

DOI: 10.3969/j.issn.1000-4874.2010.02.012

波浪作用下悬移质泥沙运动的两相流数值模型*

李勇¹, 余锡平², 林緬¹

(1. 中国科学院力学研究所环境力学重点实验室, 北京 100190,

Email:liyong@imech.ac.cn;

2. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 该文采用基于水沙两相紊流的数值模型对波浪作用下的悬移质泥沙运动进行研究。基本方程中将水相和颗粒相通过相间作用力进行耦合, 合理地考虑了相间相对运动的影响。数值计算方法为有限体积法, 对流项处理利用了三阶精度的 QUICK 格式, 离散方程组求解采用的是 TDMA 迭代方法。计算得到的悬移质泥沙垂线时均计算值与不同尺度的水槽实验数据吻合很好, 表明数学模型及其计算方法对于低浓度水沙两相问题是合理的。该研究还探讨了悬沙浓度、泥沙沉降速度以及各种相间作用力随时间的分布规律。

关键词: 两相流; 悬移质; 波浪作用; 数值模拟

中图分类号: TV142.3; TV143.1

文献标识码: A

Numerical study on suspended sediment transport under waves

LI Yong¹, YU Xi-ping², LIN Mian¹

(1. Key Laboratory of Environmental Mechanics, Institute of Mechanics,

Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

2. State Key Laboratory of Hydro-Science and Engineering,

Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Based on a numerical model of two-phase flows, the suspended sediment transport under waves is studied. An advanced mathematical model is employed by accurately considering relative motion and various forces between fluid phase and sediment phase. Numerical discretization is based on finite volume method. QUICK scheme of the third-order accuracy is used to represent the convection term, and TDMA iteration method is adopted for solving algebraic equations. The

* **收稿日期:** 2009-09-24(2010-01-20 修改稿)

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体项目(50221903), 国家自然科学基金面上项目(50379021)和国家基金委自然科学基金项目(40776057)

作者简介: 李勇(1978-),男,湖南双峰人,助理研究员,博士.

通信作者: 余锡平, Email: yuxiping@tsinghua.edu.cn

time-averaged calculation results of sediment concentration along vertical direction are shown to be in good agreement with experimental measurements. It indicates that the model and calculation method presented in this paper are suitable for water-sand flow with low concentration. The variation of the sediment concentration profile within a wave period is investigated. The effects of wave phase on various forces between fluid phase and sediment phase are also demonstrated.

Key words: two-phase flow; suspended sediment; wave; numerical model

1 引言

一般而言, 在河口海岸地区, 波浪是泥沙悬扬的主要动力因素, 因此波浪作用下的悬移质泥沙运动规律的研究在近岸泥沙运动学中占有相当重要的地位。近些年来, 有关悬移质泥沙的数值模拟研究受到了国内外学者的广泛关注。但这些研究基本都是基于输移扩散理论(也称为单相流理论)^[1,2]的数学模型, 而这样的数学模型基本没有体现水沙两相间的相间相对运动, 所以很难定量表述水沙两相之间复杂的相互作用。以扩散理论为基础对波浪作用下悬移质泥沙分布进行相关理论研究的成果也很多, 有的还给出了悬移质泥沙分布的解析表达式^[3,4]。但这些研究大多只局限于考虑边界层附近水流紊动作用的影响, 对上部水体的运动一般都采用简单的假设。有一些研究考虑了波动水质点运动对泥沙扩散的影响, 但得到的方程却很难解析求解^[5]。严冰等人^[6]根据波浪作用下泥沙悬浮的机理, 即影响泥沙悬浮的主要因素是从近床面的紊动扩散逐渐过渡到自由表面水质点的周期性运动, 提出了全水深悬沙扩散系数的表达式, 建立了悬沙垂向时均浓度分布的一个显式解析模型。李勇等人^[7]探讨了往复流条件下各类相间作用力的时空变化规律及其对悬移质泥沙运动的影响。但以两相流数学模型为基础对波浪作用下悬移质泥沙运动规律的研究迄今为止大多都局限于靠近底部的边界层范围内, 具有代表性的工作包括 Drew^[8]、Asano^[9]、Dong & Zhang^[10]以及 Mina & Sato^[11]等。

本文从水沙两相紊流的基本方程出发, 利用数值计算的方法探讨波浪作用下全断面上悬移质泥沙的运动规律, 其中对于水相与颗粒相的紊流作用分别采用标准 $\kappa-\varepsilon$ 模型及颗粒紊流代数模型^[12]进行描述。

