

热声交变流动中浮力效应理论分析

刘秋生 韩君庆 刘 荣

(中国科学院微重力重点实验室, 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘 要 热声交变流动是热声热机的工作基础, 研究交变流动机理有助于人们认识热声热机的工作过程。鉴于前人的理论分析一般没有考虑浮力效应的影响, 本文从流体热动力学的角度研究了浮力对流与热声交变流动的耦合规律。基于线性理论方法, 给出了考虑浮力项和热对流 Rayleigh 数的热声线性理论模型, 分析了浮力效应对平行交变流动的影响, 发现热对流的存在明显影响交变流动速度分布及其“环形效应”。

关键词 交变流动; 环形效应; 浮力效应; 热声; 线性理论

中图分类号: TK123 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-231X(2011)10-1749-04

Theoretical Analysis of Buoyancy Effects in Thermoacoustic Oscillating Flow

LIU Qing-Sheng HAN Jun-Qing LIU Rong

(Key Laboratory of Microgravity/CAS, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract Oscillating flow is the base research of thermoacoustic engine. Analyzing oscillating flow mechanism can help us understand the working process of thermoacoustic engine. Former theoretical analysis did not consider buoyancy effects. In present paper, the coupling mechanism of thermoacoustic oscillating flow and natural convection is analyzed theoretically. A thermoacoustic linear theory model considering buoyancy effect (Rayleigh number) is presented and evident effects of natural convection on the ‘velocity distribution’ are found by using linear theory method.

Key words oscillating flow; annular effect; buoyancy effects; thermoacoustic; linear theory

0 引 言

关于交变流动管内的速度分布理论及实验研究已有很多年的历史, 有很多学者对管内振荡流动进行了研究。1929 年, Richardson^[1] 首次测量了交变流动管内的速度分布, 发现了所谓的“环形效应”: 在充分发展层流条件下, 管内发生高速交变流动时, 轴向最大速度出现在管壁附近, 而不像稳定流动出现在管中心。1956 年, Uchida S^[2] 在假定流体为不可压缩流体的前提下, 采用线性理论分析, 给出了充分发展、层流交变流动管内速度分布的解析解, 其中包含直流分量和高次谐波, 并通过管内速度分布的解析解分析了耗散引起的能量损失。肖家华^[3] 在国内首先开展了热声模型的理论研究工作, 在建模方面取得一系列进展, 并且采用摄动法, 假定压力速度波均为正弦波的前提下, 对可压缩流体求解方程, 给出了一系列解析解。近期, 康慧芳等^[4] 理论分析了管内流体交变流动速度分布, 给出了充分发展、层流交变流动管内速度分布的解析解和谐振状

态下的横向速度分布函数。上述研究工作都揭示了交变流动的速度分布具有“环形效应”特征。然而实际的热声热机一般都处于重力场中, 由于系统中存在温度梯度会引起重力驱动的自然对流, 影响热声交变流动特性, 从而影响热声热机的工作性能, 尤其是对于器件长度和体积都比较大时^[5]。因此, 需要从理论上分析和研究热声交变流动与热自然对流(浮力效应)的耦合机理, 弥补前人在该问题理论研究方面的不足。本文采用线性热声理论, 通过无量纲分析对线性方程组进行简化, 推导出了考虑热对流时的交变流动速度分布, 并与不考虑浮力热对流(纯交变流动)工况下的流动速度分布进行了定量比较和分析。

1 物理模型与线性理论分析

本文采用的理论模型如图 1 所示。两平板间充满流动的可压缩气体, 气体在二维平板间沿 x 方向

收稿日期: 2011-01-16; 修订日期: 2011-09-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.50890182; No.11072249)

作者简介: 刘秋生 (1959-), 男, 北京人, 研究员, 博士, 主要从事流体力学与流动稳定性研究。

交变流动, 并沿 x 方向存在温度梯度, 重力沿 x 方向。在长为 H 的平板间存在温度梯度, 左端温度 T_c , 右端 T_H 。假设研究气体为理想气体, 气体交变流动振幅较小, 可视为层流。

