“惯性系”改为“参考系”,并允许“自然界定律”包括广义相对论的有关定律,那么,表述便成为广义相对性原理的一种表述,仍记为表述.上文的诸定义、定理和狭义相对性原理的表述虽然针对惯性系,但在所涉及的证明中,并未用到洛伦兹变换或惯性系的其他特有性质,只是承认了狭义相对性原理的表述,并利用了变换的正则性和可逆性,而这些性质也是广义相对性原理涉及的参考系所具有的,所以我们只需承认广义相对性原理的表述,并在上文诸定义(强导出、强等价、协变、普遍定律和非普遍定律等),表述和,实现定理,以及所涉及的证明中将“惯性系”和“惯性系变换”分别改为“参考系”和“参考系变换”,便得到与广义相对性原理相关的定义、定理、表述和有关的证明.这里只列出最重要的一条:

广义相对性原理(表述)在参考系变换下,自然界普遍定律是协变的,而非普遍定律是不协变,但可导出的.

附录 实现定理的证明

证明 设在惯性系 S 中,某假设条件集为 a 的定律 $a \rightarrow b_1$ 属于一个协变集 Q ,并且在 S 系中的某一时空流形中, a 在某一系统 Z 上得到实现. a 的实现和 $a \rightarrow b_1$ 保证在 S 系中的中,终结集 b_1 也在系统 Z 上得到实现.

根据狭义相对性原理(表述), S 系中的定律 $a \rightarrow b_1$ 保证在惯性系 S 中成立定律 $a \rightarrow b_1$. Q 协变,按定义即 $Q \Leftrightarrow Q$,且 $a \Leftrightarrow a$,这时 a 和 Q 分别是 S 系中与

a 和 Q 形式相同的假设条件集和定律集. a 的实现和 $a \Leftrightarrow a$ 保证,在 S 系中与对应的时空流形中,条件集 a 也在系统 Z 上得到实现,从而 $a \rightarrow b_1$ 保证在中, b_1 也在系统 Z 上得到实现.证毕.

附录 狭义相对性原理(表述)的证明

证明 从表述导出表述:在惯性系 S 中任取一定律 A ,根据狭义相对性原理的表述,惯性系 S 中存在与其形式相同的定律 A .将 A 通过惯性系 S 和惯性系 S 之间的变换关系而变换到惯性系 S 中(逆变换法),记结果为 B ,它显然是惯性系 S 中的一个正确命题,从而构成惯性系 S 中的一条定律.变换的可逆性保证 B 可以借助于惯性系变换关系式导出 S 中的定律 A .这就证明了表述.(当 B 又可以从惯性系 S 中其他若干定律导出时,我们也可以说,定律 A 是从这些“若干定律导出”的.)反过来,从表述导出表述是容易的.证毕.

附录 从 Q_d 中提取含有普遍定律 L 的有限协变集

首先,独立定律集指这样的条件相同定律集,其中任何一个元素都不能由其余元素所构成的子集强导出.下面的讨论接第 3 节狭义相对性原理(表述)证明中的第一步.从已得到的,惯性系 S 中含有普遍定律 L 的协变集 Q_d 中找出包含定律 L 在内的独立普遍定律子集,使得若在该子集中再增加一个 Q_d 中的定律,便破坏了独立性,故称这样得到的子集为“含有 L 的 Q_d 中最大独立普遍定律子集”.显然它只含有有限个元素,但不唯一,而由 d, L, Q_d 和另一多维参数 d, L 所唯一确定,记为 $R_{d, L}$,其中 d, L 为的定义域,它依赖于 d 和 L .现在证明,对于任取的 d, L ,含有普遍定律 L 的有限普遍定律集 $R_{d, L}$ 是协变集.

由狭义相对性原理(表述)知, Q_d 中含有形式与 $R_{d, L}$ 相同的最大独立普遍定律子集 $R_{d, L}$.由于 $R_{d, L}$ 的假设条件集 d 的协变性,可作跨惯性系的强等价变换 A ,使 d 变为惯性系 S 中形式相同的 d ,同时, $R_{d, L}$ 变为 S 中某个假设条件集为 d 的普遍定律子集,记为 M_d ,即

$$R_{d, L} \Leftrightarrow M_d \quad (7)$$

由于 Q_d 是 S 中“ d 决定的 S 中最大普遍定律集”,故 $M_d \subseteq Q_d$.此式结合 $R_{d, L}$ 在 Q_d 中的最大独立性得 $R_{d, L} \Rightarrow M_d$.此式和式(7)给出 $R_{d, L} \Rightarrow R_{d, L}$.反过来,利用 S 到 S 的变换,同样可以证明 $R_{d, L} \Rightarrow R_{d, L}$.故 $R_{d, L} \Leftrightarrow R_{d, L}$,所以 $R_{d, L}$ 是含有普遍定律 L 的有限协变集.

笔者与北京大学赵凯华教授、北京师范大学喀兴

林教授进行过有益讨论,谨致谢忱.

参考文献:

- [1] 管靖. 力学相对性原理与机械能[J]. 大学物理, 1991, 10(11): 21.
- [2] 爱因斯坦 A. 相对论: 相对论的本质[A]. 爱因斯坦文集[C]. 北京: 商务印书馆, 1976. 455.
- [3] 朗道. 场论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1960. 1.
- [4] 爱因斯坦 A. 相对论的意义[M]. 北京: 科学出版社, 1961. 16.
- [5] 曹昌琪. 电动力学[M]. 北京: 人民教育出版社, 1962. 257.
- [6] 蔡圣善, 朱耘. 经典电动力学[M]. 上海: 复旦大学出版社, 1985. 381. 402.
- [7] 本刊编辑部. 关于力学相对性原理与机械能守恒定律的来稿综述[J]. 大学物理, 1994, 13(1): 20.
- [8] 赵佩章, 陈华, 胡世珍等. 机械能守恒定律满足相对性原理[J]. 河北师范学院学报, 1997(2): 40.
- [9] 本刊编辑部. 机械能守恒定律和相对性原理[J]. 大学物理, 1999, 18(1): 18.
- [10] 张九铸. 也谈机械能守恒定律和相对性原理[J]. 大学物理, 2000, 19(2): 14.
- [11] 朱如曾. 相对性原理及其对自然界定律的协变性要求[J]. 大学物理, 2000, 19(2): 15.
- [12] 高炳坤. “机械能守恒定律是否遵从相对性原理”辨[J]. 大学物理, 2000, 19(2): 20.
- [13] 鲁增贤, 孟秀兰. 机械能守恒定律服从相对性原理[J]. 大学物理, 2000, 19(2): 23.
- [14] 朱如曾. 相对论力学中普遍定律的实用判别法和协变集的实用构造法[J]. 力学与实践, 2002, 24(2).

Relativity principle's different requirements for properties of universal laws and special laws under reference-system transformation

ZHU Ru-zeng

(State Key Laboratory of Non-linear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 10080, China)

Abstract: It is proved that all the universal laws of nature are co-variant, and none of the special laws is co-variant.

Key words: difficulty of co-variance; principle of special relativity; principle of general relativity; Lorentz transformation; Galilean transformation; universal law; special law

公 告

由教育部高等学校物理学与天文学指导委员会、中国物理学会教学委员会、中国物理学会大学物理期刊社联合主办的首届“全国大学物理教学优秀论文奖”评选活动,经论文评审委员会对参评论文进行认真讨论,严格筛选后,已于2002年2月20日定出了获奖名单.为确保评选活动严肃、公正,该名单已在中国物理教育网(网址: <http://www.cpenet.org.cn> 新闻消息栏目)及中国期刊网大学物理编辑部网站(网址: <http://dxw1.chinajournal.net.cn> 本刊动态栏目)上公布,并将从公布之日起至2002年3月31日止定为“争议期”,若对获奖论文有异议,可在此期间内向评选活动办公室提出,由论文评审委员会处理裁定.

评选活动办公室地址:北京师范大学《大学物理》编辑部,电话:010-62208024;010-62205411;
E-mail: cop@bnu.edu.cn 联系人:孙新平

特此公告

“全国大学物理教学优秀论文奖”

评选活动办公室

2002年2月