CSTAM 2010-0061

基于直接数值模拟的超/高超声速湍流模型评估与改进

李新亮，傅德薰，马延文

中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室

第三届高超声速科技学术会议

2010 年 10 月 26-28 日 江苏·无锡

Copyright © 2007 版权所有 中国力学学会
地址: 北京市北四环西路 15 号　邮政编码:100190　Address: No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190

基于直接数值模拟的超/高超声速湍流模型评估与改进

李新亮[1]，傅德薰[2]，马延文[2]

（1 中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室，北京海淀区 100190）

（2 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室，北京海淀区 100190）

摘要 对来流 Mach 数 2.25 及 6 的平板边界层湍流进行了直接数值模拟，并通过与理论、实验及他人计算结果的对比对数值结果进行了验证。基于直接数值模拟得到的湍流数据库，对常用的湍流模型进行了先验评估。评估的湍流模型有 k-ε模型（包括标准 k-ε模型、可实现的 k-ε模型及低 Reynolds 数 k-ε模型）、SA 模型及 BL 模型。结果显示，可实现的 k-ε模型的具有较好的预测能力，而标准 k-ε模型预测的湍流粘性系数偏高。SA 模型在边界层内层预测准确度较高，而在外层预测值偏高。对于高 Mach 数情况，原始的 BL 模型严重低估了内-外层交界位置，造成湍流粘性系数预测值偏低。作者通过修改模型系数及内-外层交界位置对 BL 模型进行了修改，修改后模型预测的湍流粘性系数与 DNS 给出的值吻合较好。

关键词 直接数值模拟， 湍流模型， 先验评估

引 言

高速飞行器周围的边界层流动直接决定了其气动力及气动热，因而是飞行器外流场计算的重点。实际飞行中，飞行器边界层内的流态以湍流为主，湍流模型对计算结果的影响尤为重要。因此，通过评估来选取合适的模型，并针对飞行器边界层流动的特点进行改进，是改善飞行器气动力热计算精度的有效方法。对湍流模型的评估主要有两类方法，后验评估及先验评估。后验评估是针对特定的几何外形及来流参数，使用不同的湍流模型进行计算，并通过将计算结果与试验对比来评估湍流模型的适用程度。这种评估方法直观简洁，但并非都能起到很好效果。因为影响计算结果的因素非常复杂，湍流模型、数值方法、网格分布等多种因素都会对计算结果产生影响。此外，试验结果通常给出的是整体的气动力，如果使用某个湍流模型，在某些区域气动力计算偏低，另外一些区域气动力计算偏高，有可能误差相互抵消，反而给出较好的计算结果。而这并不能说明所使用的湍流模型是最好的。因此，单纯使用后验评估手段很多情况下不易给出较好的评估效果。与后验评估不同，先验评估是根据比湍流平均场更精细、可靠的湍流瞬时场（如直接数值模拟或高精度的 PIV 实验结果）来评估湍流模型。如果得到了包含流动细节的高分辨率湍流瞬时场，就可通过简单的统计平均得到 Reynolds 应力及湍流粘性系数等量的“精确解”。将该“精确解”与湍流模型给出的理论解进行比较，就可评估不同湍流模型的适用性。与后验评估相比，先验评估可最大限度地剥离其他因素（如数值方法、网格）的影响，且可分析、判断不同位置（如近壁区、湍流核心区、边界层外层）、不同区域（如分离区、再附区）湍流模型的表现，因而可获得更好的评估效果。当然，先验评估需要有可靠的高分辨率的湍流场，这需要高分辨率的直接数值模拟或 PIV 实验，而高超声速湍流的直接数值模拟（DNS)及 PIV 实验难度很大，在一定程度上制约了高超声速湍流模型先验评估的进展。随着计算及实验能力的迅速发展，目前高超声速湍流 DNS 及 PIV 实验均取得了较大进展。以此为基础，开展高超声速湍流模型的先验评估，

