论文

2010 年 第 40 卷 第6期:791~799



www.scichina.com phys.scichina.com



压缩折角激波-湍流边界层干扰直接数值模拟

李新亮^{0*},傅德薰²,马延文²,梁贤⁰

① 中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室,北京 100190; ② 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190 * E-mail: lixl@imech.ac.cn

收稿日期: 2010-02-20; 接受日期: 2010-03-22 国家自然科学基金(批准号: 10632050 和 10872205)、国家重点基础研究发展计划(编号: 2009CB724100)和中国科学院"十一五"信息化专项 (编号: INFO-115-B01)资助项目

摘要 进行了来流 Mach 数 2.9, 24°压缩折角激波-湍流边界层干扰的直接数值模拟, 在上游的平板添加扰动 以激发边界层转捩到湍流. 计算得到的统计结果与实验吻合, 验证了结果的可靠性. 分析了角部分离区附近 湍能的生成、耗散及分配机制. 结果显示角部区域激波与湍流边界层相互作用造成大量湍动能产生, 而湍动 能的主要耗散区仍在近壁. 湍流输运项起到了主要的平衡机制, 把湍动能由外层输运到近壁区. 通过对激波 后及壁面瞬时压力的分析,认为激波低频振荡并非上游扰动引起,而是由于分离泡本身不稳定振荡产生的.

压缩折角, 激波-边界层干扰, 直接数值模拟, 激波振荡 关键词

PACS: 47.27.Eq, 47.27.Nz, 83.85.pt

超声速压缩折角流动是研究激波-边界层干扰问 题的经典流动模型, 也是冲压发动机进气道的典型 流动. 该流动问题的研究既有着直接的应用背景, 又 有重要的理论价值. 到目前为止, 该研究已超过了半 个世纪,积累了大量的实验数据^[1].近年来,随着高 速飞行器研究的应用牵引, 该流动的研究再次成为 热点. 除实验之外, 数值模拟也是研究该复杂流动的 重要手段,其中直接数值模拟不引入任何湍流模型 假设,具有很高的可靠性,且可提供整个流动的全部 时空信息,因而成为研究该复杂流动的有力工具.压 缩折角几何外形虽然简单,但流动包含了湍流(转 捩)、激波、边界层分离以及激波-湍流边界层干扰等 多种复杂因素, 对直接数值模拟提出了很苛刻的要 求. 由于分离位置对黏性非常敏感, 因而要求计算方 法的数值耗散必须非常小,且网格分辨率要足够高. 因而,目前激波-边界层干扰的直接数值算例还不是 很多.

Adams 等人^[2,3]最早开展了压缩折角激波-边界层 湍流干扰的直接数值模拟. 但由于该数值模拟的 Reynolds 数较低, 与以往实验的 Reynolds 数相差很 大,因而无法进行直接对比. Bookey 等人^[4]进行了激 波边界层干扰问题的实验研究, 与以往的实验不同, Bookey 等的实验采用了低密度气体作为介质,因而 其 Reynolds 数较低, 达到了目前直接数值模拟/大涡 模拟可承受的程度, 该实验数据可作为直接数值模 拟/大涡模拟的检验标准. Wu 等人^[5]根据 Bookey 等的 实验参数进行了压缩折角激波-边界层干扰的直接数 值模拟,其统计结果与实验吻合较好,为了降低计算

引用格式: 李新亮, 傅德薰, 马延文, 等. 压缩折角激波-湍流边界层干扰直接数值模拟. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40: 791~799

量,Wu等人^[5]在角部分离区上游采用"循环重构 (Recycler)"技术以产生湍流.该方法避免了在上游使 用较长的计算域以使流动转捩到湍流,因而节省了 很多计算量.但其产生入口湍流的真实性略差了些.

在压缩折角问题中, 分离激波会发生震荡. 早期 的实验就发现了激波振荡现象,而且发现激波振荡 包含了两个特征频率,其时间尺度相差悬殊. 高频振 荡的时间尺度约为边界层内扰动的量级 ($O(\delta/U_{n})$), 而低频振荡的时间尺度为高频振荡时间尺度的 10~100倍的量级 (O(108/U, -1008/U,))^[1,6]. 对于高 频振荡,目前的研究结论比较一致,认为是湍流边界 层内的扰动(或拟序结构)与激波相互作用,导致激波 振荡. 而低频振荡的时间尺度远远大于边界层内扰 动的时间尺度,很难用边界层内拟序结构来解释. Ganapathisubramani 等人^[7]经过数值模拟及实验研究, 认为湍流边界层中存在的拟序结构群(或"发卡涡串" 结构,"超级结构")是造成低频振荡的成因.但 Wu 等 人^[8]根据数值模拟结果的相关性分析,认为激波振荡 与上游扰动的关联系数很低,不应当是上游边界层 内超级结构引发的激波低频振荡,他推测下游区域 (分离区)是造成激波低频振荡的成因. 对于低频振荡 的成因,目前还没有定论.

