

DOI: 10.3969/j.issn.1000-4874.2010.02.008

动网格技术在非稳态空化流 计算中的应用*

杜特专, 黄晨光, 王一伟, 方新
(中国科学院力学研究所, 北京 100190,
Email: dutezhuan@imech.ac.cn)

摘要: 该文基于对钝锥头航行体的空化流动的实验观测, 利用商业软件 FLUENT^[1]考核了分块网格模型对降低动网格方法误差影响、提高空化流计算精度的可行性和有效性。通过与实验的对比表明, 采用分块网格模型能够使基于动网格方法的非稳态空化流计算很好的捕捉到空泡生长, 回射, 翻卷, 脱落, 溃灭这一过程, 并获得较为准确的航行体的运动轨迹和所受的水动力。进而分析了流场涡结构与空泡演化的机理。

关键词: 水下航行体; 非稳态空化流; 动网格技术; 数值模拟; 涡结构

中图分类号: TV14

文献标识码: A

Investigation of dynamic mesh technique and unsteady cavitation flows

DU Te-zhuan, HUANG Chen-guang, WANG Yi-wei,
FANG Xin

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Cavitation flow over the vehicle with blunt cone was observed experimentally. The program package FLUENT was adopted to assess the feasibility and effectiveness of multi-block meshes in reducing the error caused by the dynamic mesh method and in improving the accuracy of computation. Then the capability of computing model based on the dynamic mesh method in simulating the inception, re-entrant jet, rolling, shedding and collapse of the attached cavities was assessed. The trajectory of the vehicle and hydrodynamic forces were calculated and was found to be in good agreement with experimental data. Finally the vortex structures and mechanism of cavity evolution were investigated.

Key words: submerged vehicle; unsteady cavitation flow; dynamic mesh technique; numerical simulation; vortex structure

* 收稿日期: 2009-08-31(2009-11-30 修改稿)

作者简介: 杜特专(1983—),男,福建省厦门市人,研究实习员,硕士.

1 引言

航行体在水中做高速运动时, 由于几何外形及流动参数的影响, 航行体局部及尾流区可能形成负压区, 当负压区内的压力降低到饱和蒸汽压时, 水会发生汽化, 形成空泡, 这一现象称为空化^[2]。当空泡内部的压强大于饱和蒸汽压时, 气泡会重新凝结成液态水, 并产生一定的压力脉冲, 这一现象称为溃灭。空化现象是高速航行体水下绕流中最重要的流动现象之一。因此, 模拟水下高速航行体空化流动需要解决两个关键问题: 空化模型问题和移动边界问题。

研究空化流场的特性的数值分析方法可以分为两大类, 即界面追踪法和均相平衡流动方法。在第一类方法中, 假定整个空化区域由水蒸汽组成, 具有相同不变的压强, 即与水体温度相应的汽化压强。在此假设的基础上, 可以用计算的方法追踪汽液界面。到目前为止, 该方法仅限于二维平板和轴对称流动的计算。目前大部分的研究是建立在第二类方法的基础上的。在第二类方法中, 对于两相流体采用了单流体逼近模型, 由于混合物的密度是可变的, 因此需要增加一个压力 p 与密度 ρ 关系的方程。在这类方法中, 根据可变密度场定义的不同又可以分成: 混合物状态方程模拟^[3]和相变率模拟^[4-7]这两种途径。采用状态方程的计算方法, 由于在大多数情况下是假设了流体是正压流体, 因此, 计算所得等压线与等密度线是平行的, 这样对于大多数没有发生分离的流场而言, 很难得到符合实际情况的计算结果。在相变率的模拟方法中, 则增加求解一个关于液相(或汽相)质量或体积的传输方程, 该方程有一个能调节汽液两相间质量转换的源项。在不同的计算中人们采用不同形式的源项表达式。这类方法能够较好的模拟汽液两相质量转换的过程。

处理移动边界这个问题, 最常用的有两种方法: 重叠网格方法(Chimera Grid Method)和动网格方法(Dynamic Mesh Method)。重叠网格方法对于每一固体有一套网格, 不需要进行网格变形或重构, 计算效率稍高, 但是每一步需要处理相对运动引起的块与块之间的信息交换, 频繁的插值将带来误差传递和累积。而动网格方法能够根据边界移动

