海洋细长结构参数激励不稳定区的确定方法

徐万海[1]，吴应湘[2]，钟兴福[2]，何 杨[3]，刘培林[3]，冯现洪[3]
(1. 天津大学 建筑工程学院，天津 300072; 2. 中国科学院 力学研究所，北京 100190;
3. 海洋工程股份有限公司，天津 300451)

摘 要： 分别采用变形参数法、改进的变形参数法及傅里叶分析法确定海洋细长结构参数振动 Hill 方程的不稳定区，比较三种方法的优缺点，并给出了前三阶不稳定区图像，为张力腿、立管等海洋细长柔性结构的设计提供参考。

关键词： 参数激励; Hill 方程; 变形参数法; 改进的变形参数法
中图分类号： O32 **文献标识码：** A

Methods for parametric excitation instability analysis of slender flexible cylindrical structures in offshore engineering

XU Wan-hai[1], *WU Ying-xiang*[2], *ZHONG Xing-fu*[2], *HE Yang*[3], *LIU Pei-lin*[3], *FENG Xian-hong*[3]
(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, Ching;
2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
3. Offshore Oil Engineering Co., LTD Engineering Company, Tianjin 300451, China)

Abstract: The parametric excitation instability regions of slender flexible cylindrical structures in offshore engineering were analysed by using L-P (Lyapunov-Poincare), modified L-P and harmonic balance method respectively. The results of the three different methods were compared and the chart of first three instability regions was drawn. The results give reference to build up design guidance for Tension leg platform(TLP) tethers and risers.

Key words: parametric excitation; Hill equation; L-P method; modified L-P method

21 世纪是海洋经济时代，随着世界经济的快速发展，能源短缺问题日益突出，由于陆上及近海的石油资源日益枯竭，深海油气开发已成为各国能源战略的重点。根据不同的海洋环境及经济方面的考虑，会采取不同的平台开采方案，如张力腿平台(TLP)，SPAR 平台，半潜平台等。不论海洋油气开发采用何种平台方案，张紧式细长柔性结构如立管、张力腿等都会在其中扮演重要的角色。立管是进行深水油气开采必不可少的设备，它连接海底矿藏与海面的作业平台，进行钻探、导液和泥浆等工作。张力腿一般为圆柱形结构，是连接张力腿平台与海底锚固基础的关键部件，提供平台本体必要的结构刚度。立管与张力腿结构形式有很大的相似之处，最大的不同就是立管的轴向预张力比张力腿小，同时立管内部有流体流动[1]，如果忽略内流影响，两种结构的动力响应分析方法是一致的。

张力腿等细长的海洋工程结构，主要受到两种外部激励形式的作用，一种是平台纵荡而产生的受迫振动，第二种是平台垂荡引起的参数振动[2,3]。前人的研究工作主要集中在两方面：一种是将张力腿简化为线性 Euler-Bernoulli 梁模型，同时考虑平台纵荡和垂荡激励作用[2,3]；另一种是把张力腿看成非线性梁结构，为了简单起见，仅考虑平台的垂荡激励[4,5]。上述的两种简化方法，最终得到张力腿参数振动的控制方程均为 Mathieu 方程。当采用非线性梁模型，同时考虑平台垂荡与纵荡共同作用，研究张力腿的非线性动力响应还很少见。综合地考虑轴向与流向的非线性因素及耦合效应时，张力腿参数振动的控制方程不再是 Mathieu 方程，而变为更一般的 Hill 方程[6]。

本文的主要目的是给出不同情况下，Hill 方程不稳定区的确定方法，同时比较不同方法之间的不同之处，并给出各自的适用范围。

1 控制方程

张力腿被简化为两端简支的梁结构，假设顶端平台的运动是关于时间的简谐函数，采用 Han 和 Benaroya[7] 提出的非线性模型，忽略转动惯量和扭转效应

基金项目：国家重大专项‘荔湾 3-1 气田工程设计、建造、安装技术’(2008ZX05056-03)；天津大学自主创新基金；教育部博士点新教师基金(20100032120047)
收稿日期：2010-05-11 修改稿收到日期：2010-08-12
第一作者 徐万海 男，博士，讲师，1981 年生