本文进行了来流 Mach 数 2.9, 24°压缩折角激波-湍流边界层干扰的直接数值模拟.为了便于与实验 结果比较,本文的计算参数尽量接近 Bookey 等人^[4] 地实验.与 Wu 等人^[5]地计算不同,本文在角部上游 采用平板添加扰动以激发流动转捩到湍流,因而角 部区域上游的湍流更具有真实性.此外本文的网格 分辨率更高,因而结果的可靠性更好.依据计算结果, 作者倾向于认为激波低频振荡并非上游扰动引起的, 而是分离泡本身振荡机制产生的.本文还分析了角 部分离区附近湍能的生成、耗散及分配机制.

1 计算设置

流动模型为 Mach 2.9 的来流吹过一个 24°的折角. 计算设置如图 1, 计算域如图中虚线所示. 计算域高 度为 $L_y = 35$ mm, 计算域流向跨度为–335 mm $\leq x \leq$ 51.6 mm, 展向为 $0 \leq z \leq 14$ mm. 坐标系如图 1 所示, x方向为水平方向, 坐标原点为折角的角点. 计算采用 距平板前缘 200 mm 处的层流解为入口边界条件. 实 际计算过程中首先进行了二维平板层流边界层的数 值模拟, 在稳态解的基础上截取距平板前缘 200 mm 处的剖面作为本计算的入口值.为了触发转捩,本计 算在-305 mm $\le x \le -285$ mm 的壁面处人工加入吹吸 扰动以触发转捩, 扰动形式同以往的平板边界层湍流 数值模拟^[9-11].为了使流动尽快转捩为湍流, 扰动振 幅较强(本计算的振幅A=0.1), 转捩为 bypass 转捩.表 1 给出了无穷远来流条件、角部区域的入口条件(x = -30 mm 处的条件)及壁面温度条件.其中 θ , δ 及 C_f 分 别为该位置处边界层的动量厚度、名义厚度及摩阻系 数.该表还列出了 Bookey 等人^[4]地实验及 Wu 等人^[5] 地数值模拟的参数.为了和实验结果进行比较,本文 的参数选取尽量靠近 Bookey 等人^[4]地实验.



从表1可以看出,本文角部区域的入口处(x=-30 mm)的流动参数与实验仍有些差距,其原因主要是 因为本计算只能控制计算域入口(x = -335 mm)处的 流动参数及壁面扰动参数, x=-30 mm 处的流动为实 际计算所得而无法直接人为控制. 计算域入口参数 及转捩情况(包括转捩方式、转捩位置及转捩区大小) 都会对 x = -30 mm 处流动参数产生影响.为了尽快 完成转捩从而达到角部区域入口处(x = -30 mm)的湍 流参数,本计算采用较大幅值的壁面吹吸扰动以制 造 Bypass 转捩. 而 Bookey 等人的实验主要研究角部 分离区的流动,实验报告并未详细描述角部区域上 游的转捩情况以及如何制造的转捩. 由于上游转捩 情况等因素的影响,本计算 x = -30 mm 处的流动参 数只能尽量接近 Bookey 等人的实验, 而无法做到完 全一致. 而 Wu 等人的数值模拟采用人工生成(循环 重构)的方法得到 x = -30 mm 处的入口湍流剖面, 可 以对该处的平均流动进行人为控制,因而其某些入 口参数(例如摩擦阻力系数)可以更接近于实验,但其 湍流脉动的真实性不如通过转捩得到的湍流场.