并据此进行改进，对飞行器气动力热的计算是很有意义的。

平板外形虽然简单，但平板边界层流湍流包含了壁湍流的全部特征，是研究壁湍流及其转捩的典型模型。当流动无大规模分离，且几何曲率不大时（曲率半径远大于边界层厚度），边界层内湍流与平板边界层层相近。因而，飞行器上表面、翼面、舵面等边界层湍流均可近似为平板边界层湍流。作者以平板边界层湍流为研究对象，通过直接数值模拟得到了 Mach 数 2.25 及 6 的平板湍流数据库，在此基础上进行了湍流机理研究及湍流模型的评估与改进。

1 数值模拟

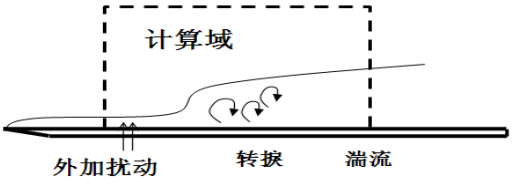

图 1 计算模型示意图

为了得到湍流数据，作者进行了来流 Mach 数 2.25 及 6 两种工况的平板边界层湍流直接数值模拟。计算模型如图 1 所示。计算域入口为层流，在入口下游壁面上加入扰动（本计算采用壁面吹吸扰动[1,2]），流动在扰动下游发生转捩并发展为湍流。计算域入口处的物理量剖面（速度、密度、压力等）由层流计算给出。计算网格在近壁区高度密集，在远离壁面区及计算域出口网格稀疏，该处稀疏的网格有利于吸收掉边界处的反射波及非物理振荡，以达到无反射边界的效果（实际上是吸收边界）。计算及网格参数见表 1。 作者计算了两组工况，来流 Mach 数分别为 6 及 2.25。单位长度（英寸）对应的 Reynolds 数分别为 2×10^6，及 6.35×10^5。 壁面上采用固定温度的等温边界条件，壁面温度分别为来流温度的 6.98 倍及 1.9 倍。近壁处的法向网格最为密集，网格间距与壁面尺度相当，其次为展向网格及流向网格。本计算采用的网格点数目较多，最大网格点数为 0.92 亿，因此需采用大规模并行计算才能完成。数值计算采用作者自行开发的高精度计算流体力学软件 Hoam-OpenCFD。 该软件采用高精度差分方法直接求解控制流动的 Navier-Stokes 方程。对流项使用了激波捕捉能力强且分辨率较高的 7 阶精度 WENO 格式，粘性项采用了 8 阶精度的中心差分格式，时间离散采用了三步三阶精度的 TVD 型 Runge-Kutta 显格式。数值计算采用数百个 CPU 进行并行计算，最大网格点的工况（Ma=6)持续计算了约一个月左右。关于计算的具体细节见文[1,2].

表 1 计算参数及网格

case	Ma_∞	Re/Inch	T_w/T_∞	网格点	$\Delta x^+\times\Delta y_w^+\times\Delta z^+$
1	6	2×10^6	6.98	$4000\times90\times256$	$8.07\times0.97\times3.78$
2	2.25	6.35×10^5	1.9	2193×72×256	14.1×1.1×6.6

2 结果验证

经过长时间计算，流动达到了统计定常状态，将流场的数据保存并进行统计分析。如无特殊声明，本文中的统计均指展向及时间方向的双重平均（时-空平均）。

图 2 给出了两种工况壁面摩阻系数沿流向的分布。其中摩擦系数的定义为：

$$C_f=\tau_w\Big/\frac{1}{2}\rho_\infty u_\infty^2,$$

$$\tau_w=\mu_w\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\bigg|_w$$

可以看出，在扰动区后，摩阻系数迅速上升，显示转捩的发生。摩擦系数达到峰值后开始下降，并逐渐达到平缓状态，预示着流动达到充分发展湍流状态。图中还给出了工况 1 与

理论结果的对比，其中理论结果采用经过 Van Drist II 变换后的 Blasius 湍流摩擦阻力系数分布（具体公式见文[3])。该图显示本文计算的摩擦阻力系数与理论预测值吻合较好，验证了计算结果的可靠性。

