科学通报 2010 年 第 55 卷 第 20 期：1974 ~ 1978
论 文 www.scichina.com csb.scichina.com
《中国科学》杂志社 SCIENCE CHINA PRESS

高超声速巡航飞行性能的优化分析

樊菁

中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室，北京 100190
E-mail: jfan@imech.ac.cn

2010-02-12 收稿, 2010-04-11 接受
国家自然科学基金委员会创新研究群体科学基金资助项目(10921062)

摘要 高超声速巡航速度获得和维持都要消耗很多燃料，通过分析它们与飞行参数的关系，给出了高超声速巡航飞行的最佳速度. 在相同飞行距离下，高超巡航飞行性能和最小能量弹道的比较表明，基于火箭动力的高超声速巡航导弹在现阶段很有竞争力.

关键词
高超声速巡航
升阻比
最佳速度
广义有效载荷
发射质量

高超声速巡航飞行是航空和航天技术的融合. 一方面，它的速度介于飞机和远程导弹之间；另一方面，高超声速巡航速度的获得，现实的途径是依靠火箭助推，与弹道导弹相同，而高超巡航飞行利用气动升力平衡重力的方法，又与飞机相同.

作为一种运输途径，飞行有 3 个要素：运输的质量、距离和时间. 给定飞行距离，飞行时间取决于速度，而速度的获得与维持通常都是以消耗燃料为代价的. 对于弹道导弹，从势能角度看，在地球表面附近的地方加速，使火箭喷气留在重力势能低的地方，所消耗的燃料是最小的，因此助推火箭主要工作在主动段，大约从地面到高度 100 km 左右，而在漫长的飞行中段，则依靠惯性运动. 与弹道导弹相反，飞机的燃料更多地用来克服飞行过程中的空气阻力.

直观想来，高超巡航飞行的燃料使用应介于飞机和弹道导弹之间，需要兼顾高超声速巡航速度获得和维持必须的燃料消耗. 如何根据飞行距离、巡航升阻比和发动机性能、助推火箭的性能等选择高超巡航速度，使得整个飞行过程消耗的燃料最小，即是本文要研究的问题.

1 高超声速巡航的最佳速度

起飞时刻的总质量:

$$M_{\mathrm{B}}^{0}=M_{\mathrm{p}}+M_{\mathrm{f}}+M_{\mathrm{e}}, \tag{1}$$

其中 M_{p} 为有效载荷质量，M_{f} 为燃料质量，M_{e} 为有效载荷和燃料之外的飞行器其他质量.

M_{p} 和 M_{e} 的区分有一定的任意性，可将两者合并 $M_{\mathrm{p}}^{*}=M_{\mathrm{p}}+M_{\mathrm{e}}$，看作广义载荷，并以 $M_{\mathrm{B}}^{0}/M_{\mathrm{p}}^{*}$ 作为衡量飞行性能的基本指标.

巡航飞行的基本要求是气动升力与重力平衡、发动机推力与气动阻力平衡，即

$$F_{\mathrm{L}}=\left(M_{\mathrm{p}}^{*}+M_{\mathrm{f,c}}\right)\times g, \tag{2}$$

$$F_{\mathrm{jet}}=F_{\mathrm{D}}=F_{\mathrm{L}}/C_{\mathrm{L/D}}, \tag{3}$$

其中 $M_{\mathrm{f,c}}$ 为巡航消耗的燃料质量，$C_{\mathrm{L/D}}$ 为巡航飞行升阻比.