来对网格进行自适应调整, 需要消耗较多的时间, 网格重构和插值也会带来一定的数值误差。

本文以实验结果为验证标准, 采用完全空化模型和修正的 RNG $k-\varepsilon$ 湍流模型结合动网格技术对二维轴对称水下高速航行体的非稳态空化流进行数值模拟。首先, 通过建立合适的网格模型, 降低了网格重构和插值误差对计算的影响, 提高了计算精度。进而计算了初始空化数 $\sigma=0.612$ 、初始雷诺数 $Re=6.75 \times 10^5$ 条件下的非稳态空化流的演化过程, 捕捉到了空泡的生长, 回射, 翻卷, 脱落, 溃灭这一过程, 同时得到了航行体的运动轨迹以及阻力系数。计算得到了实验结果的支持, 验证了本文针对非稳态空化流模拟所提出的计算模型的可靠性, 并在计算结果的基础上分析了空泡非稳态演化过程的机理。

2 控制方程

控制方程主要包括混合物的 RANS 方程 (1~2), 水蒸汽质量分数的输运方程 (3), 不可凝结气体质量分数的输运方程 (4), 以及修正的 RNG $k-\varepsilon$ 湍流模式^[7]方程 (5~6):

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}_m) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m \mathbf{u}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \mathbf{u}_m + \nabla \mathbf{u}_m^T)] + \nabla \cdot (-\rho_m \overline{\mathbf{u}'_m \mathbf{u}'_m}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m f) + \nabla \cdot (\rho_m f \mathbf{u}_m) = \nabla \cdot (\gamma \nabla f) + Re - Rc \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m f_a) + \nabla \cdot (\rho_m f_a \mathbf{u}_m) = \nabla \cdot (\gamma \nabla f_a) \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} [(\alpha_k \mu_{eff}) \frac{\partial k}{\partial x_j}] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}[\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k}(G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (6)$$

以上各式中:

$$u_m = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k u_k}{\rho_m}$$

为质量加权平均速度;

$$\rho_m = \alpha_v \rho_v + \alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_v - \alpha_g) \rho_l$$

为混合物密度;

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k$$

为混合物黏性; γ 为蒸汽相等效扩散系数; Re 和 Rc 代表空化率和凝结率。本文采用的空化模型基于 Singhal 等的“Full cavitation model”, 该模型的空化率和凝结率由 Rayleigh-Plesset 方程得来:

$$Re = Ce \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2(p_{sat} - p)}{3\rho_l}} (1 - f) \quad (p < p_v)$$

$$Rc = Cc \frac{V_{ch}}{\sigma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2(p - p_{sat})}{3\rho_l}} f \quad (p > p_v)$$

$V_{ch} = \sqrt{k}$ 为特征速度; $p_v = (p_{sat} + \frac{1}{2} p_{turb})$ 为相变的阈值; p_{sat} 为饱和蒸气压; $p_{turb} = 0.39 \rho \kappa$ 为湍流引起的脉动压力; α_v 为水蒸汽的体积分数, 满足 $\alpha_v \rho_v = \rho_m f_v$; f 为蒸汽的质量分数; α_g 为液体中所含不可凝结气体 (noncondensable gas) 的体积分数。由理想气体状态方程我们可知, 在一定相同温度下, 压力很低时 (例如液体的饱和蒸气压), 即使这部分气体含量很少 (例如 10 ppm), 都会因为膨胀作用而对空化流产生很大的影响。一般将这部分不可凝结气体取为空气, 同时满足理想气体状态方程。不可凝结气体的含量对物理实际和计算稳定性都有很大的影响, 因此通常需要根据实际的水质给出。此外,

$$\mu_t = f(\rho) C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

式中

$$f(\rho) = \rho_v + (1 - \alpha_v)^n (\rho_l - \rho_v)$$

G_k 表示由流速度梯度而产生的湍流动能; G_b 表示由于浮力而产生的湍流动能; Y_M 表示高 Mach 数流可压缩性通过扩张扩散对湍流的影响。模型常数如下:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_\mu = 0.0845,$$

$$\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

上述方程可以统一成关于变量 ϕ 的对流扩散方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho\phi u) = \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi) \quad (7)$$

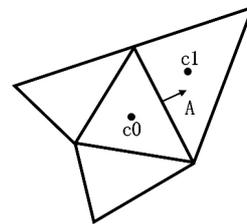


图 1 动网格控制体示意图

对于动边界来说, 控制体积 c_0 的边界不再是静止的, 而具有运动速度 u_g 。关于变量 ϕ 的非定常对流扩散方程控制单元 c_0 上的积分形式可改写为

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_{\partial V} \rho \phi (u - u_g) \cdot dA = \int_{\partial V} \Gamma \nabla \phi dA \quad (8)$$

其中, 符号的含义同前, ∂V 是前后两个时刻控制体积的变化量。

时间方向上采用一阶迎风格式。于是上式可离散为

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho\phi V)^{n+1} - (\rho\phi V)^n}{\Delta t} + \sum_f^{N_{face}} \rho_f \phi_f (\mathbf{u} - \mathbf{u}_g)_f \cdot \mathbf{A}_f \\ & = \sum_f^{N_{face}} \Gamma_\phi (\nabla\phi) \cdot \mathbf{A}_f \end{aligned} \quad (9)$$

空间方向的离散可采用迎风格式。需要说明的是, 对于上式中的第一项, 显然有

$$V^{n+1} = V^n + \frac{dV}{dt} \Delta t$$

其中 $\frac{dV}{dt}$ 是控制单元的体积变化率, 根据网格守恒性质, 它可以按照下式计算:

$$\frac{dV}{dt} = \int_{\partial V} \mathbf{u}_g \cdot d\mathbf{A} = \sum_f^n \mathbf{u}_{g,f} \cdot \mathbf{A}_f \quad (10)$$

其中 $\mathbf{u}_{g,f}$ 为网格速度在控制面上的值, 而

$$\mathbf{u}_{g,f} \cdot \mathbf{A}_f = \frac{\delta V_f}{\Delta t} \quad (11)$$

δV_f 为控制单元的 f 面单位时间内扫过的体积。

网格速度与动网格的算法紧密相关。文中主要用到了两种动网格算法, 下面将详细介绍。

3 动网格算法

3.1 弹簧网格光滑算法(Spring-based Method)

在这个算法中, 连接网格节点(node)的边(edge)被理想化为具有一定弹性系数的弹簧, 而网格节点被看成没有质量的点。这样整个网格被理想化为一个由弹簧连接而成的一个巨大网络。在边界(如刚体表面)没有变化之前, 整个弹簧网络处于平衡状态, 即每个节点处于受力平衡状态。当某个网格节点(可能位于边界上, 也可以位于流场中)发生位移的时候, 它将向与它相连的各个节点施加额外的力。显然, 此时该节点和与它相连的各个节点受力不再处于平衡状态了。由此扩展开来, 整个弹簧网络中的每个节点的受力都不再处于平衡状态。弹簧网络中的其他节点必须相应的发生一定位移, 从而使整个弹簧网络再次达到平衡状态。这种网格更新

算法的特点是: 不改变网格单元和节点的数目, 不改变网格节点的连接关系, 不改变网格的拓扑结构, 只改变网格节点的空间位置, 参见图 2。

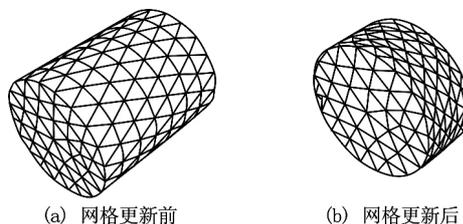


图 2 弹簧网格光滑算法

3.2 局部网格重构算法(Local Remeshing Method)

上面提到的弹簧网格更新算法, 由于不改变网格节点的连接关系, 在某些时候会失效。例如, 当边界运动位移较大时, 局部的网格单元被拉伸成非常细长的四面体单元(或被压缩成非常扁平的四面体单元), 网格的质量越来越差, 直到网格质量已经不满足求解器的要求了。这时候就需要将这些质量差的网格单元从整个网格中筛选出来, 用新的网格单元重新连接各个节点, 从而形成新的网格。这就是网格的局部重构算法的基本想法, 其具体步骤如下:

第一步: 按照一定的判据, 如网格单元的体积(volume size), 网格单元的偏斜度(skewness)或者是网格单元距离刚体的距离, 对整个流场中的网格逐一进行判定标示。