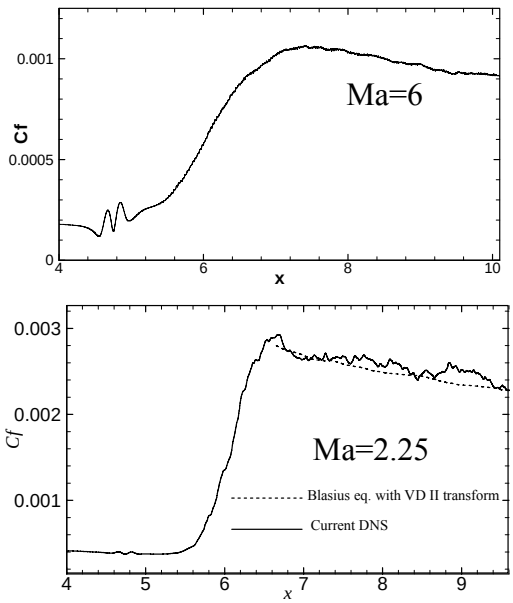

图 2 壁面摩阻系数沿流向的分布

图 3 中给出了充分发展湍流区 Van Direst 变换后的速度 $\bar{u}_{vd}$ 的剖面。Van Direst 是一种考虑压缩性影响的密度加权平均，变换为：

$$\bar{u}_{VD} = \int_0^u \sqrt{\frac{\bar{\rho}}{\rho_w}} du$$

图中还给出了充分发展湍流对数律预测的速度剖面。从中可以看出，本计算得到的湍流 Van Direst 平均速度剖面与对数律吻合较为理想。需要说明的是，湍流的平均速度剖面对数值方法及网格的分辨率较为敏感，因此该图显示了本计算结果是非常可靠的。

图 4 为工况 1（Ma=6）充分发展湍流区的脉动速度均方根沿法向的变化情况。图中的曲线为计算结果，符号为对应的不可压平板湍流的实验值。从这里可以看出，在非常靠近壁面的区域内（y^+<10）由于速度脉动小，湍流马赫数较低，可压缩性效应不明显，故计算结果与不可压平板湍流的实验值符合甚好。但在 y^+>20 的区域内，由于可压缩性效应导致计算结果与不可压平板湍流的实验值有明显的差别。另外，图 6 的结果表征了边界层湍流的强非各向同性的特征。以上结果也证实了本文高 Mach 数平板湍流计算的可靠性。