当巡航发动机比冲 I_{c} 一定时，它的推力正比于燃料流量:

$$F_{\mathrm{jet}}=-\frac{\mathrm{d}M_{\mathrm{f,c}}}{\mathrm{d}t}\times I_{\mathrm{c}}\times g. \tag{4}$$

将方程(2)和(4)代入(3)式得到

$$\frac{\mathrm{d}M_{\mathrm{f,c}}}{M_{\mathrm{p}}^{*}+M_{\mathrm{f,c}}}=-\frac{\mathrm{d}t}{C_{\mathrm{L/D}}\times I_{\mathrm{c}}}. \tag{5}$$

英文引用格式: Fan J. Optimal analysis of hypersonic cruise flight performance (in Chinese). Chinese Sci Bull (Chinese Ver), 2010, 55: 1974—1978, doi: 10.1360/972010-295

假设 M_{p}^{*} 在巡航过程中保持不变, (5)式两端积分, 记巡航时间 $\Delta t_{\mathrm{c}}=t_{\mathrm{c},2}-t_{\mathrm{c},1}$, 巡航开始时刻的燃料质量为 $M_{\mathrm{f,c}}^{*}$, 巡航结束时刻燃料耗尽 $M_{\mathrm{f,c}}(t_{\mathrm{c},2})=0$, 则

$$\frac{M_{\mathrm{p}}^{*}+M_{\mathrm{f,c}}^{*}}{M_{\mathrm{p}}^{*}}=\exp\left(\frac{\Delta t_{\mathrm{c}}}{C_{\mathrm{L/D}}\times I_{\mathrm{c}}}\right). \tag{6}$$

巡航时间 $\Delta t_{\mathrm{c}}=L_{\mathrm{c}}/V_{\mathrm{c}}\approx L/V_{\mathrm{c}}$, L, L_{c} 和 V_{c} 分别为飞行距离、巡航飞行距离和巡航速度, 代入(6)式得到

$$\frac{M_{\mathrm{p}}^{*}+M_{\mathrm{f,c}}^{*}}{M_{\mathrm{p}}^{*}}=\exp\left(\frac{L}{C_{\mathrm{L/D}}\times I_{\mathrm{c}}\times V_{\mathrm{c}}}\right). \tag{7}$$

如前所述, 火箭助推是获得高超声速巡航速度的现实途径. 对于 N 级助推火箭, 参考附录中的方程(A4)和(A5), 初始发射质量 M_{B}^{0} 与巡航开始时刻的质量 $M_{\mathrm{p}}^{*}+M_{\mathrm{f,c}}^{*}$ 有如下关系:

$$\frac{M_{\mathrm{B}}^{0}}{M_{\mathrm{p}}^{*}+M_{\mathrm{f,c}}^{*}}=\prod_{i=1}^{N}\frac{1}{\exp\left(-\Delta v_{i}/c_{R,i}\right)-\alpha_{R,i}}, \tag{8}$$

其中 $c_{R,i}=I_{R,i}\times g$ 是第 i 级火箭发动机的喷气速度, $I_{R,i}$ 是相应的比冲, $\alpha_{R,i}$ 是第 i 级火箭的结构质量比, Δv_{i} 是第 i 级火箭提供的速度增量:

$$\sum_{i=1}^{N}\Delta v_{i}=V_{\mathrm{c}}+V_{\mathrm{r}}, \tag{9}$$

V_{r} 与发射方式有关, 如果从地面发射,

$$V_{\mathrm{r}}=V_{\mathrm{air}}+V_{\mathrm{g}}, \tag{10}$$

V_{air} 和 V_{g} 分别是助推过程中, 为了克服空气阻力和重力, 火箭需要提供的额外速度增量.

如果从空中发射,

$$V_{\mathrm{r}}\approx -V_{\mathrm{m}}, \tag{11}$$

V_{m} 是带飞母机的速度.