2 数学模型及其求解方法

2.1 控制方程

本研究采用雷诺平均后的双流体模型对水沙

两相流的时均流动进行描述。在稀疏颗粒相假设下, 两相间体积分数的耦合、颗粒相的分压以及颗粒间的碰撞等均可忽略。因此, 水相连续方程和运动方程可写为:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_f u_{f,j}) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f u_{f,i}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_f u_{f,j} u_{f,i}) = \\ - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_e \left(\frac{\partial u_{f,j}}{\partial x_i} + \frac{\partial u_{f,i}}{\partial x_j} \right) \right] + \\ \rho_f g_i + \alpha_p F_{f,i} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, 下标 f 表示水相, x_j ($j=1,2$) 表示坐标分量, $u_{f,j}$ ($j=1,2$) 表示水相时均流速分量, p 为压强, ρ_f 为水相密度, g 为重力加速度, $F_{f,j}$ 为相间作用力; $\mu_e = \mu + \mu_f$ 为水相有效黏性系数, μ 为水的分子黏性系数, μ_f 为水相紊动黏性系数; 紊动黏性系数根据标准的 $k-\varepsilon$ 模型给定, 即 $\mu_f = C_\mu \rho_f k_f^2 / \varepsilon_f$, k_f 是紊动动能, ε_f 是紊动耗散率, 分别满足以下方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f k_f) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_f u_{f,j} k_f) = \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_f}{\delta_k} \right) \frac{\partial k_f}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho_f \varepsilon_f \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \varepsilon_f) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_f u_{f,j} \varepsilon_f) =$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_f}{\delta_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial x_j} \right] +$$

$$C_1 P_k \frac{\varepsilon_f}{k_f} - \rho_f C_2 \frac{\varepsilon_f^2}{k_f} \quad (4)$$

$$P_k = \mu_f \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

式中, δ_k 和 δ_ε 分别为水相紊动动能和紊动耗散率的紊流 Schmidt 数, P_k 为紊动生成项。k- ε 模型中的常数取为:

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92,$$

$$\delta_k = 1.0, \delta_\varepsilon = 1.33$$

两相流中稀疏颗粒群的运动也采用连续介质方法进行描述。在处理脉动关联项时引入颗粒紊流黏性系数与扩散系数。于是, 颗粒相的时均控制方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_p \rho_p) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_p \rho_p u_{p,j}) = \frac{\mu_p}{\delta_p} \left(\frac{\partial^2 \alpha_p}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_p \rho_p u_{p,i}) + \frac{\partial \alpha_p \rho_p u_{p,j} u_{p,i}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_p \mu_p \left(\frac{\partial u_{p,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{p,j}}{\partial x_i} \right) \right] + \alpha_p \rho_p g_j + \alpha_p F_{p,j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\mu_p}{\delta_p} \left(u_{p,j} \frac{\partial \alpha_p}{\partial x_i} + u_{p,i} \frac{\partial \alpha_p}{\partial x_j} \right) \right] \quad (7)$$

其中, 下标 p 表示颗粒相, $u_{p,j}$ ($j=1,2$) 表示颗粒相时均流速分量, $F_{p,j} = -F_{f,j}$ 为相间作用力, ρ_p 为颗粒相密度, α 表示体积分数, δ_p 为颗粒相的紊流 Schmidt 数, 取值为 0.7, μ_p 为颗粒动力黏性系数, $\mu_p = \rho_p \nu_p$, ν_p 的值可根据 Hinze-Tchen 颗粒紊流黏性系数模型(A_p 模型)来确定:

$$\frac{\nu_p}{\nu_f} = \left(1 + \frac{\tau_p}{\tau_T} \right)^{-1} \quad (8)$$

其中,

$$\nu_f = \mu_f / \rho_f$$

$$\nu_p = \mu_p / \rho_p, \tau_T = 1.22 C_\mu^{3/4} k_f / \varepsilon_f$$

为紊流脉动时间, τ_p 为颗粒响应时间,

$$\tau_p = \frac{\rho_p D_p^2}{18\mu(1 + 0.15 Re_p^{0.687})} \quad (9)$$

式(9)适用于颗粒雷诺数小于 1 000 的情况, D_p 为泥沙颗粒直径,

$$Re_p = |\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p| \rho_f D_p / \mu$$