本计算的长度以毫米无量纲化,其他量以无穷 远来流值无量纲化.本计算采用一般曲线坐标系下 的 Navier-Stokes 方程组. 控制方程为

792

表1 计算参数^{a)}

	来流及壁面条件				角部区域入口参数 (x=-30 mm)			
	Ma_{∞}	Ma_{∞} (mm)	T_{∞} (K)	$T_{w}\left(\mathbf{K}\right)$	Re _θ	C_{f}	θ (mm)	δ (mm)
本文的数值模拟	2.9	5581.4	108.1	307	2344	2.57×10^{-3}	0.42	6.5
Bookey 等人 ^[4] 的实验	2.9	5581.4	108.1	307	2400	2.57×10^{-3}	0.43	6.7
Wu 等人 ^[5] 的数值模拟	2.9	6052.6	107.1	307	2300	2.57×10^{-3}	0.38	6.4

a) 本数值模拟的角部区域的入口条件取为 x = -30 mm 处的条件

$$\frac{\partial (J^{-1}U)}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_{\nu})}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_{\nu})}{\partial n} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_{\nu})}{\partial \zeta} = 0, \quad (1)$$

其中(ξ,η,G)为计算坐标系,J 为从物理坐标系到计算 坐标系的 Jocabian 变换系数.无黏项采用 Steger-Warming 流通量分裂,分裂后采用 Martin 等人^[5,12]构 造的优化 WENO-SYMBO 格式求解.该格式是在 8 阶中心格式网格基架点上进行优化得到的,虽然名 义精度只有4阶,但其具有很高的波数分辨率(优于原 8阶中心格式).由于该格式是采用的是对称网格基 架点,因而其数值耗散较小.此外,采用文献[12]的 方法,在流动振荡不剧烈且压缩性不强时关闭 WENO 的权重计算而采用理想权重(实际上是将 WENO 格式转变为普通的线性差分格式).这种方法 既可进一步降低总体耗散,又减少了计算量.黏性项 采用 8阶中心差分格式进行离散,时间推进采用三步 三阶 TVD 型 Runge-Kutta 方法计算.

计算网格点数为 2160(流向)×140(法向)×160(展 向). 流向网格在角部区域(-35 mm $\leq x \leq 35$ mm)密 集. 网格尺度(以 x = -30 mm 处壁面量度量)为 $\Delta x^+ \approx$ 4.1, $\Delta y^+_w \approx 0.5$, $\Delta z^+ \approx 4.8$. 可以看出该网格尺度远 小于普通平板边界层湍流数值模拟通常流向网格跨度 为十几个壁面尺度即可达到分辨率要求,而本计算 角部区域的流向网格跨度只有 4.1 个壁面尺度,网 格密集程度达到了普通平板边界层直接数值模拟的 3 倍以上. 这是因为角部分离区的流动对数值黏性 极为敏感,数值黏性会有使分离区减小的趋势,因 而必须严格控制数值黏性才能得到与实验吻合的 结果.

2 结果验证

计算达到统计平衡态后,对流场数据进行了统 计平均.本计算采用的平均为展向及时间推进方向 的时-空平均.图 2 为壁面平均摩擦阻力系数 C_f分布, 从中可以看出在-260 mm $\le x \le -180$ mm 处摩擦阻力 系数大幅升高,显示了转捩的发生.在-160 mm $\le x \le -25$ mm 段,摩擦阻力系数平滑下降,预示流动完 成了转捩,达到充分发展湍流阶段.图 2 中的符号为 根据当地动量厚度及 Blasius 湍流摩阻公式的理论预 测值^[9],与本文的数值模拟计算结果基本吻合.随后 平均摩阻系数急剧下降并出现负值,说明流动开始 分离并出现了回流.图 3 为壁面平均压力沿流向的分 布,其中流向位置用 x = -30 mm 处的边界层名义厚度 无量纲化.图中显示 $x/\delta = -3.5$ 处壁面平均压力上升, 并形成了一个平台区,预示流动出现了明显的分离. 图中还画出了 Bookey 等人^[4]的实验结果,其中的误



793

差带按照 5%计算.从中可以看出,本文计算结果基本上落在实验的误差带之内,与实验吻合比较理想. 分离区的计算对数值分辨率(尤其是数值黏性)非常敏感,本计算得到的分离区位置与实验吻合,验证了计算结果的可靠性.图4和5分别为*x*=-30 mm处(分离区上游)及*x*=-20 mm处(分离区)的平均流向速度剖面,从图4和5中可以看出,本文的计算结果与实验吻合十分理想,验证了计算结果的可靠性.