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的影响，应用 Galerkin 法和模态展开原则，得到描述张力腿等细长的海洋工程结构参数激励系统的无量纲 Hill 方程[6]：

$$\ddot{v} + [\delta + \varepsilon r(t)]v = 0 \tag{1}$$

其中：

$$r(\tau) = \cos 2\tau - M\cos 4\tau \tag{2}$$

$$M = \frac{3}{4}\frac{V_a^2}{LU_a} \tag{3}$$

U_a，V_a 分别为平台垂荡和纵荡的幅值，L 为张力腿的长度。

2 Hill 方程的不稳定区域确定方法

Hill 方程的解会根据不同的 δ，ε 和 M 组合而变得稳定或者不稳定。由于水动力阻尼的存在，张力腿等一般不会发生参数失稳。但在不稳定区内，张力腿的动力响应幅值明显大于稳定区域内的结果，所以确定 Hill 方程不稳定区域是十分必要的。关于不稳定区的分析有很多种方法，其中摄动方法和傅里叶分析是比较常用的。

2.1 变形参数法[8]

令：

$$v(t,\varepsilon) = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \cdots \tag{4}$$

$$\delta = \delta_0 + \varepsilon\delta_1 + \varepsilon^2\delta_2 + \cdots$$

将式(4)代入 Hill 方程式(1)，根据 ε 的阶次整理：

$$\varepsilon^0: \ddot{v}_0 + \delta_0 v_0 = 0 \tag{5}$$

$$\varepsilon^1: \ddot{v}_1 + \delta_0 v_1 = -\delta_1 v_0 - v_0 r(t) \tag{6}$$

$$\varepsilon^2: \ddot{v}_2 + \delta_0 v_2 = -\delta_1 v_1 - \delta_2 v_0 - v_1 r(t) \tag{7}$$

方程(5)的解必须是周期为 π 或 2π 的周期函数：

$$v_0 = a\cos nt + b\sin nt \quad n = 0,1,2,\cdots \tag{8}$$

因此：

$$\delta_0 = n^2 \tag{9}$$

由于变形参数法确定 Hill 方程不稳定区时，随着 n 数值的增加计算量会变得相当可观。在此只讨论 $n=0$，1，2 的情况。

(1) $n=0$ 时

$\delta_0=0$，有 $v_0=a$，于是：

$$v_1 = -\delta_1 a - ar(t) \tag{10}$$

v_1 必须是周期的，因此 $\delta_1=0$，化简求解式(10)，并将 v_1 代入式(7)中：

$$\ddot{v}_2 = -\delta_2 a - \frac{a}{4}\cos^2 2t - \frac{a}{4}\frac{M^2}{4}\cos^2 4t + NST \tag{11}$$

其中 NST 为长期项，消去长期项，得到边界曲线为：

$$\delta = \left(-\frac{1}{8} - \frac{M^2}{32}\right)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \tag{12}$$

(2) $n=1$ 时

当 $n\neq 0$ 时，方程(5)的通解为：

$$v_0 = a\cos nt + b\sin nt \tag{13}$$

把式(13)代入式(6)：

$$\begin{aligned} v_1 + n^2 v_1 &= -\delta_1(a\cos nt + b\sin nt) - \\ &(a\cos nt + b\sin nt)(\cos 2t - M\cos 4t) = \\ &\delta_1 a\cos nt - \delta_1 b\sin nt - \frac{a}{2}\cos(n+2)t - \\ &\frac{a}{2}\cos(n-2)t + \frac{Ma}{2}\cos(n+4)t + \\ &\frac{Ma}{2}\cos(n-4)t - \frac{b}{2}\sin(n+2)t - \\ &\frac{b}{2}\sin(n-2)t + \frac{bM}{2}\sin(n+4)t + \\ &\frac{bM}{2}\sin(n-4)t \end{aligned} \tag{14}$$

当 $n=1$ 时，消去式(14)中的长期项：

$$a\left(-\delta_1 - \frac{1}{2}\right) = 0 \tag{15}$$

$$b\left(-\delta_1 + \frac{1}{2}\right) = 0 \tag{16}$$

1) $a=0$，$\delta_1=\frac{1}{2}$ 时

$$\ddot{v}_2 + v_2 = b\left[-\delta_2 - \frac{M+1}{32} - \frac{M(M+1)}{32} - \frac{M^2}{96}\right]\sin t + NST \tag{17}$$