为颗粒雷诺数。需要特别指出的是颗粒雷诺数是根据颗粒相和水相之间的滑移速度定义的。

由于波浪场为非恒定流场, 相间作用力除了考虑相间阻力 \mathbf{F}_D 外, 还计入压力梯度力 \mathbf{F}_P 以及附加质量力 \mathbf{F}_M 。因为研究的着重点在于近壁以外的区域, 可以忽略升力的作用。于是, 相间作用力的计算公式可表达为

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_P + \mathbf{F}_M \quad (10)$$

其中各种作用力的具体计算表达式可见李勇等人^[7]的研究。

2.2 边界条件

作为计算对象的物理问题及其边界条件如图 1 所示。水相计算时, 左侧边界为造波板边界, 用无反射数值造波技术进行处理^[13]; 右侧边界采用海绵层消波加辐射条件的处理方法, 即在开边界前设置 2 倍波长的人工阻尼区使波浪衰减, 然后再利用 Sommerfeld 辐射条件使波浪通过边界向外透射; 底边界设为可滑移边界, 对近壁网格节点采用壁函数方法处理; 自由水面利用 VOF 法进行模拟^[14]。固相计算在水相计算的 1 倍波长范围内进行, 左右边界采用周期性条件, 利用全域计算方法^[15]来实现; 底边界与自由表面边界采用可滑移条件。对固相不进行自由面追踪。考虑到计算中水相的主导作用, 先在整个计算域内进行体积分数求解, 然后利用水相 VOF 的计算结果进行适当的修正。浓度边界采用两种方式给定, 一种方式是根据实验结果直接给

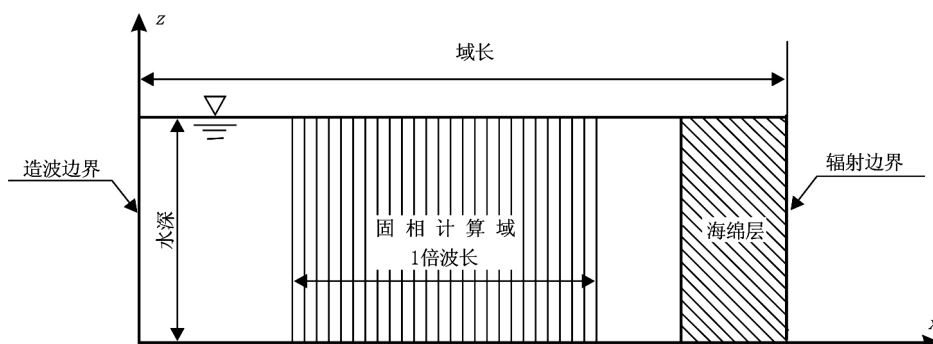


图1 计算域及边界条件

定底部网格上的参考浓度, 另外一种方式是给定计算域内的泥沙总量, 底部按不可透过边界条件处理。

2.2 求解方法

水相控制方程的求解采用有限差分法, 时间步进通过 SMAC 方法实现, 空间离散在非对称的矩形交错网格上进行。对流扩散方程的空间离散采用二阶精度的有限体积法, 其中对对流项进行适当的迎风处理以改善计算格式的稳定性。Poisson 方程的空间离散采用传统的五点格式。颗粒相方程采用原变量求解方法。水相及颗粒相的离散方程均利用 TDMA 迭代求解。

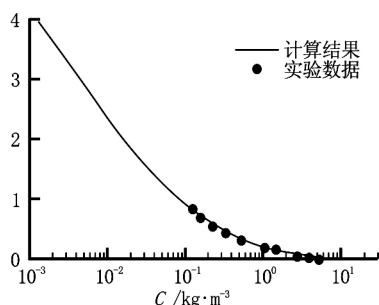


图2 悬移质泥沙周期平均浓度的垂线分布

3 模型验证

利用三组实验数据对本文建立的数值模型进行验证。一组实验是 Thorne 和 Williams^[16]在大型波浪水槽中进行的, 其中床面泥沙中值粒径为 0.25 mm, 水深为 4.5 m, 波高为 1.074 m, 周期为 5.0 s, 沙纹高度为 0.061 m, 沙纹长度为 0.409 m, 参考浓度取在 0.06 m 处, 正好为沙纹的高度。图 2 所示的是周期平均浓度垂线分布的计算值和实验值的比较, 可以看出计算结果和实验数据基本一致。