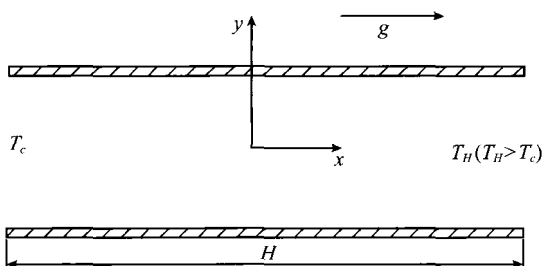


图 1 平板间交变流动模型

Fig. 1 Oscillating flow model in panel

本文采用二维可压缩连续方程, N-S 动量方程, 能量方程和状态方程求解速度场、压力场和温度场, 如下所示:

$$\begin{aligned} \frac{D\rho}{Dt} + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) &= 0 \\ \rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \Delta u + \rho g \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \Delta v \\ \rho c_p \frac{DT}{Dt} &= T\beta \frac{DP}{Dt} + \varphi + k \Delta T \\ dT &= dP(c_p + c_0^2 T \beta) / (\beta \rho c_p c_0^2) - dp / (\rho \beta) \end{aligned} \quad (1)$$

上述方程组中 ρ 为密度, μ 为动力学黏性系数, u 、 v 为速度, p 为压力, c_p 为比定压热容, T 为温度, φ 为热耗散项, k 为热传导系数, β 为体积膨胀系数, 以及 g 表示重力加速度 (假设小振幅参量可近似时均参量与波动量之和^[6,7])。由于沿壁面速度为零, 密度、温度和速度可分别为如下形式:

$$\begin{aligned} P(x, y, t) &\approx P_0 + \hat{P}_1(x, y, t) = \\ &P_0 + \text{Re}[P_1(x, y)e^{i\omega t}] \\ \rho(x, y, t) &\approx \rho_0(x) + \hat{\rho}_1(x, y, t) = \\ &\rho_0(x) + \text{Re}[\rho_1(x, y)e^{i\omega t}] \\ T(x, y, t) &\approx T_0(x) + \hat{T}_1(x, y, t) = \\ &T_0(x) + \text{Re}[T_1(x, y)e^{i\omega t}] \\ \vec{V}(x, y, t) &\approx \hat{\vec{V}}_1(x, y, t) = \text{Re}[\vec{V}_1(x, y)e^{i\omega t}] \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\vec{V}(x, y, t) = \vec{u}(x, y, t) + \vec{v}(x, y, t)$ 。

上述公式中的标注下标 1 的变量是波动量, 下标 0 的变量表示的是时均量。经典热声理论气体作小振幅振动, 板宽为 u_1 的 x 方向梯度比 y 方向梯度小得多, 所以 u_1 只考虑 y 方向的变化。

对方程组 (1) 线性化, 选取下列无量纲参数 $u_1^* = Hu_1/\kappa, y^* = y/H, t^* = \kappa t/H^2$,

$$\rho_1^* = \rho_1/\rho_0, P_1^* = H^2 P_1/\rho_0 \kappa^2, \theta^* = \frac{T_1 - T_c}{T_H - T_c}$$

对方程组进行无量纲化, 带入一阶波动量得到 (省略方程组中变量上面的无量纲标号 *):

$$i\omega \rho_1 + u_1 \frac{\rho_h - \rho_c}{\rho_0} + \frac{\partial u_{1i}}{\partial x_i} = 0$$

$$i\omega u_1 = -\frac{dP_1}{dx} + Pr \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + Ra Pr \theta \quad (3)$$

$$(i\omega \theta - u_1) = \frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)} i\omega P_1 + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$$

$$(T_H - T_c)\theta + T_c = P_1 \kappa^2 \gamma / (H^2 \beta_0 c_0^2) + \rho_1 / \beta_0$$

上述方程中的无量纲数分别为:

$$Ra = g\beta(T_H - T_c)H^3/(\nu\kappa), Pr = \nu/\kappa, \frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)}$$

其中, γ 为比热比; κ 为热扩散系数。

在边界条件处理上, 假设上下壁面处的速度满足无滑移边界条件, 温度满足绝热条件, 由此可以得到系统的无量纲边界条件:

$$u_1(1) = 0, u_1(-1) = 0, \theta'(1) = 0, \theta'(-1) = 0 \quad (4)$$

2 计算结果与分析

方程组 (3) 中的动量方程和能量方程相互关联, 联立求解动量方程和能量方程, 可以得出速度变量的表达式:

$$u_1 = f_1(Ra, Pr, \omega, \frac{dP_1}{dx}, \frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)} P_1, y)$$

对这个多变量的表达式, 可以假定某些量已知而考察特定的量变化的影响。

2.1 纯交变流动的速度分布 (“环形效应”)

不考虑浮力对流 ($Ra=0$) 时纯交变流动的速度分布一般存在 “环形效应”^[1,4]。这里取计算参数为: $Pr=0.75, \frac{dP_1}{dx}=1, \frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)} P = 0$, 我

