1999年 4月 东北大学学报(自然科学版) Apr. 1999
第20卷第2期 Journal of Northeastern University(Natural Science) Vol. 20, No. 2

激光加工系统平面方程生成与误差分析补偿*

张凤林① 虞和济① 关 莹② 虞 钢③
(①东北大学,沈阳 110006; ②沈阳汽车工业学校,沈阳 110015; ③中国科学院力学研究所,北京 100080)

摘 要 研究了在三维曲面工件上进行激光加工时平面坐标及方程的生成方法、所生成的平面方程与曲面方程之间的误差及其补偿措施.平面生成方法有算术平均法、加权平均法和人工智能神经网络法.后2种方法计算精度高而被采用.

关键词 三维曲面,平面方程,误差补偿.
分类号 TH 721.4; TP 391.41

激光加工系统完成的是对三维曲面工件的表面进行激光加工处理.其工艺是在待加工工件的表面上形成一系列的正方形.对于每个加工脉冲,激光处理成一个正方形.这样,整个工件表面由若干个正方形覆盖而成.对于平面型工件而言,这种处理是很容易实现的,正方形可以实现无搭接、无空缺的拼接,而对于三维立体工件的表面而言,这种处理则不容易进行.部分曲面表面几乎无法实现无搭接无空缺的平面处理.这时,就存在着如何设计这些正方形的坐标值,以及如何设计计算这些平面方程等问题.本文专门研究这些问题.

1 逼近正方形坐标的确定

三维立体曲面方程是通过测量若干个型值点,然后根据这些型值点,利用二次B样条曲面函数拟合而成.通过B样条曲面函数拟合所形成的曲面边界具有一阶或二阶导数连续(三次B样条函数)的特点,所形成的曲面比较光滑,但是其拟合方程也比较复杂.对于双二次B样条曲面而言,其方程定义如下(见图1).

$$P(u,v) = [u][V_2][Q][V_2]^{\mathrm{T}}[w] \quad (0 \le u, w \le 1) \tag{1}$$

其中,$[u] = [u^2 \quad u \quad 1]$

$$[V_2] = \begin{bmatrix} 0.5 & -1 & 0.5 \\ \text{艺特} & \cdot 1 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{00} & Q_{01} & Q_{02} \\ Q_{10} & Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{20} & Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}$$

$$[w]^{\mathrm{T}} = [w^2 \quad w \quad 1 \quad 1]$$

根据 u, w 的不同取值,$P(0,0)$ 到 $P(1,0)$,$P(0,0)$ 到 $P(0,1)$ 等之间的值也就确定下来.

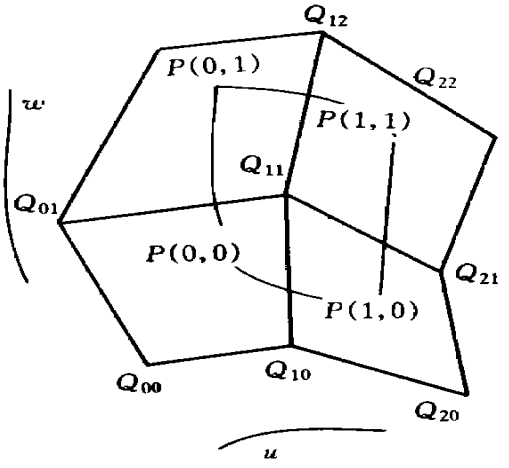

图1 二次B样条函数拟合图形

由于激光加工处理采用的是扫描的方法,因此,经分析研究,确定如下计算方法确定正方形的4个点坐标.

设正方形边长为 l,允许误差为 δ.某一条扫描线上的点为 $a_1(x_1, y_1, z_1)$.首先沿 w 方向确定 $a_2(x_2, y_2, z_2)$ 点,计算公式为

* 1998-09-18 收到. 张凤林,男,35,博士研究生,副教授; 虞和济,男,67,教授; 虞钢,男,38,研究员.
国家自然科学基金资助项目(编号:69678007).

$$d = \left\{ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right\}^{1/2} \tag{2}$$

当 $|d - l| \le \delta$ 时,点 $a_2(x_2, y_2, z_2)$ 就确定下来.

同理,沿 u 方向根据式(2)确定 $a_3(x_3, y_3, z_3)$ 点.

最后确定 $a_4(x_4, y_4, z_4)$ 点.方法是从 a_2, a_3 出发,根据式(2)确定 a_4,得到 2 个 a_4 点.如果这 2 个点之间的距离的绝对值小于等于 δ,则选择其中之一为 a_4 点坐标.否则,适量调整 a_2, a_3 坐标值,再计算 a_4.如仍不满足,则取这 2 个 a_4 坐标点的平均值为 a_4 值.

根据上述方法,可求出所有正方形 4 个点的坐标值.

