2002 年 8 月 Journal of Henan Normal University (Natural Science)

A ug. 2002

文章编号: 1000- 2367(2002)03- 0032- 04

# 基于边-边接触的三维离散数值计算模型

# **郭易圆<sup>1</sup>**, 李世海<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学理学院,北京,100083;2 中国科学院力学研究所,北京,100080)

**摘** 要: 采用边-边(面-面)接触离散元模型,研制了三维离散元计算程序,计算了集中载荷作用下弹性基础 的沉降和应力场,通过与解析解的比较,基本验证了该程序的可靠性。当单元之间的位移和变形相对于单元本身的 尺度较小时,采用边-边接触模型研究不连续介质问题和颗粒散体问题比角-边接触模型更加有效

关键词: 边- 边接触模型;离散元法;应力场

中图分类号: TD 311

#### 文献标识码: A

离散元法角- 边接触模型是Cundall[1]于 1971 年提出来的, 是描述岩体等不连续介质及其颗粒散体的 行之有效的方法 角- 边接触模型允许单元之间改变原有的接触关系, 在考虑接触面发生很大的变形和位 移, 甚至单元从母体脱落的情况非常有效[2] 但每次循环都要重新确定单元之间的接触关系, 计算效率比较 低 此外在计算过程中还会出现角- 角接触的"锁定状态" 1983 年Dow ding[3]等在角- 边接触模型的基础 上, 提出了边- 边(面- 面)接触模型 该模型单元之间可以分开, 但是单元之间的接触关系保持不变, 不需要 检索单元的接触关系, 这就大大提高了计算效率, 同时避免了角- 边接触模型的"锁定状态"

1986 年王泳嘉首先将角-边接触模型离散元法介绍到国内[4],多年来我国研究人员在离散元法的开 发和应用方面作了许多工作 所有这些工作都是基于角-边接触模型,而且多数采用二维离散元法,对三维 离散元法的研究则比较少[5]本文以边-边接触模型为基础,编制了三维离散元程序,并给出了相应的算 例 结果表明,当单元之间可以承受拉力时,离散元法可以比较准确地描述结构在静载荷作用下的位移和受力

## 1 面面接触离散基本假设和基本方程

离散元法认为介质是由不连续结构面切割成的相互接触的单元组成,一个单元与其相邻单元可以分开, 单元之间不需满足位移连续和变形协调要求 对于面- 面接触模型的离散元法来说,存在如下假定:

(1) 单元视为刚性块体, 初始状态下单元之间相互接触但不受力, 离散元法中每个单元满足:

$$M \ddot{\mathbf{u}} + C \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}^{ext} - \mathbf{F}^{int}$$
(1)

其中:  u 为单元的加速度矢量,  u 为单元的速度矢量, M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, F<sup> «</sup>' 为作用于单元的外 载之和, F<sup> m</sup> 为作用于单元的接触力之和

(2) 单元之间力的传递是通过单元之间相互接触的虚拟弹簧的变形来实现的, 在前面假设条件下弹簧的 变形实际上同时反映了单元和不连续结构面的变形

(3) 单元之间的相互作用力用法向力及切向力来表示,分别与单元之间的法向和切向位移成正比:

$$\Delta F_n = k_n \Delta u_n \qquad \Delta F_s = k_s \Delta u_s \tag{2}$$

其中: ΔF "和 ΔF "分别为单元之间法向作用力和切向作用力增量, Δu "和 Δu "分别单元之间相对法向位移增 量与相对切向位移增量, k "和 k "分别为法向刚度及切向刚度 同时法向力与切向力之间满足摩尔- 库仑准 则:

**收稿日期:** 2002-05-18

2

第1作者简介:郭易圆(1973~),女,吉林长春人,博士,北京航空航天大学讲师

$$F_s \quad C_n + F_n \operatorname{tg} \varphi \tag{3}$$

其中: C<sub>n</sub> 为单元之间的粘聚力

(4) 单元之间始终为面-面接触, 接触面上的不均匀作用力使得单元产生转动单元之间可以承受拉力, 也可以满足无张拉条件:

$$F_n = 0 \qquad (\hat{\mathbf{\mu}}_n \hat{\mathbf{\lambda}}_n) \tag{4}$$

(4)不连续结构面对介质的影响用等效刚度表示

(5) 单元之间的接触关系在受力过程中保持不变

### 2 算 例

如图 1 所示,考虑半无限空间弹性基础表面上作用一竖直集中力 P,在弹性基础内所引起的竖直方向



上的法向应力和位移的解析解为[6]:

$$\sigma_z = \frac{2P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}$$
(5)

$$\overline{u} = \frac{P}{4\pi G} \begin{bmatrix} \frac{xz}{R^3} - (1 - 2v) \frac{x}{R(R + z)} \end{bmatrix}$$
(6a)

$$\overline{v} = \frac{P}{4\pi G} \left[ \frac{yz}{R^3} - (1 - 2v) \frac{y}{R(R + z)} \right]$$
(6b)

$$\overline{w} = \frac{P}{4\pi G} \left[ \frac{z^2}{R^3} + 2(1 - v) \frac{1}{R} \right]$$
(6c)