们假设 $Ra = 0$, 所得不同 ω 值时的交变流动截面速度分布如图 2 所示, 从左到右交变流动频率 ω 依次为 2, 20, 200。由此可以看出随着 ω 的增加, 流动速度分布逐渐出现 “环形效应”。上述结果也验证了本文给出的方程组 (3) 的正确性。

2.2 截面速度分布随 Ra 数的变化

图 3 给出了截面速度随 Ra 数的变化趋势。从左到右, Ra 数依次为 $Ra=2 \times 10^4$, $Ra=2 \times 10^5$, $Ra=2 \times 10^6$, 这里计算结果取的参数为: $\frac{dP_1}{dx}=0.05$, $Pr=0.75$, $\omega=200$, $\frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)} P_1 = 0.05$ 当 Ra 数较小

时, 自然对流影响还较小, 截面速度分布呈现交变流动的环形效应, 但是随着 Ra 数的增加, 近壁面处逐渐出现速度的变化, 速度分布相比较环形效应来看, 逐渐出现多波峰波谷的情况, 形式复杂。

2.3 截面速度分布随压力项取值的变化

在一定系统交变频率 ω 下, 图 4 给出了能量控

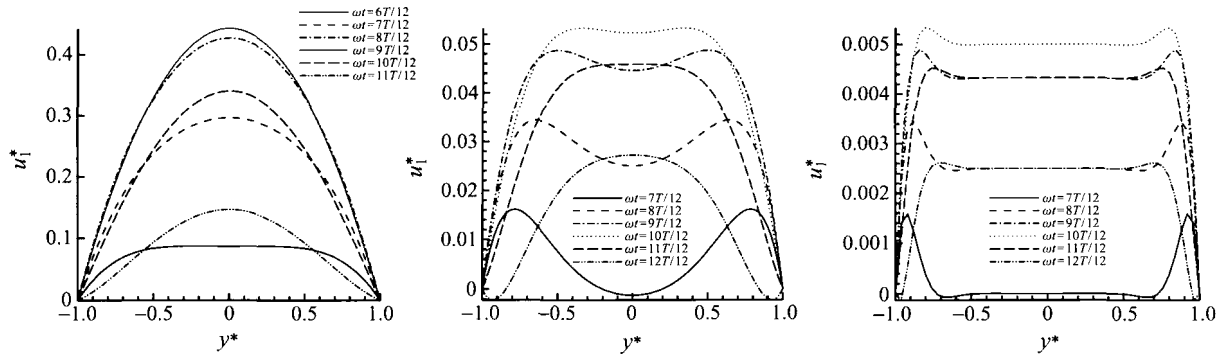


图 2 不同 ω 的截面速度分布

Fig. 2 Transverse velocity distribution in different ω

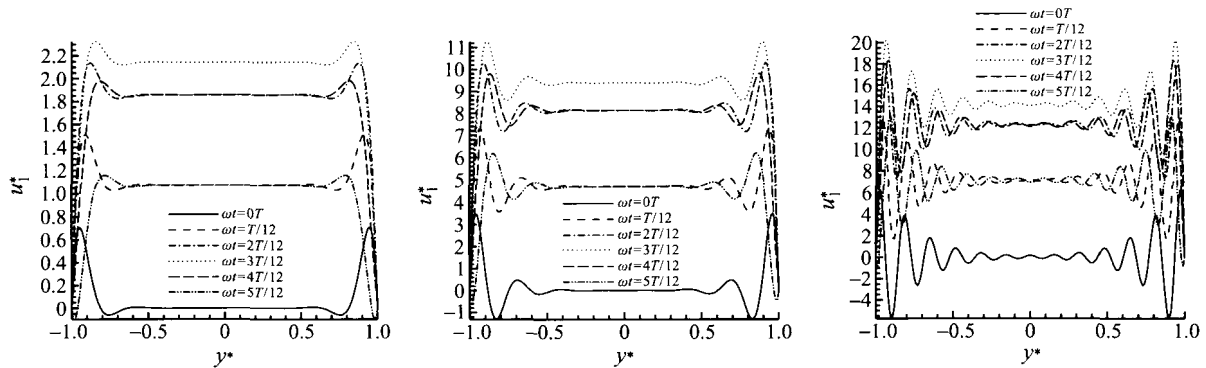


图 3 不同 Ra 数的截面速度分布

Fig. 3 Transverse velocity distribution in different Ra .