将(7)和(8)式两端分别相乘, 有

$$\frac{M_{\mathrm{B}}^{0}}{M_{\mathrm{p}}^{*}}=\frac{\exp\left[L/\left(C_{\mathrm{L/D}}\times I_{\mathrm{c}}\times V_{\mathrm{c}}\right)\right]}{\prod_{i=1}^{N}\left[\exp\left(-\Delta v_{i}/c_{R,i}\right)-\alpha_{R,i}\right]}. \tag{12}$$

令 $\partial\left(M_{\mathrm{B}}^{0}/M_{\mathrm{p}}^{*}\right)/\partial V_{\mathrm{c}}=0$, 将(12)式代入其中, 化简整理, 即可得到高速巡航的最佳速度 $V_{\mathrm{c,o}}$. 在一级助推火箭情况下, 为

$$\frac{V_{\mathrm{c,o}}^{2}}{1-\alpha_{R,1}\exp\left[\left(V_{\mathrm{c,o}}+V_{\mathrm{r}}\right)/c_{R,1}\right]}=\frac{gL}{C_{\mathrm{L/D}}}\times\frac{I_{R,1}}{I_{\mathrm{c}}}. \tag{13a}$$

在二级助推火箭情况下, 为

$$\begin{aligned}V_{\mathrm{c,o}}^{2}=&\frac{gL}{C_{\mathrm{L/D}}}\times\Big\{2I_{R,1}I_{R,2}\left[1-\alpha_{R,1}\exp\left(\Delta v_{1}/c_{R,1}\right)\right]\\&\times\left[1-\alpha_{R,2}\exp\left(\Delta v_{2}/c_{R,2}\right)\right]\\&\Big/I_{\mathrm{c}}\Big[I_{R,1}+I_{R,2}-I_{R,1}\alpha_{R,1}\exp\left(\Delta v_{1}/c_{R,1}\right)\\&-I_{R,2}\alpha_{R,2}\exp\left(\Delta v_{2}/c_{R,2}\right)\Big]\Big\}.\end{aligned} \tag{13b}$$

2 高超巡航最佳速度与飞行距离的关系

由(12)式可知, 高速巡航的最佳速度依赖飞行距离、巡航升阻比和发动机比冲、助推火箭的级数与每级的比冲和结构质量比. 下面结合具体参数进行分析.

假设一级助推火箭的比冲为 250 s. 二级助推火箭以及高速巡航动力的火箭, 因为工作在高空, 比冲比在地面或低空工作的一级火箭大约要提高 20%, 取为 290 s. 火箭的结构质量比均设为 7%.

如果从地面发射, 在高超巡航飞行情况下, V_{air} 和 V_{g} 之和大约在每秒几百米, 作为估计, 本文取 500 m/s. 在需要二级助推火箭的情况下, 假设

$$\Delta v_{1}=\Delta v_{2}=\left(V_{\mathrm{c}}+V_{\mathrm{r}}\right)/2. \tag{14}$$

如果从空中发射, 假设带飞母机的速度

$$V_{\mathrm{m}}=270\ \mathrm{m/s}. \tag{15}$$

2.1 巡航动力: 火箭发动机

飞行器的升阻比通常随着飞行速度的增加而减小. 在超声速情况下, Kuchemann[1]总结了各种飞行器最大升阻比与来流 Mach 数(M_{∞})之间的关系, 给出如下经验公式:

$$C_{\mathrm{L/D,max}}=4(M_{\infty}+3)/M_{\infty}. \tag{16}$$

实验研究方面, 以 Penland 等人[2]高超声速飞机的风洞数据为例, 升阻比随攻角变化, M_{∞}=8 时, 最大值在攻角 4°附近, 约等于 5, 略小于公式(13)所给值 5.5.

Bowcutt 等人[3]采用乘波外形, 经过优化后给出的高超声速升阻比的上限为

$$C_{\mathrm{L/D,max}} = 6(M_\infty + 2)/M_\infty . \tag{17}$$

这为进一步提高升阻比提供了可能的思路.

图 1 和 2 分别给出了地面发射和空中发射情况下, 根据(13a)或(13b)式计算得到的最佳巡航速度 $V_{\mathrm{c,o}}$ 与飞行距离的关系. 可以看到

(1) $V_{\mathrm{c,o}}$ 随飞行距离的增加而增大; 在相同的飞行距离下, $V_{\mathrm{c,o}}$ 随升阻比的增大而减小.