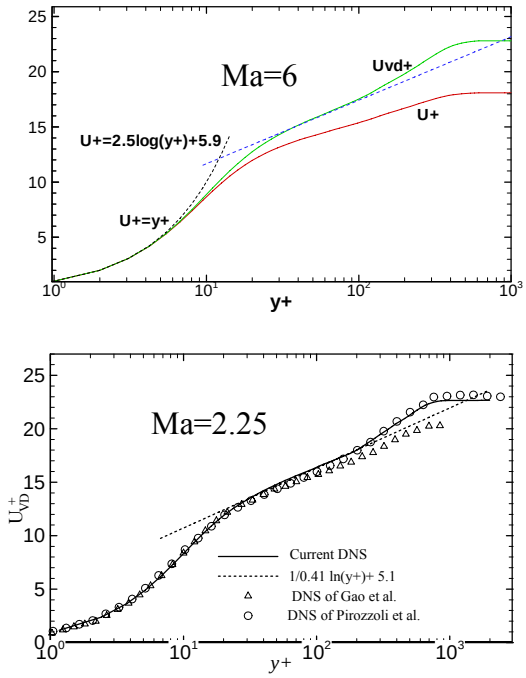

图 3. Van Direst 变换后的平均速度剖面

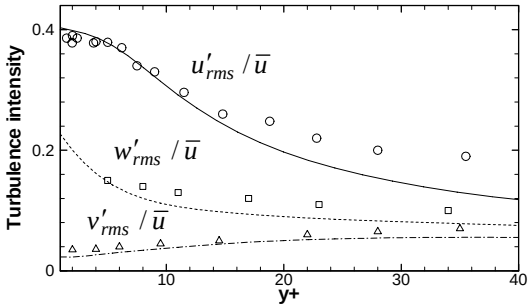

图 4 工况 1（Ma=6）湍流强度沿物面法向分布

3 湍流模型的先验评估及改进

3.1 k-ε模型的先验评估

基于以上计算得到的直接数值模拟结果，作者对目前流行的 k-ε模型、SA 模型及 BL 模型进行了评估，并在此基础上对 BL 模型进行了修改。

k-ε是经典的湍流模型，其理论发展较为成熟。经过多年发展，在标准 k-ε模型基础上，又发展出了可实现的 k-ε模型(Realizable k-ε model), 低 Reynolds 数 k-ε模型等多个改进版本[4-6]。

k-ε 模型基于涡粘假设，认为 Reynolds 应力与平均应变率成正比，比例系数即为湍流粘性系数 μ_t。k-ε 模型使用湍动能 k 及湍流耗散率ε计算湍流粘性系数 μ_t，公式为：

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho k^2 / \varepsilon \qquad (1)$$

其中 $f_\mu = \exp(-3.4/(1+0.02\,\mathrm{Re}_t)^2)$ 为衰减函数。C_μ 为模型系数，标准 k-ε模型假设该系数为常数：

$$C_\mu = 0.09 \qquad (2)$$

Shih 等人[5]对标准 k-e 模型进行了改进，认为 C_μ 不应当为常数，而是平均应变率的函数，具体计算公式为：

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s U^* k/\varepsilon} \qquad (3)$$

$$U^*_{ij} = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \Omega^*_{ij}\Omega^*_{ij}}$$

$$A_s = \sqrt{6}\cos\varphi, \varphi = \frac{1}{3}\cos^{-1}(\sqrt{6}w), w = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{(S_{ij}S_{ij})^{3/2}}$$

该湍流模型称为“可实现的 k-ε模型”。随后，Jones 等人[6]在其基础上进行了修改，提出了低 Reynolds 数 k-ε模型,以提高近壁区的模型预测精度。该模型采用下式预测湍流粘性系数:

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho \frac{k(k+\sqrt{\nu\varepsilon})}{\varepsilon} \qquad (4)$$

其中 C_μ 的计算方法与可实现的 k-ε模型相同。

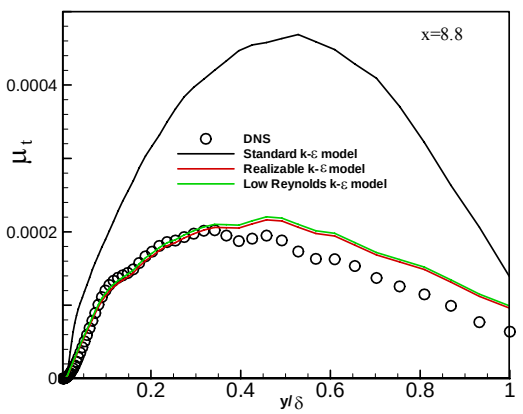

图 5 充分发展湍流区（x=8.8）的湍流粘性系数及 k-ε模型的预测值(Ma=2.25)

根据 DNS 结果，作者计算出充分发展湍流区的湍流粘性系数，并将该值与 k-ε模型的预测值（公式(1)-(4)）进行比较。图 5 给出工况 2（Ma=2.25)充分发展湍流区的湍流粘性系数及 k-ε模型的预测值，包括标准 k-ε模型,可实现的 k-ε模型及低 Reynolds 数 k-ε模型的预测值。从中可以看出，可实现的 k-ε模型及低 Reynolds 数 k-ε模型均给出了很好的预测结果，而标准 k-ε模型预测出的湍流粘性系数明显偏高，尤其是远离壁面的区域。前者较好的预测能力主要是由于（3）式可以调节不同区域的模型系数 C_μ。在远离壁面的区域（边界层的外层）由于湍流耗散率很小，k/ε 保持较大的量，使得 C_μ 在边界层外层保持一个小量。 因此，作者建议修改标准 k-ε模型计算公式(1)中的模型系数 C_μ，减小该系数的值，以提高模型预测的准确度。C_μ 的具体建议值应当以大量算例为基础进行数据回归给出，作者将在今后开展该方面的研究。

3.2 SA 模型的先验评估

SA 模型是 Spalart 等人[7]基于经验给出的一个单方程湍流模型，该模型在航空领域得到了广泛应用。对于高超声速的航天飞行器，该模型的适用性仍有待研究。SA 模型是通过求解标量输运方程来计算湍流粘性系数，并通过衰减函数对近壁的湍流粘性系数进行衰减。具体公式见[7].

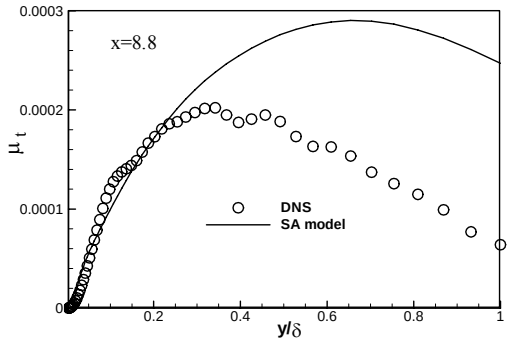

图 6 充分发展湍流区（x=8.8）处的湍流粘性系数及 SA 模型的预测值（Ma=2.25）

根据 DNS 得到的湍流场，通过统计平均（时间及展向的空间平均）得到平均场，将平均场作为已知量带入 SA 模型的输运方程并求解，得到 SA 模型预测的湍流粘性系数。并将该系数与根据 DNS 流场计算出的湍流粘性系数（“精确解”）进行对比，以评估该模型。图

6 给出了工况 2（Ma=2.25)充分发展湍流区（x=8.8）处的湍流粘性系数及 SA 模型的预测值。从中可以看出，在内层(20%边界层厚度之内），SA 模型的预测较为准确；在外层，SA 模型明显高估了 Reynolds 应力值。作者建议对 SA 模型中的衰减函数进行修改，同时对粘性底层及边界层外层的湍流粘性系数进行衰减。该衰减函数可通过 DNS 结果或实验结果进行回归得到。为了使该函数更具通用性，需要对多个 DNS 流场或实验流场进行回归。

3.3 BL 模型的先验评估与改进

作者还针对工况 1（Mach 6）平板边界层湍流场进行了 BL 模型的先验评估。与不可压缩或低 Mach 数工况不同，高 Mach 数情况下，壁面温度比边界层外缘温度大幅升高（如本工况，壁面温度接近边界层外缘温度的 7 倍），造成壁面附近密度的大幅降低和粘性系数的大幅升高，由此造成近壁区速度分布、涡量分布及壁面尺度均与低速情况有很多差异。如不对其修改，直接使用从不可压缩情况推广来的 BL 模型，会出现一定的问题。

BL 模型是由 Baldwin 等人[8]提出的内、外两层模型。内层采用混合长模型，并在近壁区通过衰减函数进行衰减；外层采用尾迹模型，并通过间歇函数进行衰减。具体公式如下：

$$
\begin{aligned}
&\nu_t = \begin{cases} (\nu_t)_{in} \\ (\nu_t)_{out} \end{cases} \\
&(\nu_t)_{in} = l^2\Omega \\
&l = \kappa y\left[1-\exp\left(-y^+/A^+\right)\right] \\
&(\nu_t)_{out} = CF_{wake}F_{kleb}(y) \\
&F_{wake} = \min\left(y_{\max}F_{\max}, C_{wk}y_{\max}U_{dif}^2/F_{\max}\right) \\
&F(y) = y\Omega\left[1-\exp\left(-y^+/A^+\right)\right] \\
&F_{kleb}(y) = \left[1+5.5\left(C_{kleb}y/y_{\max}\right)\right]^{-1}
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

作者发现，模型中参数 $y_{\max}$ 对预测结果影响很大。$y_{\max}$ 是函数

$$F(y) = y\Omega[1-\exp(-y^+/A^+)] \qquad (6)$$

取最大值对应的 y 值。对应充分发展壁湍流的湍流核心区，速度呈对数律分布，因而 $y\Omega$ 基本保持常数。函数 $1-\exp(-y^+/A^+)$ 的作用是在近壁区进行衰减。因而，比较合理的分布是近壁区（粘性子层及过渡区）$F(y)$单调增长，在湍流核心区(对数律区)$F(y)$基本保持常数，在外层(亏损律区) $F(y)$开始衰减。

利用工况 1（Mach 6 平板）x=9.8 处充分发展湍流区的平均剖面，作者计算了函数 $F(y)$的分布。图 7 给出了采用标准 BL 模型（(6)式，A^+=26）计算出的 $F(y)$曲线。从中可以看出，该曲线在近壁区出现了一个峰值，且其值已超过了湍流核心区的值。利用该模型计算出的 $y_{\max}$ 严重偏低，只有边界层厚度的 5%，而通常内外层交界处位于边界层厚度的 20%左右。采用该值会造成模型预测出的湍流粘性系数严重偏小，与 DNS 结果相差甚大。经分析，发现该现象产生的原因是近壁区衰减函数 $1-\exp(-y^+/A^+)$ 的衰减不足，没有起到应有的衰减作用。作者发现对于高超声速流动，参数 A^+ 需要调整。对于不可压或较低 Mach 边界层流动，通常选取 $A^+=26$。因为压缩性效应导致近壁温度远高于边界层外缘，造成近壁区的低密度及高粘性系数，而壁面尺度的计算依赖于近壁量。因而可压缩流动，尤其是高超声速流动的 A^+ 值与不可压流动应当有所区别。根据数据分析，作者选取 $A^+=32$。通过增加该值，可以抑制函数 F(y)的近壁峰值，防止错误地估算 $y_{\max}$。图 7 显示，采用 $A^+=32$ 时，计算出的 $y_{\max}$ 已处于边界层外层了。此外，通过与 DNS 的对比还可发现 BL 模型过低的估算了内层的尺度。因此，除了对 A^+ 进行修改外，作者还将内-外层的分界线扩展到了边界层厚度 20%的区域。图 8 为改进模型预测的湍流粘性系数，可以看出，新模型对湍流粘性系数的预测值与 DNS 吻合较好。需要指出的是，$A^+=32$ 及将内-外层交界点定于 20%边界层厚度处是对于本工况的设定值。对于更广泛参数的情况，如何选取该值应当进一步研究。此外，在实际计算中，边界层厚度的计算不是很方便，因而需要有更便捷的方法确定内-外层的交接位置。作者将在今后开展更深入的研究。