消去式(17)中的长期项，边界曲线为：

$$\delta = 1 + \frac{1}{2}\varepsilon - \left(\frac{1}{32} + \frac{M}{16} + \frac{M^2}{24}\right)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \tag{18}$$

2) $b=0$，$\delta_1=-\frac{1}{2}$ 时：

$$\ddot{v}_2 + v_2 = b\left[-\delta_2 + \frac{M-1}{32} - \frac{M(M-1)}{32} - \frac{M^2}{96}\right]\cos t + NST \tag{19}$$

消去式(19)的长期项，边界曲线为：

$$\delta = 1 - \frac{1}{2}\varepsilon - \left(\frac{1}{32} - \frac{M}{16} + \frac{M^2}{24}\right)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \tag{20}$$

(3) $n=2$ 时

当 $n=2$ 时，消去式(14)中的长期项：

$$a\left(-\delta_1 + \frac{M}{2}\right) = 0 \tag{21}$$

$$b\left(-\delta_1 - \frac{M}{2}\right) = 0 \tag{22}$$

1) $a=0$，$\delta_1=-\frac{M}{2}$ 时

$$\ddot{v}_2 + 4v_2 = b\left[-\delta_2 - \frac{1}{48} - \frac{M^2}{128}\right]\sin 2t + NST \tag{23}$$

消去式(23)中的长期项，边界曲线为：

$$\delta = 4 - \frac{M}{2}\varepsilon - \left(\frac{1}{48} + \frac{M^2}{128}\right)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \tag{24}$$

2) $b=0$，$\delta_1=\frac{M}{2}$ 时

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\ddot{v}_2 + 4v_2 = a\left[-\delta_2 + \frac{5}{48} - \frac{M^2}{128}\right]\cos 2t + NST \quad (25)$$

消去式(25)中的长期项，边界曲线为：

$$\delta = 4 + \frac{M}{2}\varepsilon + \left(\frac{5}{48} - \frac{M^2}{128}\right)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \quad (26)$$

2.2　改进的变形参数法

应用变形参数法进行稳定区域的理论分析时，必须满足 $\varepsilon \ll 1$，很多情况下，$\varepsilon \ll 1$ 的假设并不满足，所以传统的变形参数法已经不再适用。很多学者对该方法进行了改进[9,10]，改进的变形参数法可以用来确定参数激励的幅值不是很小的 Hill 方程不稳定区。

设 δ 是 ε 的多项式函数，即：

$$\delta = \delta_0 + (\omega_1 - 2)\varepsilon + \omega'_2\varepsilon^2 + \omega'_3\varepsilon^3 + \cdots \quad (27)$$

式中：$\delta_0, \omega_1, \omega'_2, \omega'_3, \cdots$ 均为任意常数。由于 ε 可以不是小量，引入一个新的小参数：

$$\alpha = \frac{\omega_1\varepsilon}{1 + \omega_1\varepsilon} \quad (28)$$

且 $|\omega_1\varepsilon| < |1 + \omega_1\varepsilon|$，可以得到 ε 的表达式：

$$\varepsilon = \frac{(\alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \cdots)}{\omega_1} \quad (29)$$

于是式(27)可以写成：

$$\delta = \delta_0 + \frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1}\alpha + \omega_2\alpha^2 + \omega_3\alpha^3 + \cdots \quad (30)$$

式中：$\delta_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3, \cdots$ 均为任意常数。

令：

$$v = v_0 + \alpha v_1 + \alpha^2 v_2 + \alpha^3 v_3 + \cdots \quad (31)$$

把 ε, δ, v 的表达式代入式(1)中，比较 α 的同次幂项系数：

$$a^0: \ddot{v}_0 + \delta_0 v_0 = 0 \quad (32)$$

$$a^1: \ddot{v}_1 + \delta_0 v_1 = -\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1}v_0 - \frac{2}{\omega_1}v_0 r(t) \quad (33)$$

$$a^2: \ddot{v}_2 + \delta_0 v_2 = -\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1}v_1 - \omega_2 v_0 - \frac{2}{\omega_1}(v_0 + v_1)r(t) \quad (34)$$

