

振形函数仍取式 (9). 由式 (8) 可得

$$\omega^2 = (\pi^{10} D) / \left(1024 \bar{m} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3 n^3 (m^2/a^2 + n^2/b^2)^2} \right)$$

若级数取 1 项 ($m = n = 1$), 则

$$\omega = \frac{\pi^5}{32} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\bar{m}}} \quad \text{误差为 } -3.11\%$$

若级数取 4 项 ($m = 1, 3; n = 1, 3$), 则对于方板

$$\omega = \frac{19.8080}{a^2} \sqrt{D/\bar{m}} \quad \text{误差为 } +0.35\%$$

此例若按能量法的公式^[1]计算 (振形函数 W 仍取式 (9)), 则可求出

$$\omega^2 = \left\{ D \iint \left\{ (\nabla^2 W)^2 - 2(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \right\} / \left(\iint \bar{m} W^2 dx dy \right) = \frac{40D(3a^4 + 3b^4 + 5a^2b^2)}{\bar{m}a^4b^4}$$

当 $a = b$ 时, $\omega = \frac{20.9762}{a^2} \sqrt{D/\bar{m}}$ 误差为 $+6.27\%$.

通过以上算例可以看出, 本文的方法不仅计算比能量法简单, 而且精度也较能量法高, 是求解矩形薄板自由振动最低自然频率的一种较好方法.

参 考 文 献

- 1 徐芝纶. 弹性力学 (下册). 北京: 高等教育出版社, 1988
- 2 李廉锴. 结构力学 (上册). 北京: 高等教育出版社, 1996

TO DETERMINE THE NATURAL FREQUENCY OF SQUARE PLATES WITH THE RECIPROCAL THEOREM OF WORK

CHEN Yuji

(Civil Engineering College, Railway Area of Centre-South University, Changsha 410075, China)

Abstract Using the virtual work principle, this paper proved the reciprocal theorem of work of thin plates with small deflections, and obtained the formula of the natural frequency of square plates. The example showed that the formula was simple and with high precisions.

Key words the reciprocal theorem of work, thin plates, natural frequency

基于插值函数的海底管道多点提升分析

邢静忠^{1,2} 柳春图¹ 曾晓辉¹

¹(中国科学院力学研究所, 北京 100080) ²(甘肃工业大学理学院, 兰州 730050)

摘要 建立海管多点提升的力学模型, 用多项式插值得到各种提升状态下的变形和内力. 和现有方法相比, 该法编程简单, 易于实现, 能满足工程的计算精度.

关键词 多点提升, 插值函数, 海底管道

以往文献对管道铺设中的受力状况进行过许多探讨^[1~4], 但对于海洋管道的多点提升分析未见报道, 特别是海管多点提升是一个动边界大变形问题, 解析方法求解非常困难. 本文利用多项式插值函数建立了海洋管道多点提升的力学模型, 采用考虑荷载集度修正和水平间距修正的位移插值求解方法, 将管道大转动影响的几何非线性问题转化为分段线性问题处理, 用迭代方法确定管道离地点的动边界位置, 该算法可以求解任何给定提升方案的内力和变形.

1 建立模型

海管在端部和中部的 n 个点上受到铅直向上的提升力

$F_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 作用, 各受力点产生已知的铅直位移 $h_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 提升点间距为 $b_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$. 管道作用有沿管道长度均匀分布的自重 q , 产生曲率不大的弯曲变形. 接触点力的边界条件简化为只有铅直方向支反力的固定铰链支座, 位移边界条件是铅直方向挠度为零, 转角为零和水平位移为零^[5].

1.1 选取插值函数

插值挠度曲线是与修正荷载集度 q_i 有关的四次多项式, $i+1$ 段的插值函数 $y_{i+1}(x)$ 和 i 段的插值函数 $y_i(x)$ 在考虑 $x = a_i$ 处的连续条件后得到

$$y_{i+1}(x) = y_i(x) + c_{i3}(x - a_i)^3 + q_{i+1}(x - a_i)^4 / 24EI \quad (1)$$

1.2 确定插值函数

设第一提升点的提升高度为 h_1 , 解出地面接触点的支

2001-12-20 收到第 1 稿, 2002-07-26 收到修改稿.

反力 Q_0 与 a_1 的关系后得到

$$y_1(x) = \frac{EIh_1 - q_1a_1^4/24}{EIa_1^3}x^3 + q_1x^4/24EI \quad (2)$$

对任意一段插值函数 $y_i(x)$ 可以确定出

$$c_{i3} = \frac{h_i - y_{i-1}(a_i) - q_i(a_i - a_{i-1})^4/24EI}{(a_i - a_{i-1})^3} \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (3)$$

根据管道端部的弯矩为零条件, 给定不同的初始值可以迭代计算出满足式 (2) 的 a_1 值.