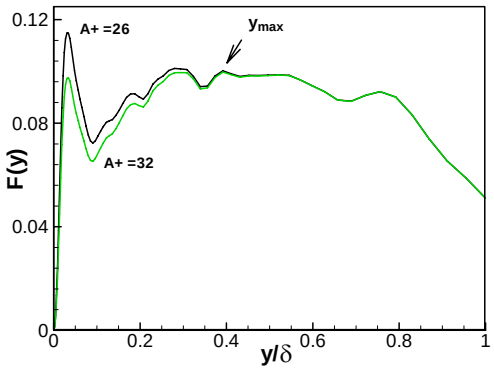

图 7 函数 $F(y)$的分布

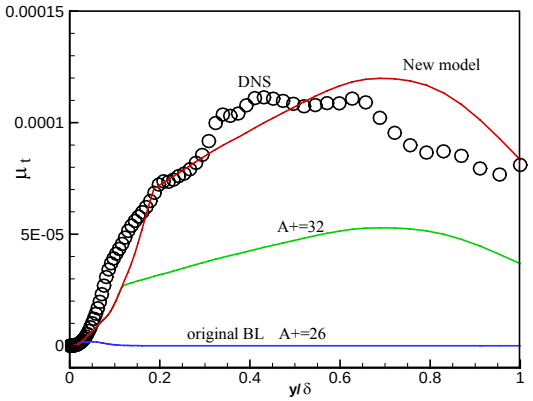

图 8 BL 模型及改进的 BL 模型对湍流粘性系数的预测值（Ma=6，x=8.9）

2 结　论

对来流 Mach 数 2.25 及 6 的平板边界层湍流进行了直接数值模拟，并通过与理论、实验及他人计算结果的对比对结果进行了验证。基于直接数值模拟得到的湍流数据库，对常用的湍流模型进行了先验评估。评估的湍流模型包括 k-ε模型（标准 k-ε模型，可实现的 k-ε模型及低 Reynolds 数 k-ε模型）、SA 模型及 BL 模型。得出如下结论：

1） 结果显示，可实现的 k-ε模型的具有较好的预测能力，而标准 k-ε模型预测值偏高。

2） SA 模型在边界层内层预测准确度较高，而在外层预测值偏高。

3） 对于高 Mach 数情况，原始的 BL 模型严重低估了内-外层交界位置，造成湍流粘性系数预测值偏低。

根据评估结果，作者通过修改模型系数及内-外层交界位置对 BL 模型进行了修改，修改后的模型预测的湍流粘性系数与 DNS 给出的值吻合较好。

参考文献

1. Li Xinliang, Fu Dexun and Ma Yanwen, Direct Numerical Simulation of a Spatially Evolving Supersonic Turbulent Boundary Layer at Ma = 6, *Chinese Phys. Lett.* **23** No 6 ,2006, 1519-1522
2. LI Xin-Liang, FU De-Xun, MA Yan-Wen and GAO Hui, Acoustic Calculation for Supersonic Turbulent Boundary Layer Flow, CHIN. PHYS. LETT. Vol. 26, No. 9, 094701, 2009
3. Pirozzoli S., Grasso F. & Gatski T. B. 2004, Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at M=2.25 , *Physics of Fluids*. Vol. 16, No.3, pp 530-545
4. Wilcox DC, Turbulence modeling for CFD, DCW industries Inc. 2000
5. Shih TH, Liou WW, Shabbir ZG, et al. et al. A new k-e eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows. Comput Fluids, 1995, 24(3): 227-238.
6. Jones WP, Lauder BE. The calculation of low Reynolds number pheomena with a two-equation model of turbulence. International Journal of heat and mass transfer, 1973,16:1119-1130.
7. Spalart PR, Allmaras SR. A one-equation turbulence model for aerodynamics flows. AIAA paper 92-0439,1992.
8. Baldwin BS, Lomax H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. AIAA paper 78-257, 1978.

ASSESSMENT OF THE SUPERSONIC/HYPERSONIC TURBULENCE MODEL BY USING THE DNS DATA

LI Xinliang[1]　FU Dexun[2] MA Yanwen[2]

(1 Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China)

(2 State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, C A S, No.15 Beisihuanxi Road, Beijing 100190, China）

Abstract DNS of turbulent flat-plate boundary layer flows with free-stream Mach number 2.25 and 6 are performed, and the data are validated by compared with theoretical, experiential or other numerical results. Based on the DNS data, turbulence models (including k-ε model, SA model and BL model) are assessed. Numerical results show that the reliable k-ε model agrees the DNS data very well and the turbulent viscous coefficient of the classical k-ε model is higher than that of the DNS data. SA model gives quite good turbulent viscous in the inner layer of the boundary-layer, but it gives higher turbulent viscous in the outer layer. For high Mach number case, BL model cannot give good interface location between the inner and the outer layer. To improve the BL model, the authors modify the coefficients, and the new model's viscous coefficient agree well with the DNS data.

Key words Direct Numerical Simulation, Turbulence model, Assessment