运用变形参数法确定参数振动不稳定区相同的公式推导方法，最终得到相应的边界曲线表达式：

(1)　$n = 0$ 时

边界曲线为：

$$\delta = \left(-\frac{1}{8} - \frac{M}{32}\right)\alpha^3 + O(\alpha^3) \quad (35a)$$

其中 $\alpha = \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon}$，于是边界曲线表达式可以重新写为：

$$\delta = \left(-\frac{1}{8} - \frac{M}{32}\right)\left(\frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon}\right)^2 + O(\varepsilon^3) \quad (35b)$$

(2)　$n = 1$ 时

为消除方程中的长期项，需满足如下关系式：

$$\left(-\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_1}\right)A = 0 \quad (36)$$

$$\left(-\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_1}\right)B = 0 \quad (37)$$

1)　$A = 0$，$-\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_1} = 0$ 时

边界曲线为：

$$\delta = 1 + \frac{1}{3}\alpha + \left(\frac{1}{3} - \frac{(M + 1)^2}{72} - \frac{M^2}{216}\right)\alpha^2 + O(\alpha^3) \quad (38)$$

其中 $\alpha = \frac{3\varepsilon}{1 + 3\varepsilon}$。

2)　$B = 0$，$-\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_1} = 0$ 时

边界曲线为：

$$\delta = 1 - \alpha - \left(1 + \frac{(M - 1)^2}{8} - \frac{M^2}{24}\right)\alpha^2 + O(\alpha^3) \quad (39)$$

其中 $\alpha = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}$。

(3)　$n = 2$ 时

为消除方程中的长期项，需满足如下关系式：

$$\left(-\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} + \frac{M}{\omega_1}\right)A = 0 \quad (40)$$

$$\left(\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} + \frac{M}{\omega_1}\right)B = 0 \quad (41)$$

1)　$A = 0$，$\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} + \frac{M}{\omega_1} = 0$ 时

边界曲线为：

$$\delta = 4 - \frac{M}{2 - M}\alpha - \left(\frac{M}{2 - M} + \frac{1}{12(2 - M)^2} + \frac{M^2}{32(2 - M)^2}\right)\alpha^2 + O(\alpha^3) \quad (42)$$

其中 $\alpha = \frac{(2 - M)\varepsilon}{1 + (2 - M)\varepsilon}$。

2)　$B = 0$，$-\frac{(\omega_1 - 2)}{\omega_1} + \frac{M}{\omega_1} = 0$ 时

边界曲线为：

$$\delta = 4 + \frac{M}{2 + M}\alpha - \left(\frac{M}{2 + M} + \frac{5}{12(2 + M)^2} - \frac{M^2}{32(2 - M)^2}\right)\alpha^2 + O(\alpha^3) \quad (43)$$

其中 $\alpha = \frac{(2 + M)\varepsilon}{1 + (2 + M)\varepsilon}$。

2.3　傅里叶分析法

当 δ 和 ε 是小参数时，Hill 方程的不稳定区域根据摄动方法可以获得，但是实际的海洋环境条件下，δ 和 ε 不再是小参数，变形参数方法不再适用，而改进的变形参数方法仅仅能分析 $\varepsilon \sim 1$ 的情况，大参数情况下同样不适用。所以需要采用傅里叶分析法来确定 Hill 方

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

程不稳定区域。

当 δ 是方程(1)的可列特征值时，下面的周期解满足式(1)[11]

$$v_n(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n}\cos 2n\tau \tag{44}$$

(周期为 π 的偶数解)

$$v_n(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1}\cos(2n+1)\tau \tag{45}$$

(周期为 2π 的偶数解)

$$v_n(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}\sin 2n\tau \tag{46}$$

(周期为 π 的奇数解)

$$v_n(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n+1}\sin(2n+1)\tau \tag{47}$$

(周期为 2π 的奇数解)