另外两组实验是 Graaf^[17]在小型波浪水槽中进

考浓度取在 0.02 m 处, 也正好为沙纹的高度。其中 0.3 m, 沙纹高度为 0.02 m, 沙纹长度为 0.08 m, 参行的, 其中床面泥沙中值粒径为 0.079 mm, 水深为一组实验波高为 0.12 m, 周期为 1.7 s。周期平均浓度的验证结果如图 3 所示。另外一组实验波高为 0.14 m, 周期为 2.3 s。周期平均浓度的验证结果如图 4 所示。可以看出计算结果和实验结果都相当吻合, 整体分布趋势很相近。此外, 通过图 3 与图 4 的对比还可以看出随着波浪非线性的增强, 悬移质泥沙周期平均浓度的垂向分布有均匀化的趋势。

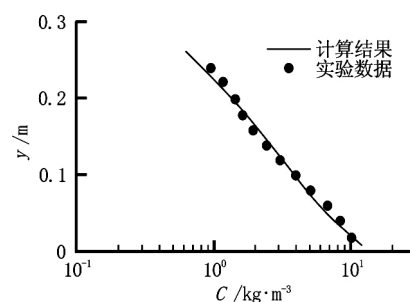


图3 悬移质泥沙周期平均浓度的垂线分布

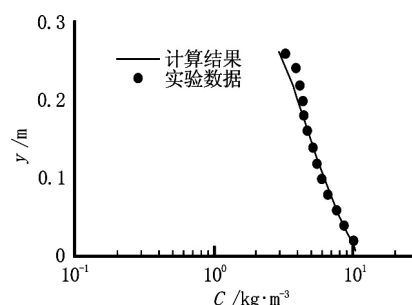


图4 悬移质泥沙周期平均浓度的垂线分布

4 计算结果及其分析

上一节模型验证过程中浓度的底边界条件是

根据实验数据直接给定的。这种边界条件的给定方式经验性太强，不便于研究浓度随时空变化的普遍规律。因此本节中采用另一种方式，即给定固相计算域内泥沙的总量，底部给不可透过边界条件。针对两种边界条件的给定方式，以小尺度水槽第1组实验为例进行比较计算。图5给出了两种不同边界条件下悬移质泥沙周期平均浓度的垂线分布，可以看出两者差别很小，说明在泥沙含量不高的情况下，给定泥沙总量的处理方法是可取的。

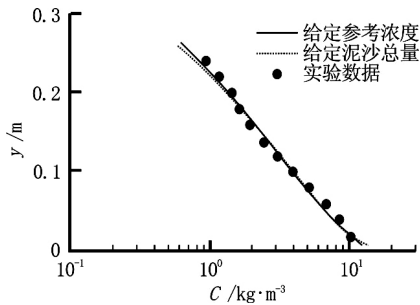


图5 不同边界条件处理方式对泥沙浓度分布的影响

以下我们讨论泥沙浓度分布在一个波浪周期内的变化规律。为了讨论方便，我们规定对应于波谷的相位为0，对应于波峰的相位为 π 。

图6给出了断面悬沙浓度在某些特殊相位的分布。可以看到相位0与 2π 时的浓度曲线基本重合，说明周期性条件满足得很好。还可以看到，在距床面较远的上部流区内，紊动扩散作用不再占有主导地位，泥沙的运动主要与波动水质点的周期运动有关，悬沙浓度分布也呈现出周期性波动。

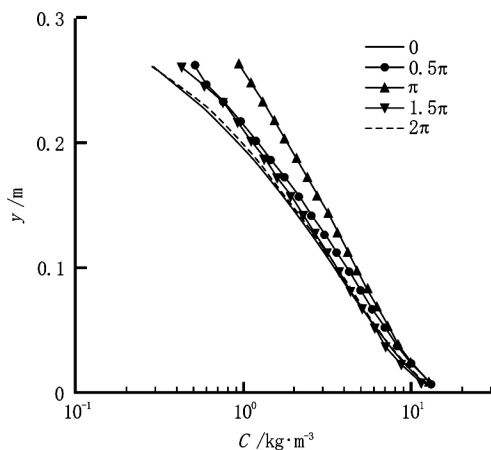


图6 断面泥沙浓度分布随时间变化的规律

图7给出了断面不同高度处泥沙浓度随时间的变化过程。自下而上，悬沙浓度峰值出现的位置存在一定的相位差，自由表面附近的浓度峰值与波峰

出现的时刻基本相对应，越靠近底部，峰值提前于波峰越多。

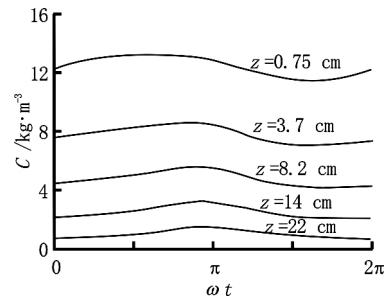


图7 断面不同高度处泥沙浓度随时间变化的规律

图8给出了波浪作用下泥沙的实际沉降速度随相位的分布，其中 w_0 为泥沙颗粒在静水中的沉降速度。由于泥沙颗粒粒径较小，泥沙的沉降速度受水质点周期性运动的影响十分显著。