(2) 飞行距离在 3000 km 以下时, 助推火箭是一级(one-stage)还是二级(two-stage)对 $V_{\mathrm{c,o}}$ 的影响不大. 也就是说, 采用一级助推火箭即可经济地获得高超巡航最佳速度; 飞行距离超过 5000 km, 为了经济地获得高超巡航最佳速度, 需要采用二级助推火箭.

(3) 给定飞行距离, $V_{\mathrm{c,o}}$ 的空中发射值略高于地面发射值.

2.2 巡航动力: 吸气式冲压发动机

高超吸气式冲压发动机目前尚未实用. 美国拟开展的 X-51A 飞行演示试验, 国际上广为关注. 它的试验参数是公开的, 飞行器重量 1480 lb(671 kg), 燃料重 265 lb(120 kg), 飞行时间 6 min, 飞行 *Ma* 数 4.8-6+.

将这些参数代入(6)式, 容易算出

$$C_{\mathrm{L/D}} \times I_{\mathrm{c}} = 360/\ln(1.18) = 2188\ \mathrm{s}. \tag{18}$$

将此值代入(13a)式, 计算得到最佳巡航速度与飞行距离的关系如图 3. 可以看到, 地面发射还是空中发射对于最佳巡航速度的影响很小; 巡航飞行 *Ma* 数 6(速度 2.1 km/s), 对应的最佳距离约 4500 km, 这是因为如此高超巡航速度的获得, 需要付出相当的燃料, 只有飞行足够的距离, 才有利于保持飞行性能.

3 高超声速飞行性能的比较

根据(12)式, 可以算出高超声速巡航飞行的 $M_{\mathrm{B}}^{0}/M_{\mathrm{p}}^{*}$ 与飞行距离的关系; 根据附录中的(A4)式, 可以算出最小能量弹道的 $M_{\mathrm{B}}^{0}/M_{\mathrm{p}}^{*}$ 与飞行距离的关系.