把方程(44)、(45)、(46)和(47)代入式(1)，相应的 $\cos(2n\tau)$，$\cos(2n+1)\tau$，$\sin(2n\tau)$ 和 $\sin(2n+1)\tau$ 各项前面系数等于 0，经过整理，得到无穷项的行列式关系如下:

$$\begin{bmatrix} \delta & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \varepsilon & \delta-4 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-16 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-4(n-2)^2 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} \\ 0 & \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-4(n-2)^2 & \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-4n^2 \end{bmatrix} = 0 \tag{48}$$

$$\begin{bmatrix} \delta-4+\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\varepsilon}{2} & \delta-16 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-36 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-4(n-2)^2 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} \\ 0 & \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-4(n-2)^2 & \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-4n^2 \end{bmatrix} = 0 \tag{49}$$

$$\begin{bmatrix} \delta-1+\frac{\varepsilon}{2} & \frac{\varepsilon}{2}-\frac{\varepsilon M}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\varepsilon}{2}-\frac{\varepsilon M}{2} & \delta-9 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-25 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-(2n-5)^2 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} \\ 0 & \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-(2n-3)^2 & \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-(2n-1)^2 \end{bmatrix} = 0 \tag{50}$$

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

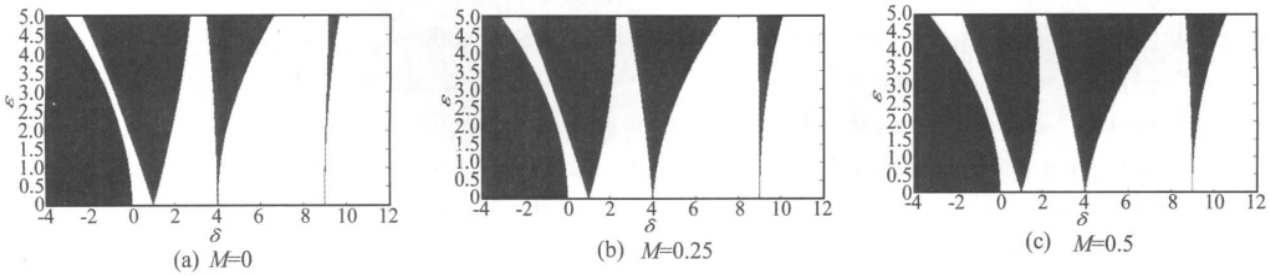
$$\begin{bmatrix} \delta-1-\frac{\varepsilon}{2} & \frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon M}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon M}{2} & \delta-9 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-25 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-(2n-5)^2 & \frac{\varepsilon}{2} & -\frac{\varepsilon M}{2} \\ 0 & \cdots & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-(2n-3)^2 & \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{\varepsilon M}{2} & \frac{\varepsilon}{2} & \delta-(2n-1)^2 \end{bmatrix} = 0 \qquad (51)$$

可以根据实际工程设计需要，截取有限项 n，应用简单的数值方法可以得到 Hill 方程的不稳定区图像。

3　Hill 方程的不稳定区图像

应用 MATLAB 软件画出变形参数法以及改进的变形参数法得到的 Hill 方程不稳定区，分别取 $M=0$，$M=0.25$，$M=0.5$，图 1 和图 2 分别给出了用上述两种摄动方法得到的 Hill 方程的前 3 阶不稳定区。

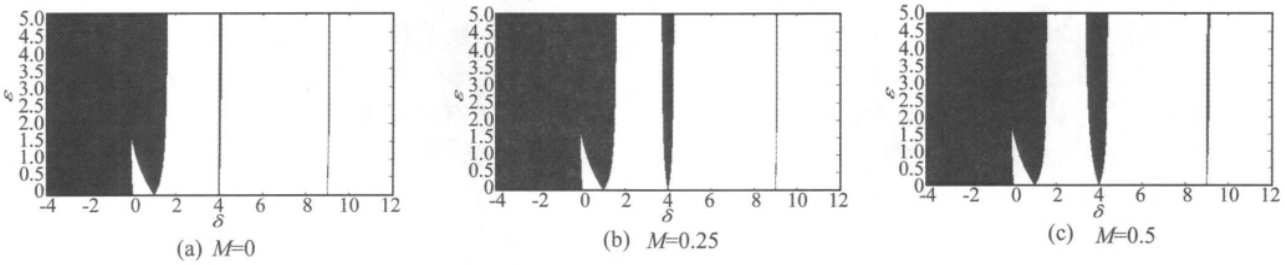
然后给出傅里叶分析方法获得的不稳定区。为了简化计算过程，同时保证最终结果的正确性和足够的精度，截取式(48)～式(51)中的有限 10 项，分别取 $M=0$，$M=0.25$，$M=0.5$，应用 MATLAB 软件编程，画出大参