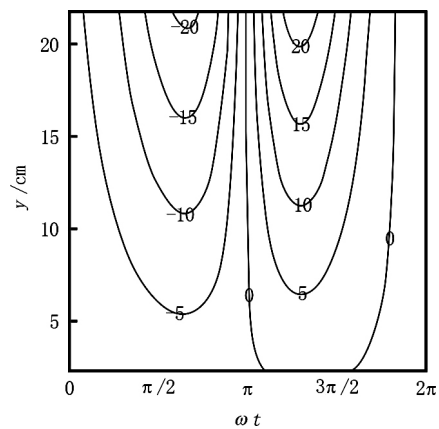


图8 泥沙沉降速度(w_p/w_0)的时空变化

图9(a)~(d)分别给出了垂直方向上固相作用于单位体积流体的重力、黏性阻力、压强梯度力以及虚拟质量力随相位的分布，其中 $\bar{\alpha}$ 为平均体积分数。可以看出，重力、黏性阻力和压强梯度力基本上处于同一个数量级，而虚拟质量力明显要小至少两个数量级，因此视计算条件可以忽略不计。

5 结论

本文采用水沙两相紊流数学模型对波浪作用下的悬沙运动进行了数值研究。悬移质泥沙周期平

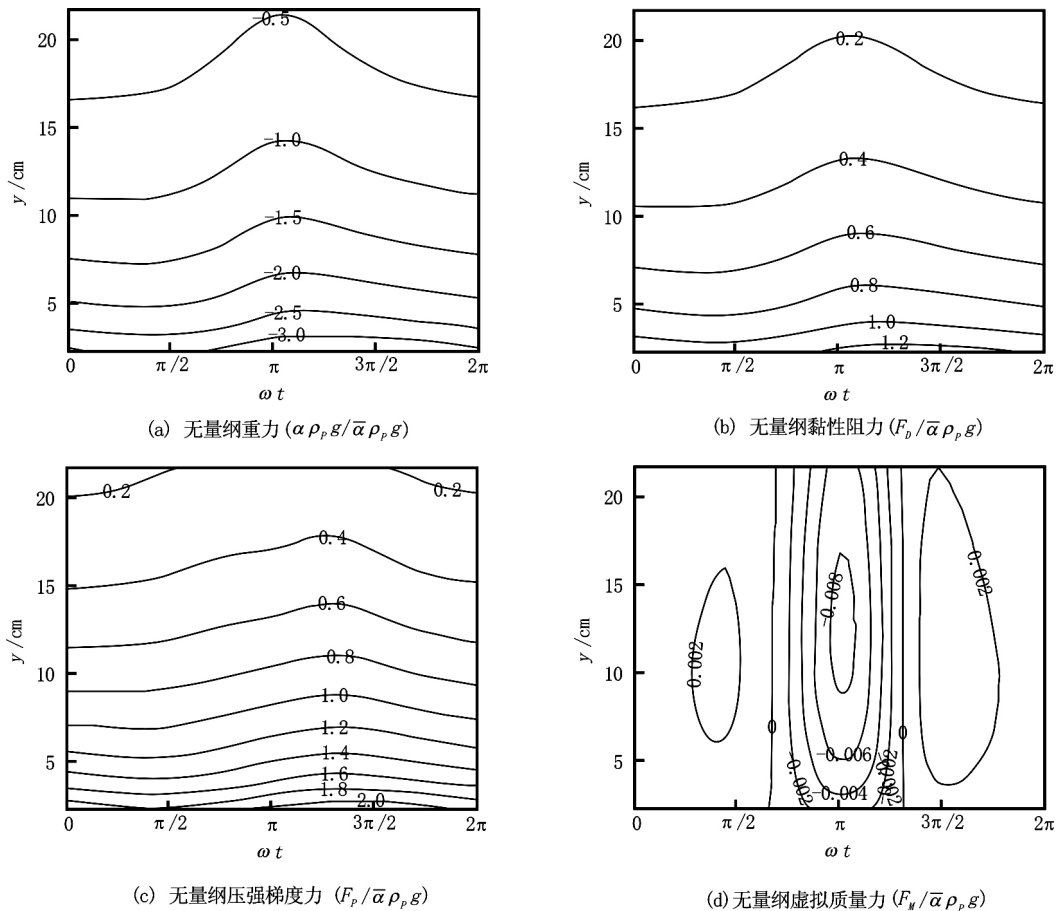


图9 相间作用力的时空分布规律

局浓度垂线分布的计算值与不同尺度水槽中得到的实验数据吻合很好, 表明了数值模型及其计算方法对于研究低浓度水沙两相问题的合理性与可靠性。计算结果还揭示了泥沙浓度分布在一个波浪周期内的变化规律。此外, 通过对相间作用力时空分布规律的研究发现, 波浪作用下水沙两相之间的相间作用力以黏性阻力和压强梯度力为主, 虚拟质量力的影响可以忽略不计。

参 考 文 献:

- [1] O'BRIEN M P. Review of the theory of turbulent flow and its relation to sediment transport [J]. Trans. Amer. Geophys. Union, 1933, 29(4): 487-491.
- [2] DOBBINS W E. Effect of turbulence on sedimentation [J]. Trans. Amer. Soc. Civil Engrs., 1944, 109: 487-491.
- [3] 王尚毅. 波浪作用下含沙量的垂向分布[J]. 中国科学, A辑, 1984, (12): 1151-1160.
- [4] WILLIAMS J J, BELL P S, etc. Observed and predicted vertical suspended sediment concentration profiles and bedforms in oscillatory only flow [J]. J. Coastal Research, 2000, 16(3): 698-708.
- [5] NIELSEN P, TEAKLE I A. Turbulent diffusion of momentum and suspended particles: A finite mixing length theory[J]. Phys. Fluids, 2004, 16(7): 2342-2348.
- [6] 严冰, 张庆河. 波浪作用下悬沙浓度垂线分布的研究 [J]. 泥沙研究, 2006, 10(5): 63-68.
YAN Bing, ZHANG Qing-he. Vertical suspended sediment concentration due to waves[J]. Journal of Sediment Research, 2006, 10(5):63-68.
- [7] 李勇, 余锡平. 往复流作用下悬移质泥沙运动规律的数值研究[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2007, 22(4): 420-426.
- WANG Shang-yi. Vertical distribution of sediment concentration due to waves[J]. Science in China, Ser. A, 1984 (12): 1151-1160.

- LI Yong, YU Xi-ping. Numerical study on suspended sediment transport in oscillatory flows[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. A, 2007, 22(4): 420-426.