2 拼接误差方向与补偿

根据上述方法计算得到的是一个正方形的 4 个点坐标.在工件表面摆放多个正方形时,就存在着如何安排周围正方形(对于一个正方形而言,周围有 8 个正方形)以使拼接效果最佳,误差最小的问题.

当第一条扫描线上的正方形确定之后,其余的正方形拼接时不仅要考虑到与同一条扫描线上的前一个正方形的拼接问题,还要考虑到相邻的正方形的拼接和正方形的形状.对于三维曲面工件而言,不可能做到用正方形百分之百地拼接在整个工件表面上,而正方形的边长和形状几乎又是固定的,因此,就要考虑到如何摆放正方形以尽量减少搭接或空缺面积,提高加工精度和质量,即进行补偿.

设相邻的 2 个正方形摆放位置如图 2 所示,其中一点重合(图 2 中的 a_3 和 b_1 点),这样空缺的形状为三角形,该空缺的三角形面积为

$$S = \left\{ s(s - a)(s - b)(s - c) \right\}^{1/2} \tag{3}$$

其中,$s = (a + b + c)/2$; a, b, c 为三角形边长.

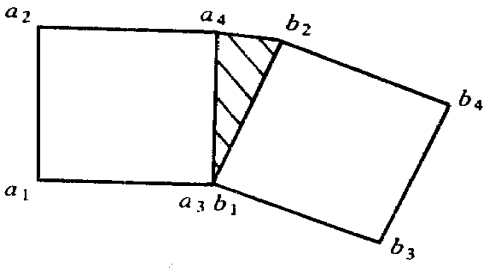

图 2 相邻正方形拼接图

对于图 2 所示的三角形,两个边长为正方形的边长 l,另一个边长 c 等于 a_4, b_2 之间的距离.

$$c = \left\{ (x_{a4} - x_{b2})^2 + (y_{a4} - y_{b2})^2 + (z_{a4} - z_{b2})^2 \right\}^{1/2} \tag{4}$$

这样,

$$s = l + c/2 \tag{5}$$

将式(5)代入式(3)并化简,得

$$S = c(l^2 - c^2/4)/2 \tag{6}$$

根据工件的形状,适量修改正方形 4 个点的坐标值以减小搭接或空缺的三角形的面积.对于图 2 所示的 2 个正方形,最简单的方法是平移正方形,使搭接的三角形与空缺的三角形面积基本相等,这是一种处理方法.如能对正方形除采用平移外,再加以旋转处理,可进一步减小搭接或空缺的三角形面积.不过,这种处理方法比较复杂,不仅要考虑到 2 个正方形坐标数据,还要充分考虑到三维曲面方程以及相邻若干个正方形的坐标数据.本文采用的是正方形平移的处理方法.

3 平面方程生成

经过计算得到的曲面上 4 个点的坐标分别为 $a_1(x_1, y_1, z_1)$, $a_2(x_2, y_2, z_2)$, $a_3(x_3, y_3, z_3)$ 和 $a_4(x_4, y_4, z_4)$.这 4 个点坐标很可能不在同一平面上,如何选取这个逼近平面呢?

每过 3 个不同的点可确定一个平面,例如过 a_1, a_2, a_3 确定的平面方程为

$$A_4 x + B_4 y + C_4 z + D_4 = 0 \tag{7}$$

同理,通过 a_1, a_2, a_4; a_1, a_3, a_4 和 a_2, a_3, a_4 的平面方程分别为

$$\begin{cases} A_3 x + B_3 y + C_3 z + D_3 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0 \\ A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \end{cases}$$

确定逼近的平面方程最简单的方法是求算术平均,此时逼近的平面方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0 \tag{9}$$

其中:

$$A = (A_1 + A_2 + A_3 + A_4)/4$$
$$B = (B_1 + B_2 + B_3 + B_4)/4$$
$$C = (C_1 + C_2 + C_3 + C_4)/4$$
$$D = (D_1 + D_2 + D_3 + D_4)/4$$

这种方法计算最简单,但处理误差也最大,因为没有考虑各平面与曲面的关系.