(a) M=0　(b) M=0.25　(c) M=0.5

图 1　变形参数法得到的大参数情况下的 Hill 不稳定区图像(阴影区域为不稳定区)

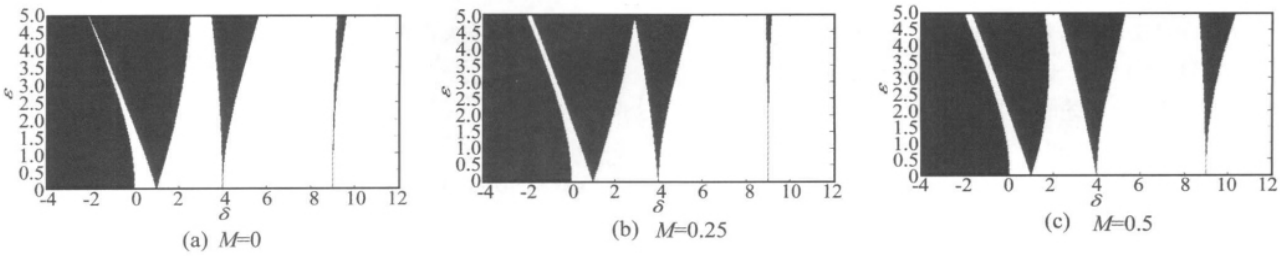
Fig. 1 Hill instability chart up to large parameters by L-P method (shade regions are unstable)



(a) M=0　(b) M=0.25　(c) M=0.5

图 2　改进变形参数法得到的大参数情况下的 Hill 不稳定区图像(阴影区域为不稳定区)

Fig. 2 Hill instability chart up to large parameters by modified L-P method (shade regions are unstable)



(a) M=0　(b) M=0.25　(c) M=0.5

图 3　傅里叶分析法得到的大参数情况下的 Hill 不稳定区图像(阴影区域为不稳定区)

Fig. 3 Hill instability chart up to large parameters by Fourier analysis method (shade regions are unstable)

(下转第 93 页)

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

后胎面相对于轮胎的最大位移量和最小位移量,若这两个位移量重合,则说明胎面在此车速下的振动是收敛;若不重合,则说明胎面在此车速下能产生稳定的自激振动,最大位移量与最小位移量的差值即为自激振动的振幅。因此可以从图中看出,当车速在 80 km/h ~ 370 km/h 范围内时胎面能产生自激振动,并且自激振动的剧烈程度先逐渐增大再逐渐减小,车速超过 370 km/h 后胎面不再产生自激振动。

5 结　论

从反映出的振动特性来看,此 ADAMS 模型能反映悬架参数和轮胎定位参数的变化与胎面自激振动行为的相互影响关系,证明了多刚体系统动力学模型的建立过程中所进行的模型简化是合理的。一方面,通过建模改进可使 ADAMS 模型尽可能接近实际的系统状态,反映出更多的系统特性;而另一方面,为了进行进一步的数学理论分析,突出影响胎面自激振动的主要因素,则需要多刚体系统动力学微分方程组进行更多的简化。因此,ADAMS 模型可以很好地验证对理论模型的简化是否合理,为数学分析提供良好的模型验证。

参 考 文 献

[1] 彭旭东,谢友柏,郭孔辉. 轮胎摩擦学的研究与发展 [J]. 中国机械工程,1999, 2(2): 215 - 219.

[2] 黄海波,靳晓雄,丁玉兰. 轮胎偏磨损机理及数值解析方法研究 [J]. 同济大学学报(自然科学版),2006,34(2): 234 - 238.

[3] 郭　伟,何　仁. 基于减少轮胎磨损的悬架初始定位参数的优化 [J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2002, 9(5): 49 - 53.