3 流场显示

图 6 为无量纲时刻 t=2505 中截面(z=7 mm)的瞬时温度分布.图 6 中清晰显示了层流区、转捩区、充分发展湍流区及角部分离区的特点.图 7 为该图在角部区域的局部放大,可以看出角部上游湍流边界层外缘具有相对清晰的轮廓线,显示了湍流边界层的间歇特征.该图显示了流动分离后,温度边界层的厚



图 5 x=-20 mm 处的平均速度剖面



图 6 t=2505 时刻计算域展向中截面(z=7 mm)的瞬时温度分布



图 7 t=2505 时刻计算域展向中截面的瞬时温度分布(角部区域的局部放大图)

度快速增加,角部分离区呈现了很高的温度.该图还显示了激波的变形以及穿入边界层的激波束,这些都反映了激波-边界层干扰的典型特征.

图 8 为 t = 2100及 2505 两个无量纲时刻中截面 角 部 区 域 的 瞬 时 纹 影 图, 该 图 显 示 的 是 NS = $0.8 \exp[-10(\phi - \phi_{max})/(\phi_{max} - \phi_{min})]$ 的瞬时分布^[7].其中 $\phi = \|\nabla \rho\|$.该图反应了流场中瞬时密度梯度的变化. 从中可以看出主激波与在边界层扰动作用下发生变 形,且在边界层内分散为多道较弱的激波.图 8 中还 反映了边界层外缘延伸出去的激波束等现象.

图 9 为平行于壁面且距离壁面 $y_n = 0.1$ ($y_n^+ \approx 4.8$) 的曲面内瞬时流向速度的分布(t=2505). 图 9 中显示

了在-300 mm ≤ x ≤ -250 mm 处,外界扰动激发起边 界层内的扰动并开始增长,并在其下游的区域形成 了清晰流向条带结构. 图 10 为图 9 在角部区域的局 部放大,可以看出条带结构在角部分离区受到了破 坏,角部区域的流动呈现出强烈的三维性质. 在分离 区下游,条带结构重新形成.

4 湍能分析

可压缩湍动能的发展方程为^[9,13]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho}K) + C = P + T + \Pi + D + M - \varepsilon$$

其中各项的含义见表 2.



图 8 t=2100(a)及 2505(b)时刻中截面上的数值纹影图



图 9 t=2505 时刻距壁面 y_n=0.1(y₁⁺ ≈ 4.8)的曲面内瞬时流向速度分布(x-z 平面的投影)



图 10 t= 2505 时刻距壁面 y_n=0.1(y_n⁺ ≈ 4.8)的曲面内瞬时流向速度分布(角部区域的局部放大图)

表达式	含义	表达式	含义
$K = 1/2 \overline{\rho u_i'' u_i''}/\overline{\rho}$	湍动能	$C = \partial(\widetilde{u}_{j}\rho K) / \partial x_{j}$	对流项
$P = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \partial \tilde{u}_i / \partial x_j$	湍流生成项	$\varepsilon = \overline{\sigma'_{ij} \partial u''_i / \partial x_j}$	耗散项
$T = -\partial(1/2\overline{\rho u_i'' u_i'' u_j''} + \overline{p' u_j''}) / \partial x_j$	湍流扩散项	$D = \partial \overline{u_i'' \sigma_{ij}'} / \partial x_i$	黏性扩散项
$\Pi = \overline{p' \partial u_i'' / \partial x_i}$	压力-膨胀项	$M = \overline{u}_i''(\partial \overline{\sigma}_{ij} / \partial x_j - \partial \overline{p} / \partial x_i)$	密度脉动项

表 2 可压缩湍动能控制方程中各项的表达式及含义



图 11 湍动能发展方程中的湍流生成项,湍能耗散项,湍流输运项及压力-膨胀项



图 12 x=-30 mm 处湍能发展方程中各项的分布

文中 $\overline{\phi}$ 表示物理量 ϕ 的平均,本文为展向及时间 推进方向的时-空平均,其中时间平均了 142 个流场, 跨越了 282 个无量纲时间长度.湍流耗散项 ε 还可以 进一步分解为螺旋耗散项、膨胀耗散项及密度脉动相 关耗散项^[9].多数情况下螺旋耗散项为主导项,只有 本质压缩性效应(或声效应)非常明显的情况下,其他 两项才发挥作用.

图 11 显示了湍动能发展方程中的主要项在角部 区域的分布.从中可以看出,激波区及角部分离区会 有很强的湍能生成,这主要是因为该区域具有很强 的平均剪切. 湍能耗散也主要出现在角部分离区,在 其后的再附区域,湍能耗散以近壁区为主. 湍流输运 项发挥了主要的平衡机制,把湍能从边界层外缘输 运到近壁区耗散掉. 从图11还可以看出,压力-膨胀 项仅在主激波区域发挥作用,在其他区域其值非常 小,这说明除了主激波区域外,其他区域的本质压缩 性效应(或声效应)是非常弱的.

图 12 显示了 x=-30 mm 处(角部分离区上游)湍

796

动能发展方程中各项沿壁面法向的分布. 该分布与 可压缩平板边界层的湍动能分布相近^[9~11]. 湍能生成 项在过渡区达到峰值,而湍流耗散在壁面上达到峰 值. 湍流输运及黏性输运项将湍动能从远离壁面的 区域输运到近壁区耗散掉. 图12中还显示了反应压 缩性效应的三项: 密度脉动相关项,压力-膨胀项及 膨胀耗散项. 从图12中可以看出,与另外四项相比, 这三项均非常弱. 这说明本计算条件下本质压缩性 效应(或声效应)非常弱.

图 13 显示了角部分离区的 x=-10 mm 及 x=10 mm 处湍动能发展方程中主要项的沿法向分布.与上游相比,分离区的湍能产生、输运及耗散机制有很大区别.在分离区,湍动能产生项的范围比其上游扩大了很多,且其幅值明显大于其上游的无分离区.而湍耗散项仍是在近壁区最强,但远离壁面的区域仍保持了一定的耗散.湍流输运项发挥了主要的平衡机制,把湍动能由远离壁面的区域输送到近壁区.与湍流输运项相比,黏性输运项主要在近壁区发挥作用,在远离壁面的区域,该项作用很弱.从图 13 中可以看出,激波附近区域也是湍动能产生的主要区域.

5 激波低频振荡机理的初步分析

超声速压缩折角问题中,分离激波会发生震荡. 激波振荡包含了两个特征频率,其时间尺度相差悬 殊.高频振荡的时间尺度约为边界层内扰动的量级 (*O*(δ/*U*_∞)),而低频振荡的时间尺度为高频振荡时间 尺度的 10~100 倍的量级 (*O*(10δ/*U*_∞ – 100δ/*U*_∞)). 高 频振荡通常被认为是湍流边界层内的扰动(或拟序结 构)与激波相互作用造成的. 而低频振荡的时间尺度 远远大于边界层内扰动的时间尺度,很难用边界层 内拟序结构来解释. Ganapathisubramani 等人^[7]经过 数值模拟及实验研究,认为湍流边界层中存在的拟 序结构群(或"发卡涡串"结构,"超级结构")是造成低 频振荡的成因.

图 14 为本计算过程中 t=2505 时刻流场中速度梯 度张量第二不变量 O 的等值面,该等值面反映了流 场中的拟序结构. 可以看出分离区上游的拟序结构 之间的排列随机性很强,并非严格的按照"队列"状 排列. 由此作者认为激波的低频振荡是上游拟序结 构群造成的有些证据不足. 图 15 为(x,y) = (-9,5.9)处 记录的压力扰动值 $p' = (p - \overline{p}) / p_{\infty}$, 该测点位于主激 波的下游,该值的波动情况反应了激波的振荡,图 15中的虚线为 p'的瞬时分布, 而实现为 p'滤掉高频 成分后的低频分量. 从中可以看出, 低频成分的周期 约为 100~400 个无量纲时间, 约为其上游 δ/U 的 15~60 倍. 图 16 为 x = -12 mm 壁面处记录的压力扰 动,其中也包含了明显的两个不同范围的振荡频率. 其中低频振动反应了壁面分离泡的振荡情况, 其振 荡的时间尺度与激波的低频振荡尺度相仿. 由此可 以推测, 激波的低频振荡与角部分离区的振荡是相 互关联的. 而分离区的振荡通常是由分离区本身的 不稳定性造成的, 与来流扰动的关系不是很强, 由此 作者推测激波的低频振荡并非上游拟序涡串造成的. 为了进一步验证这个推测,作者进行了层流压缩折 角流动的数值模拟. 层流计算的来流及几何条件与 本文湍流计算工况相同,但计算为二维计算,且没有 引入壁面扰动,因而流动不会发展到湍流.图 17 为 层流压缩折角 x = -4 mm 壁面处记录的瞬时压力分布, 从中仍可看出明显的双频特征,其中低频振动的时