第二步: 将被标定的网格单元, 从整个网格中删除。这样整个网格中留下若干洞。此步同时记录下这些洞的边界网格。

第三步: 将上一步记录下来的边界网格传递给 tgrid, 由它负责根据表面网格生成填充网格洞的新网格。

第四步: 将上步生成的网格与第二步产生的网格组装, 从而生成了新的网格。

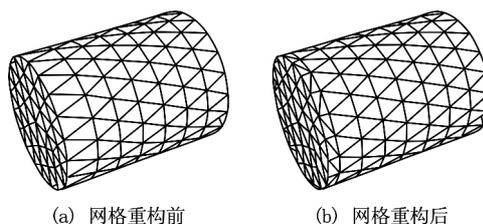


图 3 局部网格重构算法

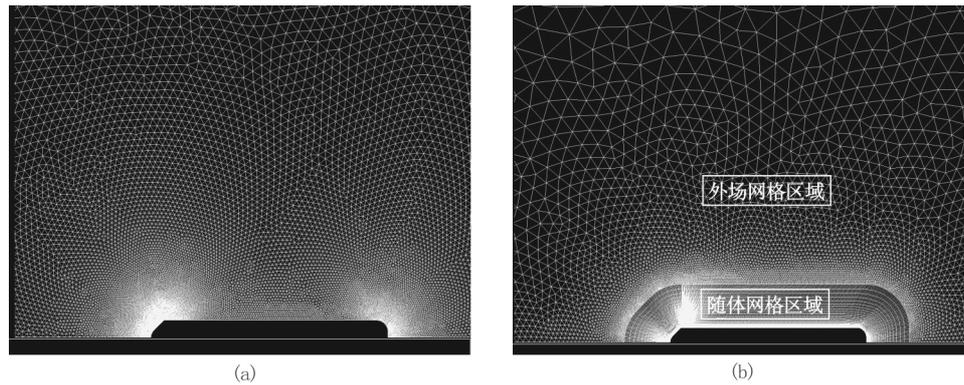


图4 网格模型图

这种网格更新算法的特点是：改变网格单元和节点的数目，改变网格节点的连接关系，不改变网格的拓扑结构，参见图3。

4 动网格技术应用研究

实验中，航行体采用霍普金斯杆发射，航行体瞬间获得一个初速度 $v=18\text{ m/s}$ ，其相应的初始空化数和初始雷诺数分别为 $\sigma=0.612$ 和 $Re=6.75\times 10^5$ 。随后做自由运动。实验采用的航行体模型直径 $d=37.5\text{ mm}$ ，长 $l=221.5\text{ mm}$ ，质量 2.12 kg 。头部分为半球和钝锥两种。本文中选取的是钝锥头。

计算模拟这个过程主要有以下3个步骤：第一步，在 t_0 时刻通过求解流场得到航行体所受到的水动力；第二步，根据得到的水动力求解刚体运动方程（只有轴线方向这1个自由度），得到 t_1 时刻航行体的速度和位置；第三步，根据第二步得到的航行体的新位置更新网格，返回第一步重新进行流场计算。因此只须根据实验给定航行体质量和初速度，就能得到航行体在此初速度下的运动过程和空化演化过程。

在第二节里我们提到，当移动边界位移较大时，局部的网格单元的质量越来越差，需要对这部分网格进行重构，并将旧网格的值映射插值到新网格上。这一系列步骤可能带来误差。由于非稳态空化流动是一个非线性过程，小误差可能导致计算最后完全偏离实验结果，甚至引起计算发散。因此，如何控制网格重构和插值误差对计算结果的影响非常重要，网格模型是其中的关键之一。

我们采用两种网格模型进行对比分析：第一

种，全流场网格是一个整体（图4(a)），航行体周围没有随体网格，也就是说网格重构在航行体紧邻的周围发生。第二种，全流场网格分成两个区域（图4(b)），航行体周围的随体网格单独定义成一部分，这部分随体网格跟着航行体一起做刚体运动，不进行网格重构；其余的外场网格构成第二部分，这部分外场网格需要进行网格重构。计算中壁面处理采用“加强型壁面函数”，要求第一层网格的 y^+ 的量级小于等于 $O(1)$ 。通过实验得知空泡演化平均周期为7毫秒，因此时间步长取1微秒已足够。

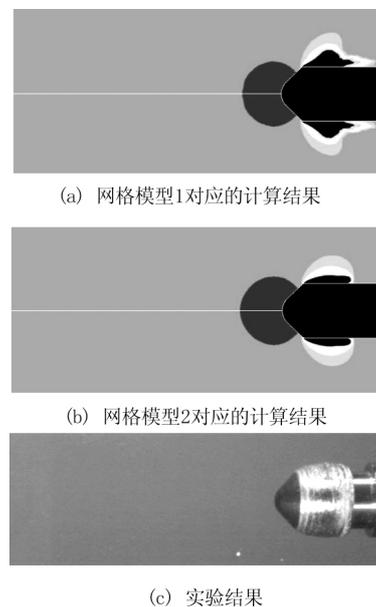


图5 不同网格模型计算结果与实验的对比

图5为 $t=4\text{ ms}$ 时刻的计算结果与实验结果的对比，我们可以看出，不采用随体网格计算结果中，空泡中部厚度偏大，空泡尾部脱离了壁面，整体的空泡形态（图5(a)）与实验结果（图5(c)）差别较大。而采用了随体网格的计算结果（图5(b)），包括空泡

长度、厚度和整体形态, 则与实验较为一致。

以上对比说明, 当流场关键区域(即空化区), 发生网格重构时, 误差对空泡的形态和演化过程会产生较大的影响, 导致计算结果与实验结果有较大偏离, 最后计算因发散而终止。而当网格重构发生在空化区外时, 误差对计算的影响较小, 能得到与实验较为一致的计算结果。因此, 对于我们所计算的问题来说, 随体网格区域必须足够大到能够包含空化区, 使网格重构发生在空化区外, 才能保证网格重构和插值误差不会对计算产生太大的影响。以下的计算分析都是基于第二种网格模型。

5 计算模型的验证

空化主要有以下几种空化形态: 初生空化, 片状空化, 云状空化和超空化。这四个空化阶段, 空化区域结构各不相同, 其中云状空化由于具有明显的周期性变化, 具有较强的破坏力。本文主要研究的对象是绕钝锥头产生的云状空化及其演化过程, 并分析其背后的物理机制。

首先, 为了验证计算中所采用的计算模型和参数的可靠性, 我们考察了计算和实验在空化形态及演化过程、运动轨迹、水动力上的异同。计算结果和实验结果如图 6~图 9 所示, 其中每组图的上图为实验结果, 下图为计算结果——水的体积分数分布图。计算结果中, 头部侧面前端颜色较深区表示水蒸气体积分数大于 20% 的空化区, 其余颜色较深区和浅灰色区表示液态水区。

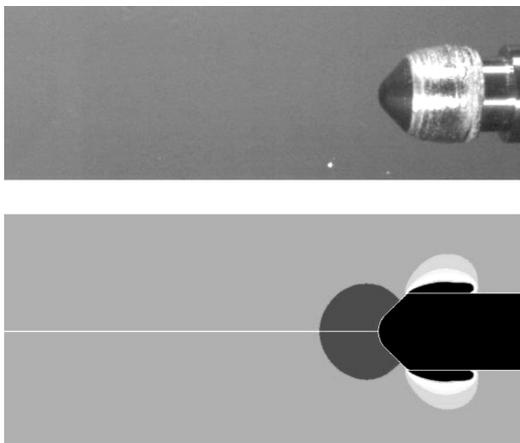


图6 空泡生长 ($t=4.1\text{ms}$)

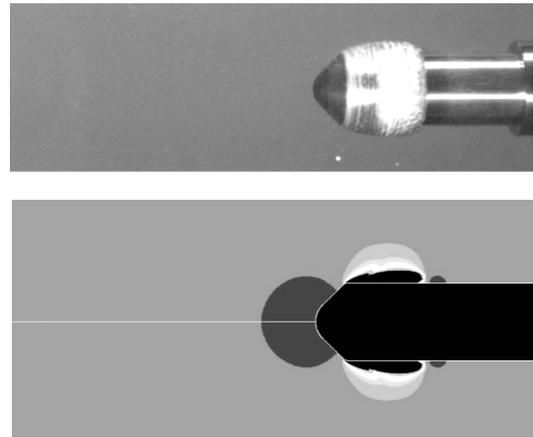


图7 空泡回射 ($t=6.1\text{ms}$)

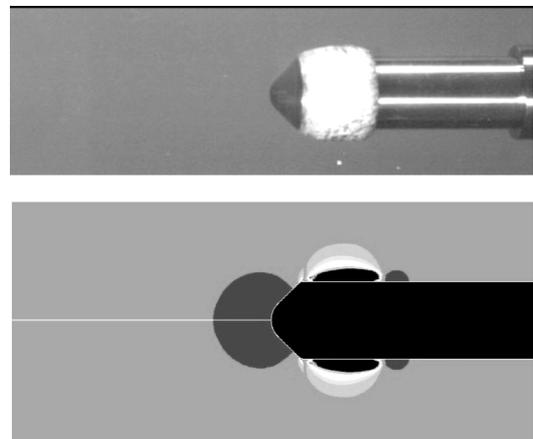


图8 回射流到达肩部拐点 ($t=7.3\text{ms}$)

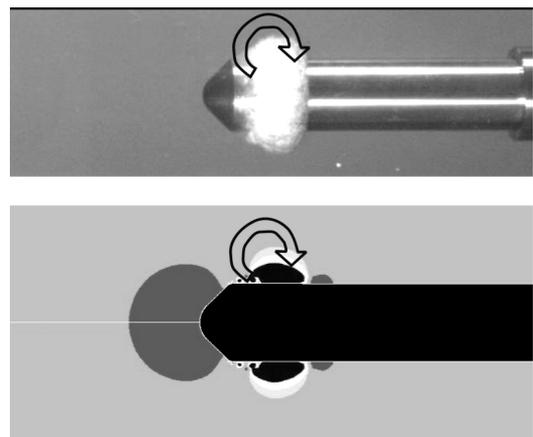
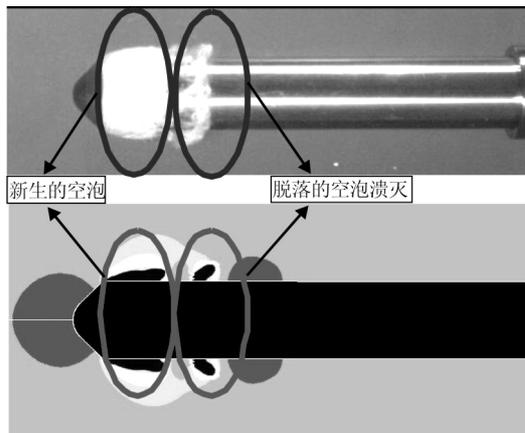


图9 空泡向尾部翻卷 ($t=9.2\text{ms}$)

$t=0$ 时刻为航行体发射时刻。 $t=0$ 到 $t=4.1\text{ms}$ 时段, 空化区沿壁面不断向弹尾方向生长。这个阶段空化区仍比较透明, 属于片状空化。

图 10 空泡的脱落和溃灭 ($t=12.6\text{ ms}$)

$t=4.1\text{ ms}$ 到 $t=7.3\text{ ms}$ 时段。由于回射流从空泡尾部向头部运动，回射流经过的地方空化区明显变成云雾状，表明空化形态已经从片状空化变成了云状空化。 $t=6.1\text{ ms}$ 时，回射流到达空化区的中部，前面是透明的片状空化，后面是云状空化， $t=7.3\text{ ms}$ 时刻，回射流到达肩部拐点处，将空泡切断。

在 $t=7.3\text{ ms}$ 到 $t=11.8\text{ ms}$ 时段，可以清楚的看到被切断的空泡向尾部方向翻卷，空泡厚度明显增大，同时新的空泡又重新从肩部拐点处生成，不断向尾部方向生长。

在 $t=11.8\text{ ms}$ 到 $t=13\text{ ms}$ 时段，向后翻卷的空泡开始溃灭，直到 $t=13\text{ ms}$ 完全溃灭，同时新生空泡也产生了回射流，进入下一个周期。图 11 为空泡长度随时间的变化曲线，参考长度取航行体的直径 d 。

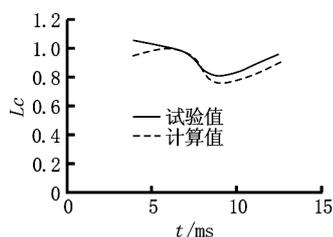


图 11 空泡长度随时间变化曲线

从图 11 中可以看出，计算结果和实验结果在空泡的形态特征、演化过程和航行体位移上基本一致，只有空化区的细节上有所区别，这是因为计算中采用的是均相混合物空化流模型，无法捕捉单个小气泡的界面，只能得到一个相对均匀的空化区

域。但这并不妨碍我们得到与实验较为一致的空化演化过程。实验所得云状空化的平均周期为 $T_0=7.3\text{ ms}$ ，而计算得到的平均周期为 7.5 ms 。实验只能通过速度变化得到的平均阻力系数为 0.63 ，计算中由于尾部空泡溃灭的影响， C_d 随时间变化较大，平均 C_d 为 0.663 。

6 云状空化准周期运动的机理分析

从前面计算和实验的结果对比验证了本文针对非稳态空化流所建立的计算模型的可靠性。下面将基于计算结果对空化的不稳定性机理进行探讨，主要针对流场涡结构和回射流进行分析^[9]。图 12 为不同时刻的流场流线图，颜色代表固定坐标系下的速度大小，航行体从右向左运动，为了便于分析，只截取了头部关键区域。

从图 12 可以看出，大尺度的涡旋是形成空化云的一个主要原因，在头部拐角处形成的涡旋不断扩大，从而引起空化区的生长。当涡旋成长到一定程度时，空泡末端回射点的高压连同脱落空泡溃灭产生的压力脉冲（图 13），将导致在贴近壁面的区域内形成一股较强的指向上游的流动（即回射流）。回射流一直向上游发展，当达到肩部拐点处时将切断空泡，回射流也被顶开而脱离壁面。随着分离点不断向尾部运动，涡旋前端被迫远离壁面向后翻卷，直接引起了空化云的厚度明显增大并整体向尾部翻卷。涡旋向尾部方向翻卷的同时，头部拐点处产生新的涡旋，并且不断生长，然后形成新的回射流。如此反复，产生准周期性的运动。因此，回射流是导致大尺度涡旋脱落的主要原因，而大尺度涡旋的产生和脱落则引起了空化云的准周期运动。

7 结论

本文通过计算与实验的对比分析，可得以下三点结论：

(1) 当流场空化区内发生网格重构时，误差可能导致计算结果与实验结果有较大偏离甚至发散；当随体网格区域足够大，能够包含整个空化区域时，网格重构和插值过程发生在空化区外，计算能够获得与实验较为一致的结果。

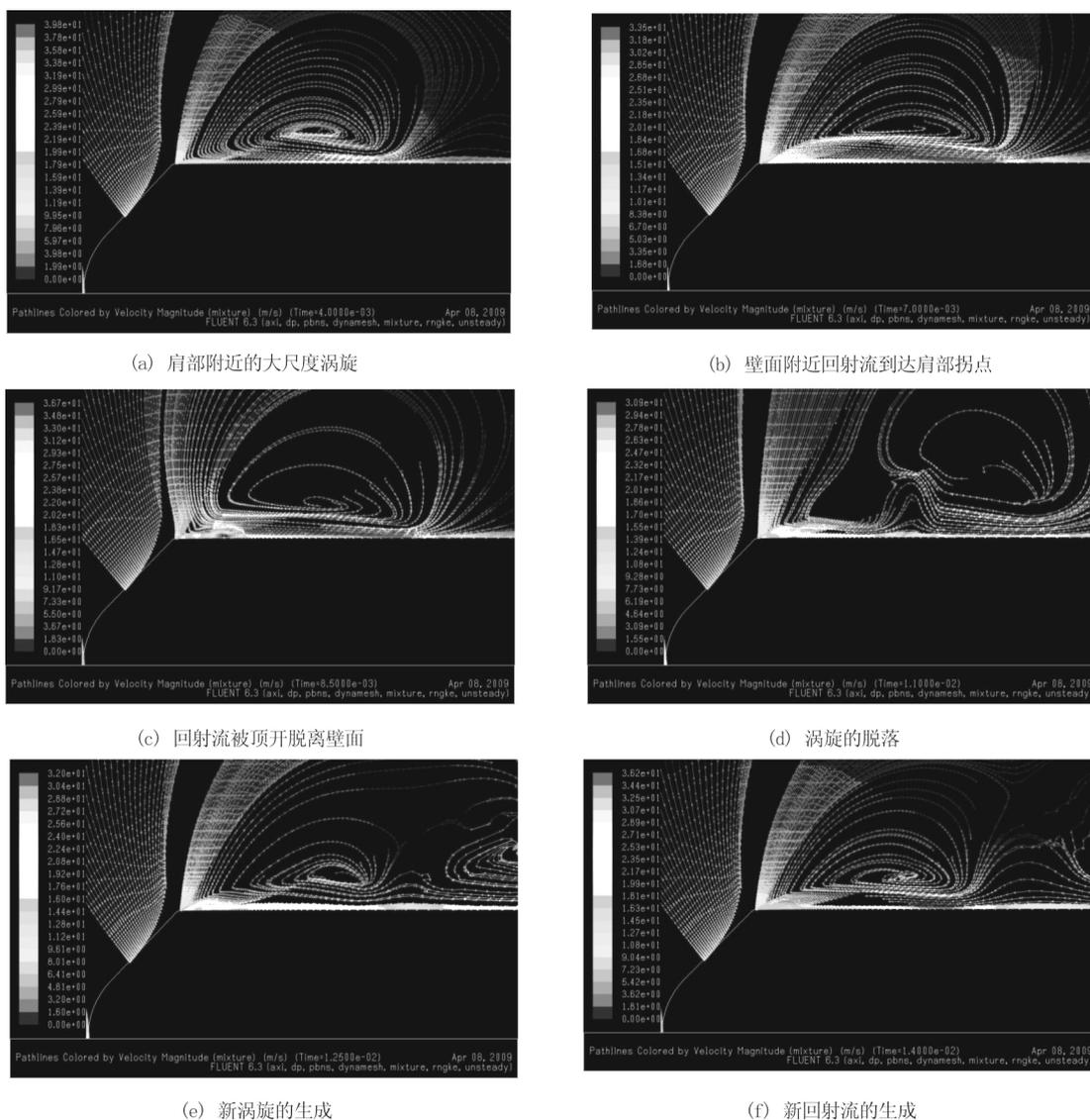
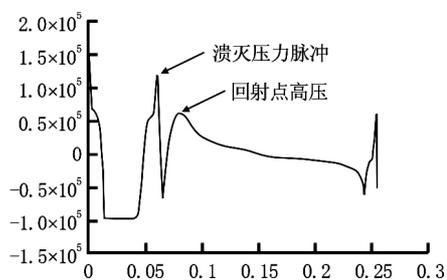