[4] Ftire G M. Flexible ring time model reference [M]. Esslingen: [sn],2003.

[5] Walters M H. Uneven wear of vehicle tires [J]. Tire Science and Technology,1993,21(4):202 - 219.

[6] Sueoda A, Ryu T. Polygonal wear of automobile tire [J]. JSME,1997,40(2):209 - 217.

[7] 黄　铧,左曙光,杨宪武,等. 基于 LuGre 摩擦模型的轮胎自振系统数值分析 [J]. 计算机辅助工程, 2009,18(4): 19 - 23.

[8] Wu X D, Zuo S G, Lei L. A three degree-of-freedom dynamic modeling of twist beam suspension-tire system [C]. 2009 IEEE Intelligent Vehicle Symposium.

[9] 杨宪武,左曙光,雷　镭,等. 基于胎面 - 路面摩擦自激的轮胎非线性振动建模仿真 [J]. 振动与冲击, 2010, 29(5): 211 - 214.

(上接第 83 页)

数情况下方程(1)的不稳定图,δ 和 ε 的取值范围限定在 0 到 20,图 3 给出了 Hill 方程(1)的前 3 阶不稳定区。对比图 1、图 2 和图 3 可以发现,大参数情况下,Hill 方程(1)的不稳定区相比于小参数情形,具有明显的不同。

4 结　论

本文给出了三种不同的确定 Hill 方程不稳定区方法、分别为变形参数法、改进变形参数法及傅里叶分析法,通过对三种方法优缺点的对比,可以得到如下结论:

(1) 参数激励系统的控制方程是小参数的 Hill 方程时,可以采用变形参数法、改进变形参数法分析其不稳定特性,分析结果具有较高的精度。但计算量会随着不稳定区阶数的提高,变得十分巨大。

(2) 参数激励系统的控制方程不是小参数的 Hill 方程时,需要采用傅里叶分析法讨论其解的不稳定性,实际计算表明,傅里叶分析法可以根据需求得到高阶不稳定区,并且其思路简单,计算量不大,建议在张力腿、立管等细长海洋结构的设计计算过程中采用。

参 考 文 献

[1] Moe G, Stromsem K C, Fylling I. Behaviour of risers with internal flow under various boundary conditions [C]. Proceedings of the Fourth International Offshore and Polar Engineering Conference, 1994,2:258 - 262.

[2] Patel M H, Park H I. Combined axial and lateral responses of tensioned buoyant platform tethers [J]. Engineering Structure, 1995,17: 687 - 695.

[3] Park H I, Jung D H. A finite element method for dynamic analysis of long slender marine structures under combined parametric and forcing excitations [J]. Ocean Engineering, 2002,29: 1313 - 1325.

[4] Chatjigeorgiou I K. On the parametric excitation of vertical elastic slender structures and the effect of damping in marine applications [J]. Applied Ocean Research, 2004, 26: 23 - 33.

[5] Chatjigeorgiou I K, Mavrakos S A. Nonlinear resonances of parametrically excited risers numerical and analytic investigation for $\Omega = 2\omega_1$ [J]. Computers and Structures, 2005,83: 560 - 573.

[6] Xu W H, Zeng X H, Wu Y X. Hill instability analysis of TLP tether subjected to combined platform surge and heave motions [J]. China Ocean Engineering, 2008, 22(4): 533 - 546.

[7] Han S M, Benaroya H. Nonlinear coupled transverse and axial vibration of a compliant structure 1: formulation and free vibration [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 237(5): 837 - 873.

[8] Nayfeh A H. Introduction to Perturbation Technique [M]. New York: Wiley, 1981.

[9] 袁镒吾,张　伟. 参数激励的幅值不是很小时 Mathieu 方程的一种解法 [J]. 应用力学报,2000,17(3),128 - 132.

[10] 张海燕,唐友刚,谢文会, 用改进的变形参数法求解强参数激励 Mathieu 方程 [J]. 天津大学学报,2006,39(11), 1289 - 1292.

[11] Patel M H, Park H I. Dynamics of tension leg platform tethers at low tension-part 1: Mathieu stability at large parameters [J]. Marine Structures, 1991, 4: 257 - 273.

© 1994-2011 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net