表 1 给出了地面发射的高超巡航飞行性能, 并与

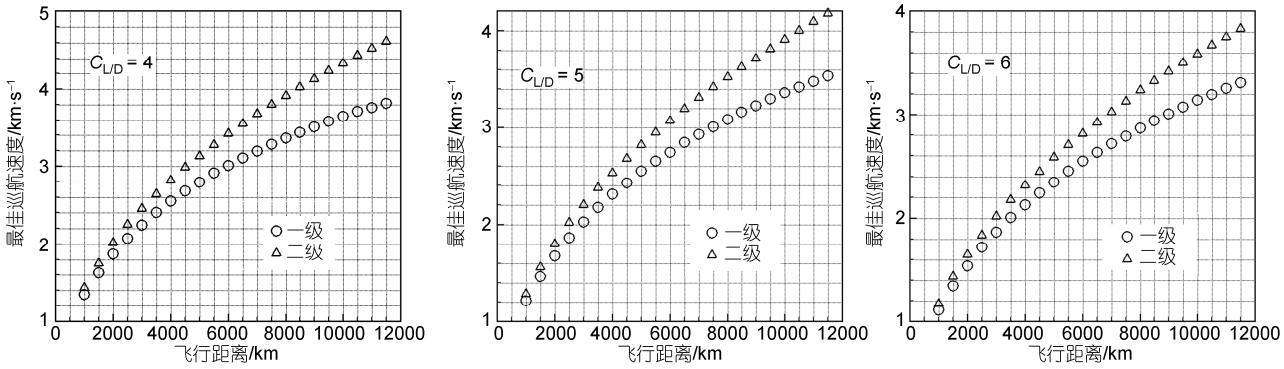


图 1 地面发射、火箭动力高速巡航飞行的最佳速度与升阻比和飞行距离的关系

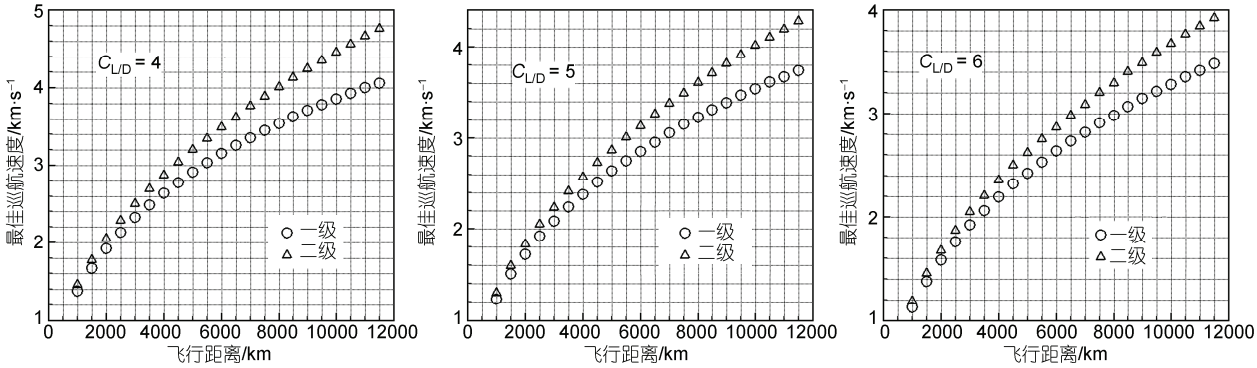


图 2 空中发射、火箭动力高速巡航飞行的最佳速度与升阻比和飞行距离的关系

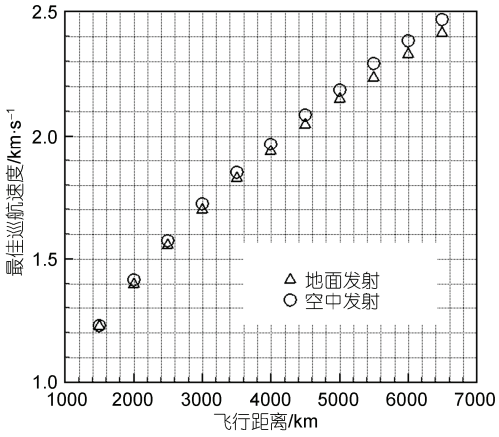


图3 吸气式动力高速巡航飞行的最佳速度与飞行距离的关系

飞行器升阻比与发动机燃料比冲的乘积等于 2188 s, 系美国拟开展的 X-51A 飞行试验参数

最小能量弹道进行了比较.

(1) 基于火箭动力的高超声速巡航飞行的 M_B^0/M_p^* 显著依赖升阻比. $C_{L/D}$=6 时, 即使飞行距离高达 10000 km, M_B^0/M_p^* 值仍远小于最小能量弹道; $C_{L/D}$=5 时, 在飞行距离 8000 km 以下, 明显小于最小能量弹道; $C_{L/D}$=4 时, 在飞行距离 6000 km 以下, 小于或明显小于最小能量弹道.

(2) 以吸气式发动机为动力的高超巡航飞行性能, 当飞行距离为 1500 km 时, 与基于火箭发动机的高超巡航飞行性能大致相当, 前者的技术先进性随飞行距离的增大逐渐显著.

表 2 给出了空中发射的高超巡航飞行性能. 与地面发射相比, 空中发射所要求的助推火箭速度增量减小了 $V_{air}+V_g+V_r$, 在相同飞行距离下, M_B^0/M_p^* 的值也相应减小.