选取逼近平面的方法之二是加权平均法,即把每过 3 点的平面与最终平面的接近程度或与曲面的接近程度定义为权.两者越接近,其权值越大.其确定方法如下:

a_4 到此平面 $a_1 a_2 a_3$ 的距离为

$$\delta_4 = \frac{\mathrm{ABS}(A_4 x_4 + B_4 y_4 + C_4 z_4 + D_4)}{\mathrm{SQR}(A_4^2 + B_4^2 + C_4^2)} \tag{10}$$

同理, a_3 到平面 $a_1 a_2 a_4$, a_2 到平面 $a_1 a_3 a_4$, a_1 到平面 $a_2 a_3 a_4$ 分别为

$$\begin{cases} \delta_3 = \dfrac{\mathrm{ABS}(A_3 x_3 + B_3 y_3 + C_3 z_3 + D_3)}{\mathrm{SQR}(A_3^2 + B_3^2 + C_3^2)} \\ \delta_2 = \dfrac{\mathrm{ABS}(A_2 x_2 + B_2 y_2 + C_2 z_2 + D_2)}{\mathrm{SQR}(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)} \\ \delta_1 = \dfrac{\mathrm{ABS}(A_1 x_1 + B_1 y_1 + C_1 z_1 + D_1)}{\mathrm{SQR}(A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)} \end{cases} \tag{11}$$

设 $\lambda_1 = 1/\delta_1$, $\lambda_2 = 1/\delta_2$, $\lambda_3 = 1/\delta_3$, $\lambda_4 = 1/\delta_4$, $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$. 取 $\lambda_1 = \lambda_1/\lambda$, $\lambda_2 = \lambda_2/\lambda$, $\lambda_3 = \lambda_3/\lambda$, $\lambda_4 = \lambda_4/\lambda$, 这时有

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 1 \tag{12}$$

根据加权平均法确定的平面方程如式(9)所示, 只是系数 A, B, C, D 分别为

$$A = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + \lambda_3 A_3 + \lambda_4 A_4$$
$$B = \lambda_1 B_1 + \lambda_2 B_2 + \lambda_3 B_3 + \lambda_4 B_4$$
$$C = \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + \lambda_3 C_3 + \lambda_4 C_4$$
$$D = \lambda_1 D_1 + \lambda_2 D_2 + \lambda_3 D_3 + \lambda_4 D_4$$

确定副近的平面方程方法之三是人工智能神经网络法, 即根据神经网络理论, 通过对知识的学习, 确定出智能系统的各权值, 阈值等, 从而根据输入的曲面上的点坐标值, 确定出逼近平面方程. 对于平面方程, 需输入若干个正方形的 4 个点坐标值和对应的平面方程的方向数 A, B, C 和值 D 作为学习样本. 然后, 根据学习得到的结果和输入的 4 个点坐标值, 就可确定出对应的平面方程了. 本文采用的是 BP 算法的神经网络.

BP 算法即反向传播算法 (Back-Propagation), 是基于梯度搜索技术的最小均方差 (LMS) 算法. 为了获得网络实际输出和期望输出之间的均方差最小, 网络的学习过程是将上述误差由上层向下层边传播边修改权值的过程. 定义判断函数为

$$J(w) = \sum J_p(w) \tag{13}$$

其中, p 为训练样本数, 为第 p 样本的整个误差平方和, 其表达式如下:

$$J_p(w) = 0.5 \sum (u_{l,q}(x)_p - d_q(x_p))^2 \quad (q = 1, \cdots, N_l) \tag{14}$$

针对平面方程的计算, BP 算法采用多参数输入, 单参数输出, 三层神经网络结构, MATLAB 程序语言编写. 首先确定样本, 根据三维工件表面形状与特点, 尽可能考虑到每个参数 (这里为 x, y, z) 的取值范围, 确定足够多的学习样本. 针对这样的样本 (平面方程的 4 点坐标), 神经网络程序共运行了 4 次, 每次计算一个平面方程的方向数即 A, B, C, 最后计算 D 值. 这样做的优点是精度比较高, 输出数据互不影响. 由于样本较多, 这里就不给出具体的样本数据和程序了.

根据计算结果可以看出, 根据方法 2 和方法 3 计算得到的平面方程比较接近于实际情况.

参考文献

1 四川矿业学院数学教研组编. 数学手册. 北京: 科学出版社, 1978. 30

2 张志涌, 刘瑞祯, 杨祖樱. 掌握与精通 MATLAB. 北京: 北京航天航空大学出版社, 1997. 153

3 施阳, 李俊一. MATLAB 语言工具箱. 西安: 西北工业大学出版社, 1998. 201

4 辽宁教育学院数学系编. 解析几何讲义. 北京: 高等教育出版社, 1988. 33

Plane Equation Calculation and Error Analysis & Compensation of Laser Manufacturing System

*Zhang Fenglin*①, *Yu Heji*①, *Guan Ying*②, *Yu Gang*③

(①NEU, Shenyang 110006; ②Shenyang Auto Industry College, Shenyang 110015; ③Institute of Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

ABSTRACT The calculation of plane coordinates and generation of plane equations were studied. The error between the surfaces of 3-D parts and plane manufactured with laser was investigated. There are three methods calculating the plane equation, i.e. math average method, power average method and neurual network method. The last two methods were used because of their high accuracy.

KEY WORDS 3-D part, plane equation, error, compensation.

(*Received September* 18, 1998)