图 13 x=-10 mm 及 x=10 mm 处湍能发展方程中主要项的分布



图 14 角部区域流场中的拟序结构(速度梯度张量第二不变量 Q 的等值面)



图 15 (x,y) = (-9,5.9)位置处记录的压力扰动



图 17 层流压缩折角 x = -4 mm 壁面上记载的瞬时压力 分布

间尺度约为400个无量纲时间,与湍流计算的量级相 近. 层流计算分离区上游不存在拟序结构或拟序结 构群,但分离涡仍存在低频振荡,因此可以推测分离 涡或激波的低频振荡与来流扰动无关. 作者将在后 续工作中对超声速压缩折角分离激波的低频振荡机 理进行进一步分析.



图 16 x=-12 mm 的壁面上记录的压力扰动

6 结论

本文进行了来流 Mach 数 2.9, 24°压缩折角激波-湍流边界层干扰的直接数值模拟. 计算在上游采用 壁面添加吹吸扰动以激发流动转捩到湍流, 因而角 部区域上游的湍流更具有真实性. 壁面压力分布, 分 离区及其上游的速度剖面与实验值吻合较好, 验证 了计算结果的可靠性. 分析了角部分离区附近湍能 的生成、耗散及分配机制, 初步探索了激波低频振荡 的产生机制, 得出如下结论:

(i)即使来流为层流,同样存在分离泡的低频 振荡(以及激波低频振荡),因此认为上游大尺度扰动 诱发激波低频振荡的观点是值得怀疑的.作者倾向 于认为分离泡本身的不稳定机制是造成分离泡及激 波低频振荡的主要原因.

(ii) 湍流分离后, 激波与湍流边界层相互作用 造成大量湍动能产生. 而湍动能的主要耗散区仍在 近壁. 湍流输运项起到了主要的平衡机制, 把湍动能 由外层输运到近壁区. 致谢 感谢中国科学院网络中心超级计算中心以及上海超级计算中心提供计算机时.

参考文献 _

- 1 Dolling D S. Fifty years of of shock-wave/boundary-layer interaction research: What next? AIAA J, 2001, 39(8): 1517—1531
- 2 Adams N A. Direct numerical simulation of turbulent compression ramp flow. Theoret Comput Fluid Dyn, 1998, 12: 109-129
- 3 Adams N A. Direct simulation of the turbulent boundary layer along a compression ramp at *M*=3 and *Re* =1685. J Fluid Mech, 2000, 420: 47 -83
- 4 Bookey P B, Wyckham C, Smits A J, et al. New experimental data of STBLI at DNS/LES accessible Reynolds numbers. AIAA Paper, 2005, AIAA-2005-309
- 5 Wu M, Martin M P. Direct numerical simulation of shockwave and turbulent boundary layer interaction induced by a compression Ramp. AIAA J, 2007, 45: 879–889
- 6 Dolling D S, Or C T. Unsteadiness of the shock wave structure in attached and separated compression ramp flows. Exp Fluids, 1985, 3: 24— 32
- 7 Ganapathisubramani B, Clemens N T, Dolling D S. Low-frequency dynamics of shock-induced separation in a compression ramp interaction. J Fluid Mech, 2009, 636: 397-425
- 8 Wu M W, Martin M P. Analysis of shock motion in shockwave and turbulent boundary layer interaction using direct numerical simulation data. J Fluid Mech, 2008, 594: 71-83
- 9 Pirozzoli S, Grasso F. Direct numerical simulation of impinging shock wave/turbulent boundary layer interaction at M=2.25. Phys Fluids, 2006, 18(6): 065113
- 10 Li X L, Fu D X, Ma Y W, et al. Acoustic calculation for supersonic turbulent boundary layer flow. Chin Phys Lett, 2009, 26 (9): 094701
- 11 Gao H, Fu D X, Ma Y W, et al. Direct numerical simulation of supersonic boundary layer. Chin Phys Lett, 2005, 22(7): 1709–1712
- 12 Martin M P, Taylor E M, Weirs V G. A bandwidth-optimized WENO scheme for the effective direct numerical simulation of compressible turbulence. J Comput Phys, 2006, 220: 270–289
- 13 李新亮, 傅德薰, 马延文. 可压缩尖锥边界层湍流的直接数值模拟. 中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学, 2008, 38(1): 89—101