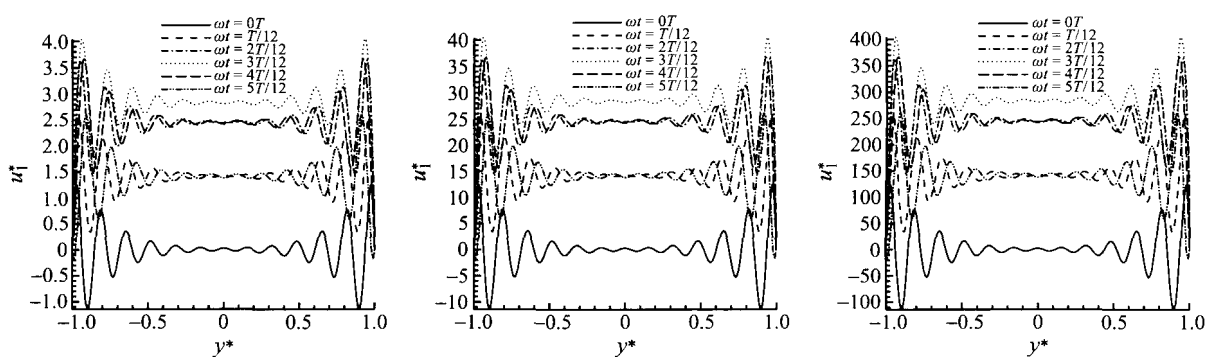


图 4 不同 $\frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)} P_1$ 的截面速度分布

Fig. 4 Transverse velocity distribution in different $\frac{T_0 \beta_0 \kappa^2}{c_{p,0} H^2 (T_H - T_c)} P_1$

制方程中 $\frac{T_0\beta_0\kappa^2}{c_{p,0}H^2(T_H - T_c)}P_1$ 值不同时, 速度的截面分布。其它计算参数取值如下: $\frac{dP_1}{dx} = 1$, $Pr = 0.75$, $\omega=300$, $Ra=2\times 10^6$ 。从左到右对应的 $\frac{T_0\beta_0\kappa^2}{c_{p,0}H^2(T_H - T_c)}P_1$ 项的数值分别为 0.01, 0.1 和 1。从图中可以看出, 随着 $\frac{T_0\beta_0\kappa^2}{c_{p,0}H^2(T_H - T_c)}P_1$ 的不同, 速度幅值变化很大, 可见该压力项对速度分布起很重要的作用。

3 结 论

本文理论分析了浮力对流对热声交变流动速度分布的影响, 发现不同于环形效应的截面速度分布新现象。基于线性热声理论分析方法, 在考虑了浮力对流项后, 控制系统的动量方程和能量方程始终耦合在一起, 需联立求解交变流动的截面速度分布和温度分布, 无法像以前一样给出简单的速度分布表达式。对其中几个关键项进行分析后发现了如下新结果:

1) 不考虑浮力效应时, 前人对交变流动速度分布的理论分析中只是考虑 P_1 导数项对速度分布的影响, 而没有考虑 P_1 项的作用。当考虑浮力对流时, 我们的理论分析发现 P_1 项和其导数项 dP_1/dx 共同对速度分布起作用;

2) 随着 Ra 数的增大, 浮力对流增强, 速度分

布的环形效应被破坏, 近壁面处出现多峰值现象;

3) 在一定的系统交变频率 ω 下, 能量方程中 $\frac{T_0\beta_0\kappa^2}{c_{p,0}H^2(T_H - T_c)}P_1$ 项对交变流动的速度分布影响明显, 该项值很小的变化会造成交变流动速度幅值的很大变化。

参 考 文 献

- [1] Richardson E G, Tyler E. Transverse Velocity Gradient Near the Muths of Pipes in Which an Alternating or Continuous Flow Air is Established [J]. Proc Phys Soc, London, 1929, 42: 1-15
- [2] Uchida S. Pulsating Viscous Flow Superposed on the Steady Laminar Motion [J]. ZAMP, 1956, 17: 403-422
- [3] 肖家华. 热声效应与回热式制冷机 (热机) 的热声理论 [D]. 北京: 中国科学院, 1990
XIAO Jiahua. Thermoacoustic Effect and Thermo0-Acoust- Ic Theory of Regeneration Refrigeration [D]. BeiJing: Chinese Academy of Sciences, 1990
- [4] 康慧芳, 李青. 管内流体交变流动速度的横向分布研究 [J]. 低温工程, 2007(3): 11-15
KANG Huifang, LI Qing. Transverse Distribution of Axial Velocity on Oscillating Flow in Circular Tube [J]. CRYOGENICS, 2007(3): 11-15
- [5] Thummes G, