

气/液两相流动中的声速^{*}

赵建福

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

李 炜

(武汉水利电力大学河流工程系, 武汉 430072)

摘要 通过对可压缩气/液两相流动基本方程的线性分析, 得到了气/液两相流动中声速的表达式。理论分析与实验数据的比较说明, 在通常条件下该表达式可简化为均质流动理论中的Wood绝热声速公式。

关键词 气/液两相流 声速 线性分析 Wood绝热声速公式

气/液两相流动中, 两相介质的相互掺混极大地改变了流动的结构特征, 导致混合介质的可压缩性远大于单相的气体或液体, 引起声波在其中传播的速度大大降低。这一现象最早由Mallock^[1]发现, 并因其在科学发展和技术应用(尤其是海洋水声学、核动力工程、特高坝水力学等)方面的重要作用而备受重视^[2-4]。然而, 由于气/液两相流动现象十分复杂, 这一问题迄今未能完全解决。

本文拟通过对可压缩气/液两相流动基本方程的线性分析, 推导其声速的表达式, 并分析气、液两相间的相互作用对其中声速的影响。

1 可压缩气/液两相流动的基本方程

目前, 描述气/液两相流动现象最常用、最可信赖的方法是双流体连续介质模型^[5]。该模型假设各相在其占据的局部时空范围内都满足连续介质条件, 从而建立各相局部的、瞬时的控制方程和相界面间断关系, 然后利用适当的平均化方法得出宏观平均的两相流动方程和各种相间作用的表达式, 进而实现对两相流动的理论分析和数值模拟。不过, 平均化过程在简化对流动的描述的同时, 不可避免地抹杀了流动细微结构的许多信息, 导致宏观平均的两相流动方程不封闭; 另外, 由该模型严格推导出来的两相流动方程(尤其是相间作用)形式很复杂, 难以直接用来解决具体的流动问题。因此, 为得到实用的流动方程, 还需要结合特定流动的实际情况, 引入合理的近似假设和正确的本构关系。

对于含有较大气泡(即气泡直径 d 远大于热穿透深度 $\delta = \sqrt{\kappa/f}$, 其中 κ 和 f 分别表示气体的热扩散系数和压力波频率)的双组份气/液两相流动(对水/空气两相流动, 气泡直径为 10^{-3} m以上量级时), 可以假设: (1) 流动中无相变发生; (2) 液相等温、不可压缩; (3) 气相为完全气体, 流动中绝热; (4) 局部静压平衡, 即平均化后流场内同一点处各相

1999-03-15 收稿, 1999-06-21 收修改稿

* 国家自然科学基金和“211”工程建设专项基金提供资助

内部压强与相界面压强相等; (5) 忽略粘性应力、附加应力、附加热流量及脉动应力; (6) 相间动量传递由粘性阻力与附加质量力承担。这样, 可得如下封闭的、宏观平均的可压缩气/液两相流动基本方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k \vec{u}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \vec{u}_k \vec{u}_k) = -\alpha_k \nabla p + \alpha_k \rho_k \vec{g} + \vec{F}_k \quad (2)$$

$$\frac{d_{1s}}{dt} = \frac{c_v(Y-1)\vec{F}_1 \cdot \vec{u}_r}{\alpha p} \quad (3)$$

$$p = \rho_1 R T_1 \quad (4)$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 = \alpha(1-\alpha)\rho_2 \left[4.1.2(1-\alpha)^2 |\vec{u}_r| \vec{u}_r - C_{VM} \left(\frac{d_2 \vec{u}_1}{dt} - \frac{d_1 \vec{u}_2}{dt} \right) \right] \quad (5)$$

其中, $\alpha = \alpha_k$, $\alpha_k = 1 - \alpha$, $\frac{d_k}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}_k \cdot \nabla$, ρ_k , \vec{u}_k , p , \vec{g} , \vec{F}_k , C_{VM} 和 T 分别表示密度、速度、压强、重力加速度、广义相间力、附加质量系数和温度, 下标 1、2 分别表示气、液相, α 表示气相体积浓度, c_v , Y 和 R 分别表示气体的定容比热、比热比和气体常数, $\vec{u}_r = \vec{u}_2 - \vec{u}_1$ 为相间滑移速度, $s = c_v \ln(p/\rho_1^Y)$ 为气相的(类)熵。上述方程除气/液两相分离流动(如分层流、环状流等)外都可适用。

此外, 定义气/液两相混合密度为:

$$\rho = \alpha \rho_1 + (1 - \alpha) \rho_2 \quad (6)$$

2 线性分析

流体介质中的声运动是由压力的微小扰动引起的。假设流体介质在未受扰动时处于静止状态, 具有均匀的状态参数 Φ_0 (Φ 代表 α , p , ρ_k , \vec{u}_k , T_k , 其中 $\vec{u}_{k0} = 0$), 声运动导致状态的微小偏差 Φ , 即 $\Phi = \Phi_0 + \Phi$ 。由于假设液相等温不可压, 因此, $\rho_{20} = \rho_2$, $\rho_2 = 0$, $T_2 = 0$ 。代入气/液两相流基本方程(1)~(5), 略去 Φ 的高阶项, 整理可得如下线性化方程:

$$\rho_{10} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha_0 \frac{\partial p_1}{\partial t} + \alpha_0 \rho_{10} \nabla \cdot \vec{u}_1 = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} - (1 - \alpha_0) \nabla \cdot \vec{u}_2 = 0 \quad (8)$$

$$[\rho_{10} + C_{VM}(1 - \alpha_0)\rho_2] \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} - C_{VM}(1 - \alpha_0)\rho_2 \frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} = -\nabla p \quad (9)$$

$$(1 + C_{VM}\alpha_0)\rho_2 \frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} - C_{VM}\alpha_0\rho_2 \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} = -\nabla p \quad (10)$$

$$\frac{p}{\rho_1} = \frac{Y p_0}{\rho_{10}} = Y R T_{10} = a_1^2 \quad (11)$$

这里, a_1 为单相气体中的声速。此外, 由式(6)可得:

$$\rho = (\rho_{10} - \rho_2)\alpha + \alpha_0 \rho_1 \quad (12)$$

利用经典声学理论可将气/液两相混合介质中的声速表示为:

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \frac{p}{\rho} = \frac{a_1^2}{[\alpha_0 + (\rho_{10} - \rho_2)F]} \quad (13)$$

其中, $F = \frac{\alpha}{\rho_1}$.

另一方面, 由式(7)~(10)可以导出:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = \frac{(1 + C_{VM})\alpha_0 \rho_{10} a_1^2}{(\alpha_0 + \rho_{10} F) [(1 + C_{VM}\alpha_0)\rho_{10} + (1 - \alpha_0)C_{VM}\rho_2]} \nabla^2 \rho_1 \quad (14)$$

这是典型的波动方程, 右端项的系数即扰动波传播的速度(即声速). 结合式(13)可得:

$$F = - \frac{\alpha_0(1 - \alpha_0)(\rho_{10} + C_{VM}\rho_2)}{\rho_{10}[(1 - \alpha_0)\rho_{10} + (\alpha_0 + C_{VM})\rho_2]} \quad (15)$$

因此, 气/液两相流中声速的表达式为:

$$a = a_1 \left\{ \frac{[(1 - \alpha_0)\rho_{10} + (\alpha_0 + C_{VM})\rho_2]\rho_{10}}{\alpha_0 \rho_2 [(1 + \alpha_0 C_{VM})\rho_{10} + (1 - \alpha_0)C_{VM}\rho_2]} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

这和文献^[6]利用特征分析法得出的结果相同

3 讨论

鉴于 $\frac{\rho_{10}}{\rho_2} \sim 10^{-3}$, 只要 α 不是非常接近于 1, 总可以忽略气相质量的作用. 这样, 式(16)可简化为:

$$a = \sqrt{\left[1 + \frac{\alpha_0}{C_{VM}}\right] \frac{\gamma p_0}{\alpha_0(1 - \alpha_0)\rho_2}} \quad (17)$$

这和 Caflisch et al^[7]和 Crespo^[8]的相应结果是一致的. 不过, 本文没有限制 α 必须很小, 同时推导过程中直接采用了矢量形式, 因此, 所得到的气/液两相流动中的声速公式(16)或式(17)能适用于更大的范围, 并且可以直接用于高维问题, 毋须作额外的推广.

式(16)和式(17)表明, 附加质量系数 C_{VM} 对气/液两相流动中的声速有着极大影响. 由式(9)和式(10)可知: 若 $C_{VM} = 0$, 除局部静压平衡假设引起的两相速度关联外, 没有其他任何关系; 若 $C_{VM} \rightarrow \infty$, 可得 $\frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} = \frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t}$, 即气、液两相间没有速度滑移, 速度总能保持一致, 从而形成均匀的混合体, 流动可以用均质模型描述. 这说明 C_{VM} 的大小反映了气/液两相间相互作用的程度.

C_{VM} 时, 式(16)简化为:

$$a = a_1 \sqrt{\frac{\rho_{10}}{\alpha_0 \rho}} = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\alpha_0 [\alpha_0 \rho_{10} + (1 - \alpha_0)\rho_2]}} \quad (18)$$

上式正是均质流动理论中的 Wood 绝热声速公式^[2,3]. 而当 $C_{VM} = 0$ 时, 式(16)简化为:

$$a = a_1 \sqrt{\frac{[(1 - \alpha_0)\rho_{10} + \alpha_0 \rho_2]}{\alpha_0 \rho_2}} \quad (19)$$

这和 Trapp & Ranson (1982)^[9]、Nguyen et al (1981)^[10]及 Lee et al (1998)^[4]中关于气/液两相分层流动中的声速公式相同或相近. 不过, 由于本文所采用的双流体连续介质方法

对分层流动似不再适用,这里将不探讨其实际意义,而只视其为一种极限情况,以帮助理解实际气/液两相流动中的声速特征

图1为本文得到的气/液两相流动中的声速公式(16)的计算结果。该图表明:(1)很小的 C_{VM} 数值(即很弱的相间作用)就可以使气/液两相流动中的声速大大降低,甚至远小于单相气体中的声速。(2)气相体积浓度很小时,声速受相间作用的影响极大,但对相间作用的强度(即 C_{VM} 的数值大小)却并不敏感。这和已有研究结果相符,说明在气相体积浓度很小时,相间速度滑移对声速影响甚微。这样,企图通过声速测量来研究气/液两相流动中附加质量系数的变化规律^[11]是难以实现的。(3)若相间作用达到一定强度(如 C_{VM} 达到1的量级或更大,这正是实践中常见的情形),则在气相体积浓度的整个范围内,Wood绝热声速公式可以很好地预测气/液两相流动中的声速。这对相应工程应用问题的研究十分便利。

图2显示了Micaelli实验结果(参见文献[7])和式(16)预测值的比较。实验介质为水和空气,系统压力1.12bar,气泡直径4mm。式(16)中附加质量系数分别取为 $C_{VM} = 1/2$, $C_{VM} = (1 + 2\alpha)/[2(1 - \alpha)]$ (即普遍采用的Zuber公式)及 $C_{VM} = \infty$ (即Wood绝热声速公式)。该图表明,式(16)中附加质量系数的三种选取方式所得结果与实验数据都很接近,同样说明了上述三条结论是正确的。

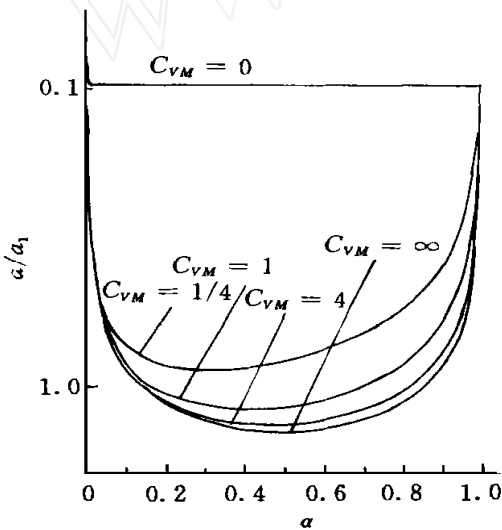


图1 气/液两相流动中的声速

Fig 1 Sonic velocity in gas-liquid two-phase flow

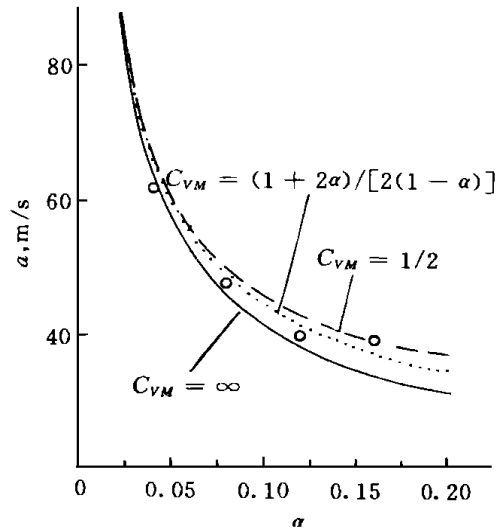


图2 Micaelli实验结果与式(16)预测值的比较

Fig 2 Comparison of the experimental results by Micaelli with the prediction of Eq. (16)

5 结论

本文通过对可压缩气/液两相流动基本方程的线性分析,得到了气/液两相流动中声速的表达式。通过分析相间作用对其声速的影响,以及与实验结果的比较,指出在通常的工程应用问题的研究中,均质流动理论中的Wood绝热声速公式可以用来很好地预测气/

液两相流动中的声速

参考文献

- 1 Mallock A. The damping of sound by frothy liquids Proc Roy Soc(London), 1910,A 84: 381~ 395
- 2 van Wijngaarden L. One-dimensional flow of liquids containing small gas bubbles Ann Rev Fluid Mech, 1972, 4: 369~ 396
- 3 赵建福, 李炜 掺气水流中的声速研究综述 泄水工程与高速水流, 1996, (3): 26~ 35
- 4 Lee S J, Chang K S, Kim K. Pressure wave speeds from the characteristics of two fluids, two-phase hyperbolic equation system. Int J Multiphase Flow, 1998, 24(4): 1~ 7
- 5 刘大有 二相流体动力学 北京: 高等教育出版社, 1993
- 6 赵建福, 李炜 可压缩掺气水流的一维特征分析 水动力学研究与进展, 1999,A 14(1): 1~ 7
- 7 Caflisch R E, Miksis M J, Papanicolaou G C et al Wave propagation in bubbly liquids at finite volume fraction J Fluid Mech, 1985, 160: 1~ 14
- 8 Crespo A. Sound and shock waves in liquids containing bubbles Phys Fluids, 1969, 12: 2274~ 2282
- 9 Trapp J A, Ranson V H. A choked-flow calculation criterion for nonhomogeneous, nonequilibrium, two-phase flows Int J Multiphase flow, 1982, 8(6): 669~ 681
- 10 Nguyen D L, Winter E R F, Greiner M. Sonic velocity in two-phase systems Int J. Multiphase Flow, 1981, 7: 311~ 320
- 11 Cheng L Y, Drew D A, Lahey R T Jr: An analysis of Wave propagation in bubbly two-component two-phase flow. J Heat Transfer, 1985, 107: 402~ 408

Sonic Velocity in Gas-liquid Two-phase Flows

ZHAO Jianfu

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

LI Wei

(Department of River Engineering, Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, Wuhan 430072)

Abstract

The general formula of sonic velocity in gas-liquid two-phase flow is derived using the linear analysis of the closed fundamental equations of compressible gas-liquid two-phase flow. Based on the comparison between experimental data and the prediction of this formula, it is proposed that the appropriate formula for calculating sonic velocity in gas-liquid two-phase flows under usual conditions may be Wood adiabatic sonic velocity formula

Keywords: gas-liquid two-phase flow, sonic velocity, linear analysis, Wood adiabatic sonic velocity