图 12 不同时刻的流场流线图

图 13 $t=13$ ms 时刻航行体表面压力沿轴向的分布

(2) 本文建立的基于动网格方法的非稳态空化流计算模型能够较好的模拟空泡的萌生, 生长, 回射, 翻卷, 脱落, 溃灭这一系列过程, 得到了实验

结果的支持。计算把握住了空泡长度, 空泡厚度, 回射周期等空化流动的主要特征, 并得到了与实验较为一致的水动力和运动轨迹, 验证了文中所提出的计算模型在非稳态空化流动这类问题上的有效性。

(3) 针对计算结果对钝锥头航行体非稳态空化流动的机理进行了探讨。分析表明, 回射点高压和脱落空泡溃灭产生的压力脉冲促使近壁面区域形成一股较强的回射流。回射流是导致大尺度涡旋脱落的主要原因, 而大尺度涡旋的产生和脱落则引起了空化云的准周期运动。

感谢

本研究工作得到了中科院力学所梁乃刚研究员和郑哲敏先生的大力支持和指导, 对本文工作提

出了很多很好的建议,在此表示由衷的感谢。

参 考 文 献:

- [1] Fluent6.2 User's Guide[M]. U.S. FLUENT Inc,2005.
- [2] BRENNEN C E. Cavitation and bubble dynamics[M]. New York: Oxford University Press, 1995.
- [3] COUTIER-DELOGOSHA O, RORTES-PATELLA R, REBOUD J L, et al. Stability of preconditioned Navier-Stokes equations associated with cavitation model[J]. Computer and Fluids, 2005, 34(3): 319-349.
- [4] SINGHAL A K, ATHAVALE M M, LI H Y, et al. Mathematical basis and validation of the full cavitation model[J]. Journal of Fluids Engineering, 2002, 124(3): 617-624.
- [5] WANG G Y, SENOCAK I, SHYY W, et al. Dynamics of attached turbulent cavitating flows[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2001, 37(6): 551-581.
- [6] OWIS F M, NAYFEH A H. Numerical simulation of 3-D incompressible, multi-phase flows over cavitating projectiles[J]. European Journal of Mechanics - B/Fluids, 2004, 23(2): 339-351.
- [7] 王国玉, 吴炯杨, 李向宾, 等. 空化紊流流动的数值计算模型及验证[J]. 工程热物理学报, 2005, 26(6): 947-950.
- WANG Guo-yu, WU Jiong-yang, LI Xiang-bin, et al. Numerical computing model and verifying for cavitating turbulent flows[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2005, 26(6): 947-950.
- [8] 李向宾, 王国玉, 张博, 等. RNG k- ϵ 模型在超空化流动计算中的应用评价[J]. 水动力学研究与进展, A 辑, 2008, 23(2): 181-188.
- LI Xiang-bin, WANG Guo-yu, ZHANG Bo, et al. Evaluation of RNG k- ϵ model on the numerical simulations of supercavitating flows around a hydrofoil[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2008, 23(2): 181-188.
- [9] 张敏弟, 王国玉, 董子桥, 等. 绕水翼云状空化流动特性的研究[J]. 工程热物理学报, 2008, 29(1): 71-74.
- ZHANG Min-di, WANG Guo-yu, DONG Zi-qiao, et al. Experimental study of cloudy cavitating flows around hydrofoils[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2008, 29(1): 71-74.