其中: a 为竖直方向的法向应力; u, v, w 为任意点M 在x, y, z 方向的位移; G 和v 分别为材料的变形模量和 泊松比, 分别取 $G = 3 \times 10^{\circ}$ , v = 0, 3

取研究区域的大小为 70m × 70m × 70m, 计算区域剖面示意如图 2 所示, 将其划分为 42 875 个单元, 每 个单元的大小为 2m × 2m × 2m. 半空间自由表面上受力为零, 在其它五个面, 即 x = 0, x = 70, y = 0, y = 70, z = 0 表面上施加力的边界条件, 边界上应力的大小由公式(5)和公式(6)确定, 由此来反算区域内部的应 力分布 对于弹性介质不满足摩尔- 库仑准则(3) 和无张拉条件(4). 取力集中载荷 P = 100KN. 考虑在工程 中影响比较大的铅垂方向的法向应力和位移, 其解析解和数值计算结果如图所示

从位移矢量图 3 可以看出,数值计算结果同解析解的趋势比较接近 解析解中区域的表层的受拉向中心运动, 表层下面的区域则受压向两侧运动,数值解中的单元向两侧运动的位移却很小,这是由刚性块体模型本身的特点 决定的 对于弹性解析解,满足变形协调方程,一个方向(z 方向)受压后尺度减小,其它方向(x 和y 方向)尺度增 大 而离散元法刚性块体模型,单元本身的变形是通过单元之间接触的变形来体现的,对于同一个块体单元,六个 接触面上的变形相对独立,对其它方向没有影响,因此在 x 和y 方向上的变形和位移小于解析解 而在 z 方向上的 位移(图 4 和图 5)数值计算所得的相对位移与解析解非常接近 需要说明的是,为避免位移的整体漂移的影响,图 中的位移以 z = 0 面上的点的位移为基准点的相对位移 由应力图 6- 图 8 可见,加载点附近以及边界上的应 力与解析解基本相同,但是由于离散元刚性块体模型的变形不连续特征,使得其它区域的应力值偏小,应力 场的分布也有所差别 这种变形的不连续特点无法完全模拟弹性体的变形,但采用采用公式(3)和公式(4)的 不连续条件,可以比较好的反映出存在许多不连续面的介质的变形特点

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net



# 3 结 论

2

本文采用离散元法用面面接触模型,模拟了集中力作用于半无限大弹性体的位移和应力场 结果表明, 当单元之间可以承受拉力时,离散元法可以比较准确的描述结构在静载荷作用下的位移和受力 通过采用采 用公式(3)和公式(4)的不连续条件,可以比较好的反映出存在许多不连续面的介质的变形特点,在岩体等不



连续介质的分析中有着比较好的应用前景

参考文献

- 1 PA Cundall A Computer Model For Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Systems [C]. Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics Nancy, France: 1971. 1, 2~ 8
- 2 王泳嘉, 邢纪波 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M] 沈阳: 东北工学院出版社, 1991
- 3 C H Dowding, T B Belytschko, H J Yen Dynamic Computational Analysis Of Opening In Joint Rock Journal of Geotechnical Engineering[J] A SCE, 1983, 109(12): 1551~1566
- 4 王泳嘉 离散单元法- 一种适用于节理岩石力学分析的数值方法[A] 第一届全国岩石力学数值计算机模型实验讨论会会 议论文集[C] 1986 32~ 37
- 5 焦玉勇, 葛修润, 谷先荣 三维离散元法中地下水及锚杆的模拟[J] 岩石力学与工程学报, 1999, 18(1): 6~11
- 6 陈仲颐,周景星,王洪瑾 土力学[M] 北京:清华大学出版社,1994

#### Three D in en sional D istinct ElementM ethod Based on Face-to-Face ContactM odel

GUO Yi-yuan<sup>1</sup>, L I Shi-hai<sup>2</sup>

(1. School of Science, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083, China;

2 Institute of Mechanics, Chinese A cademic of Sciences, Beijing, 100080, China)

Abstract The program of three dimensional distinct element method based on edge-to-edge (face-to-face) contact model was developed The subsidence and stress field of an elastic base applied by a force are present in this paper. Compare with analytical results, the reliability of the program is verified W hen the displacement and distortion of an element is small compared to its dimension, the edge-to-edge contact model are more efficient than the corner-to-edge contact model for discontinuous media and grain media

Key words: edge-to-edge contact model; distinct element method (DEM); stress field

35