4 讨论

(1) 高超声速巡航飞行的用途. 一个物体以高于声速的速度飞行, 它的前端便发生激波. 气体经过激波, 动能损耗很大, 也就是常说的激波阻力, 它使超声速飞行的经济性能远逊于亚声速, 也是国际上唯一的超声速商用飞机“协和号”难以为继的重要原因. 高超声速飞机, 由于升阻比的进一步下降, 加上热防护等要求, 即使未来技术可行, 经济性能与“协和号”相比还要大幅下降, 商业用途受到限制. 有鉴于此, 在可预见的未来, 高超声速巡航飞行将以军事用途为主. 当前国际发展的趋势也是这样的, 如美国空军的 X-51 计划和美国海军的 Hy-Fly 计划, 均以高超声速巡航导弹作为研究目标.

(2) 基于火箭动力的高超声速巡航导弹, 在一定的升阻比条件下, 是一种很有竞争力的方案. 它不仅速度高, 全程有动力、可机动, 射程 6000 km 以下, 火箭能量消耗低于甚至远低于最小能量弹道, 而且发动机技术成熟, 推力调节余地大, 飞行环境适用能力强, 有望短期内实现.

(3) 基于吸气式发动机的高超声速巡航飞行的关键指标是升阻比与发动机燃料比冲的乘积, 以美国正在研制的 X-51A 为例, 约为 2200 s, 比以火箭为动力的高超巡航飞行高 50%左右, 具有明显的技术先

表 1 地面发射的高超巡航飞行和最小能量弹道的 M_B^0/M_p^* 与飞行距离的关系

飞行距离/km	高超巡航飞行				最小能量弹道
	火箭发动机			吸气式冲压发动机	
	$C_{L/D}$=4	$C_{L/D}$=5	$C_{L/D}$=6	$C_{L/D}\times I_c$=2188 s, Ma=6	
1500	6.2	5.3	4.8	5.0	10.4
3000	11.6	9.3	7.9	7.0	16.5
4500	18.7	14.2	11.6	9.9	23.4
6000	28.0	20.4	16.1	–	30.0
8000	44.9	31.0	23.6	–	38.8
10000	68.4	44.9	33.0	–	46.3

表 2 空中发射的高超巡航飞行的 M_B^0/M_p^* 与飞行距离的关系

飞行距离/km	火箭发动机			吸气式冲压发动机
	$C_{L/D}$=4	$C_{L/D}$=5	$C_{L/D}$=6	$C_{L/D}\times I_c$=2188 s, Ma=6
1500	4.5	3.8	3.4	3.0
3000	8.2	6.6	5.6	4.2
4500	13.2	10.1	8.2	5.9

进性. 当然, 技术难度大也是公认的事实, 经过半个世纪的努力, 还没有完全掌握高超声速吸气式冲压发动机技术, 即使在美国, 工程应用仍待时日. 另外, 高超声速吸气式发动机与飞行器气动性能之间的强耦合, 不仅增大研制难度, 对应用的影响也不容忽视.

(4) 高速滑翔沿用弹道导弹的火箭能量使用策略, 在主动段用尽火箭燃料, 在飞行中段依靠惯性运动. 飞行距离越长, 初始速度越大, 初始高度越高. 这种搭配带来的速度和高度大范围变化, 面临高速惯性飞行和滑翔飞行的双重困难, 颇具挑战性, 但技术先进性相对不足, 不是一种理想的飞行方式.

综合考虑, 我国现阶段应加强以火箭为动力的高超声速巡航飞行的应用研究, 同时开展高超声速吸气式发动机等先进技术的研究.

参考文献

1 Kuchemann D. The Aerodynamic Design of Aircraft. Oxford: Pergamon Press, 1978. 448—510

2 Penland J A, Marcum D C, Stack S H. Wall temperature effects on the aerodynamics of a hydrogen-fueled transport concept in Mach 8 blow-down and shock tunnels. NASA TP 2129, 1983

3 Bowcutt J D, Anderson J D, Capriotti D. Viscous optimized hypersonic wave-riders. AIAA Paper, 1987, 87-0272

Optimal analysis of hypersonic cruise flight performance

FAN Jing

Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100090, China

It has to consume a lot of fuels to gain and maintain hypersonic cruise speed. An optimal speed of hypersonic cruise flights is obtained through analyzing the relations to the flight parameters. Comparison of the performances between hypersonic cruise flight and minimum-energy ballistic trajectory under the same flight distance shows that hypersonic cruise missiles based on rocket engines are very competitive at the current stage.