1.3 水平间距和荷载的修正

由于管道在提升过程中, 轴线弯曲而造成沿轴线方向均布的自重集度发生变化, 必须对其进行修正. 注意到在海管提升时虽然管道的轴线变形挠度很大, 但为了控制它的弯曲应力不超过许用应力, 一般要控制弯曲的曲率半径在 200 m 到 2000 m 之间, 可见它们的实际曲率很小. 因此提升点间距的水平距离由原来的 b_i 修正为 $b_i \cos \theta$. 对各个提升管段的自重荷载采用线性修正的办法, 将荷载由原来的沿轴线均匀分布的 q 等效为沿水平方向均匀分布的 $q/\cos \theta$.

2 数值求解

输入提升点个数 n 后, 定义提升高度数组 $h_i(n)$, 提升点水平间距数组 $b_i(n)$, 提升点的水平坐标数组 $a_i(n)$. 从海管与海底接触点开始算起, 输入各个提升点的提升高度数据和管道直线状态时的间距. 输入管道的抗弯刚度 EI , 水中自重 q , 给定初始的第一提升点坐标 a_1 , 按式 (2) 计算第一段插值函数表达式. 任意一段插值函数可以按式 (1) 确定. 当确定出最后一段挠度曲线时, 弯矩方程也同时得到. 由端部弯矩等于零的条件可以迭代计算初始值 a_1 是否合适. 如果该弯矩误差小于设定值, 则结束循环, 否则继续迭代计算.

3 算 例

利用以上算法, 编制了海管多点提升计算程序, 可以用于海底管道的多点提升的方案设计和验算. 为了验证该程序的正确性, 利用单点提升非线性计算结果, 以单点提升的位移计算结果作为多点提升的提升高度数据. 针对不同的提升高度, 对比计算结果显示各个提升点的提升力很小, 符合单点提升的实际情况.

算例 1 某双层管抗弯刚度 $EI = 10^8 \text{ Nm}^2$, 在海水中的自重 $q = 2 \text{ kN/m}$. 提升点间距取 12.6 m, 等距离设置 5 个提升点. 按照单点提升非线性分析的结果, 当提起部分弧长是 63 m 时, 各个提升点的提升高度依次为 0.18, 1.31, 3.85, 7.75, 12.50. 通过使用本文插值法多点提升分析程序计算, 得到该提升方案的变形和内力图. 图中显示出的挠度曲线非常光滑, 弯矩图和非线性分析结果吻合得很好, 最大弯矩和非线性结果的误差约为 0.1%. 说明在提起高度较小 (本算例中提升高度是提起长度的 1/5) 的情况下, 非线性分析和本文方法差异很小.

算例 2 计算条件同上, 利用三点提升方案, 将管道端部提高到 18 m. 设计提升方案第一提升点高度 3 m, 第二提升点高度 11 m, 与第一提升点间距 50 m, 第三提升点高度 18 m, 与第二提升点的水平距离为 40 m. 用本文程序计算后得出挠度曲线如图 1, 弯矩图如图 2, 最大正弯矩 437 kN·m 发生在第一提升段, 最大负弯矩 396 kN·m 发生在第二提升点位置. 提升高度由原来的 12 m 增加到 18 m, 采用三个提升点后, 最大弯矩比单点提升的最大弯矩明显减小.

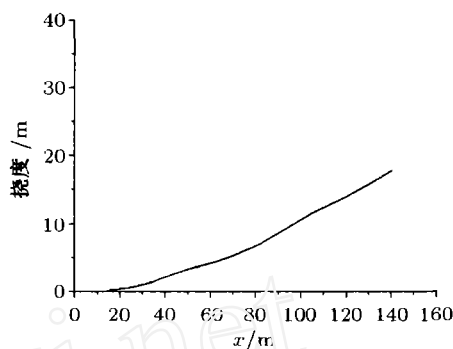


图 1 三点提升计算的变形情况

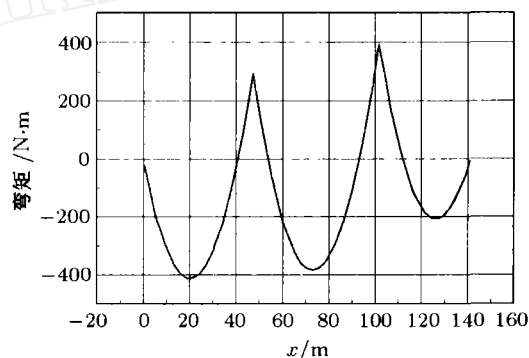


图 2 三点提升方案的弯矩分布

4 结 论

1) 利用插值函数方法得到的多点提升分析方法在提升高度不大时可以给出工程上足够精确的分析结果. 本文算法对于提升点的个数没有限制, 可以计算许多个提升点的提升方案分析, 解析公式的应用使本文程序的计算速度很快.

2) 本文方法对多点提升的方案设计和验算都极其方便. 通过对各种不同的提升方案对比发现, 内力对提升高度值非常敏感, 不仅要求设计的提升方案要合理, 更重要的是在施工时要严格控制各个提升点的高度变化, 特别是提升点高度较低的离地点管段的内力容易被忽视, 最容易造成这一管段的弯矩过大.

参 考 文 献

- 王海期, 马仑. 海底管道铺设过程的静动力分析. 海洋工程, 1986, 4(3): 23~40
- 詹侃, 陆仁华. 海底管道在铺设过程中的二维静态分析. 海洋工程, 1991, 9(4): 14~20
- 甄国强, 胡宗武. 铺设过程中海底管道的非线性分析. 海洋工程,

1993, 11(3): 28~38

4 戴英杰, 宋甲宗, 郭东明. 多点支撑托管架支撑下的海洋管道铺设中的静力分析. 海洋工程, 1999, 17(2): 1~9

5 胡毓仁, 陈伯真. 海洋工程结构力学. 上海: 上海交通大学船舶及海洋工程系, 1988. 81~87

ANALYSIS OF MULTI-POINT LIFTING OF PIPELINES BASED ON THE INTERPOLATION FUNCTION

XING Jingzhong^{1,2} LIU Chuntu¹
ZENG Xiaohui¹

¹(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences,
Beijing 100080, China)

²(School of Science, Gansu University of technology, Lanzhou
730050, China)

Abstract A multi-point lifting model is built, the deflection and force distributions in every lifting state are obtained using an interpolation polynomial method. Compared with other methods, it is easier to program and can satisfy the accuracy requirement in practical engineering.

Key words multi-point lifting, interpolation function, pipeline

汽缸结构上下缸接触的有限元分析¹⁾

金雪燕¹ 裘燕江² 隋允康¹ 张桂明³

¹(北京工业大学机电学院工程力学部, 北京 100022)

²(杭州汽轮机集团有限公司, 杭州 310022)

³(聊城大学教育技术系, 山东聊城 252059)

摘要 采用有限元软件 MSC/NASTRAN 计算分析了汽轮机汽缸结构上下缸接触状态的应力分布和变形. 分析了汽缸在温度场作用下以及温度场同内压联合作用下的应力分布情况, 重点分析上下半缸的螺栓连接面——中分面上的应力和变形情况. 建立了汽缸三维实体有限元分析模型, 并对每根连接螺栓均建立了模拟模型. 分析结果表明, 同内压引起的应力相比, 热应力是缸体中应力的主要成分. 当内外壁温差达到 100°C 时, 缸体中最大应力为 1230 MPa, 出现在约束处应力集中部位, 缸体绝大部分应力水平在 600~700 MPa; 汽缸外壁温度为 25°C 时, 缸体中最大应力为 1080 MPa, 缸体绝大部分应力水平在 100 MPa, 得出减小汽缸内外壁的温差能有效减小缸体中应力的结论. 分析表明, 缸体轴向最大伸长量为 2.55 mm, 横向最大变形为 2.02 mm. Z 向最大位移为 1.24 mm. 中分面有分离, 但分离程度较小, 分离值均在 10⁻³ mm 量级上.

关键词 汽轮机, 汽缸, 有限元分析, NASTRAN 软件

1 引言

本题目是杭州汽轮机厂的工程实际课题. 汽缸是汽轮机的最主要部件. 一般由上下两个半缸组成, 之间由螺栓连接. 这样对连接面或中分面的密合性要求较高, 否则会因为不密合而发生泄漏, 导致温度和压力的下降, 影响汽轮机工作的效率. 汽缸内部属于高温高压环境, 在这样的载荷下, 需要了解工作情况下中分面处连接螺栓的应力水平, 以及汽缸整体的应力分布、汽缸的变形状况.

以前在设计汽缸时, 较多采用大大简化的汽缸模型, 如带法兰的厚壁筒模型来校核汽缸强度, 或者采用轴对称有限元分析模型. 但是实际的汽缸并非厚壁筒也不是轴对称结构, 而是较为复杂的空间几何体 (见图 1). 为更精确分析汽缸应力和变形, 本文采用三维有限元模型 (见图 2), 应用 MSC/NASTRAN 软件在考虑温度、内压两种载荷下对汽缸的应力和变形进行了分析.

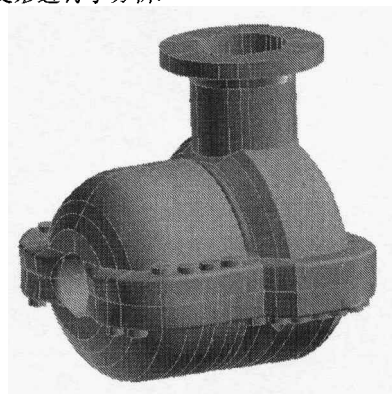


图 1 汽缸结构图

2 有限元模型的建立

结构整体分为汽缸的上半部和下半部两个大部件, 连接上下两部分的螺栓共 30 个. 汽缸共有 4 个汽室, 分别在不同的温度及压力下工作. 本题目中要求不考虑重力, 只考虑温度和压力的静载作用. 结构体壁厚较大, 为了较真实模拟结构的几何形状, 提高分析精度, 建立了汽缸的实体模型.

2002-03-11 收到第 1 稿, 2002-08-02 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金项目 (10072005)、北京市自然科学基金项目 (3002002) 和美国 MSC 公司资助.