- [8] DREW D A. Mathematical modeling of two-phase flow[J]. Ann. Rev. Fluid Mech., 1983,15: 261-291.
- [9] ASANO T. Two-phase flow model on oscillatory sheet-flow[J]. ASCE, Proceedings of the 22nd Inter. Conf. on Coastal Eng., Delft, the Netherlands, 1990. 2372-2384.
- [10] DONG P, ZHANG K. Intense near-bed sediment motions in waves and currents[J]. Coastal Eng. 2002, 45(2): 75-87.
- [11] MINA K M, SATO S. A transport model for sheetflow based on two-phase flow[J]. Coastal Eng. J., 2004, 46(3): 329-367.
- [12] 周力行. 湍流两相流动与燃烧的数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- ZHOU Li-xing. Numerical simulation of two phase turbulent flow and combustion[M]. Beijing: Science Press, 1994.
- [13] 王永学. 无反射造波数值波浪水槽[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 1994, 9(2): 205-213.
- WANG Yong-xue. Numerical Wave Channel with Absorbing Wave-maker[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. A, 1994, 9(2): 205-213.
- [14] 董志, 詹杰民. 基于VOF方法的数值波浪水槽以及造波、消波方法研究[J]. 水动力学研究与进展, A辑, 2009, 24(1): 15-21.
- DONG Zhi, ZHAN Jie-min. Comparison of existing methods for wave generating and absorbing in VOF-based numerical tank[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2009, 24(1): 15-21.
- [15] ZHOU Xiao-quan, CAO Shu-you. Periodic boundary condition in simulation of turbulent flow[J]. Journal of Hydrodynamics Ser. B, 2002, 14(3): 111-116.
- [16] THORNE P D, WILLIAMS J J. Suspended sediments under waves measured in a large scale flume facility [J]. J. Geophys Res., 2002, 107(C8): 4-1-4-16.
- [17] GRAAFF J. Sediment concentration due to wave action[D]. Delf University of Technology, Delft, the Netherlands, 1988.