hypersonic cruise, lift-to-drag ratio, optimum cruise speed, generalized payload, boost mass

doi: 10.1360/972010-295

补充材料

附录 最小能量弹道的简要分析

本文的以上补充材料见网络版 csb.scichina.com. 补充材料为作者提供的原始数据, 未经本刊排版和编辑加工, 作者对其学术质量和内容负责.

附录　最小能量弹道的简要分析

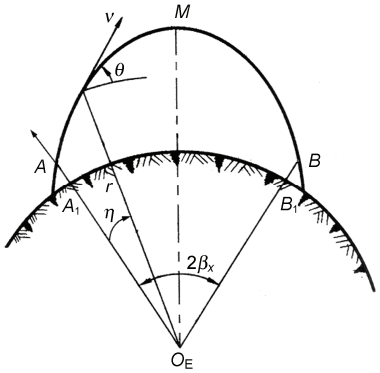
如附图 1 所示，最小能量弹道 A_1AMBB_1 可以划分为三段: (1) 主动段 A_1A，也叫火箭助推段; (2) 自由飞行段 AMB; (3) 再入段 BB_1.

主动段 A_1A 的范围一般从地面到海拔 100 km. 在这个阶段，火箭推力的作用是主要的，另外还要考虑重力和空气阻力的影响. 主动段结束时刻的速度为

$$v_{\mathrm{A}} = -V_{\mathrm{air}} - V_{\mathrm{g}} + \sum_{i=1}^{N} c_{R,i} \ln \frac{M_0^i}{M_1^i}, \tag{A1}$$

这里 M_0^i 和 M_1^i 分别为第 i 级火箭点火和熄火时刻的导弹质量.

(A1)式右端第 1 项和第 2 项分别反映了空气阻力和重力的影响. 最小能量弹道情况下，空气阻力带来的损耗大致在每秒几百米[4]，克服重力需要的速度增量约 1 km/s，本文取 1.5 km/s 作为两者之和的估计值.



附图 1　最小能量弹道示意图

在自由飞行段 AMB，无火箭助推，空气阻力影响也可忽略，导弹可看作有心力(重力)作用下的质点运动. 可以证明，在主动段结束、火箭关机时刻，飞行速度为

$$v_{\mathrm{A}}^2 = r_{\mathrm{A}} g_{\mathrm{A}} \tan\beta_X \frac{\tan^2\theta_{\mathrm{A}} + 1}{\tan\theta_{\mathrm{A}} + \tan\beta_X}. \tag{A2}$$

当 v_{A} 与水平方向的夹角

$$\theta_{\mathrm{A}}^* = \frac{\pi}{4} - \frac{\beta_X}{2} \tag{A3}$$

时，v_{A} 取最小值，即所谓的最小能量弹道.

对于中远程导弹，主动段和再入段的水平位移与射程 X_{E} 相比是小量，故 $X_{\mathrm{E}} \approx 2\beta_X r_{\mathrm{E}}$，因此根据射程就可确定 β_X，这里 r_{E}=6371 km 为地球半径.

根据(A1)式，最小能量弹道的初始发射质量与有效载荷质量之比为

$$\frac{M_{\mathrm{B}}^0}{M_{\mathrm{p}}^*} = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\exp\left(-\Delta v_i / c_{R,i}\right) - \alpha_{R,i}}. \tag{A4}$$

符号定义同第 2 节，第 i 级火箭提供的速度增量 Δv_i 满足

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta v_i = v_{\mathrm{A}} + V_{\mathrm{air}} + V_{\mathrm{g}}. \tag{A5}$$

参考文献

4　钱学森. 星际航行概论. 北京: 科学出版社, 1963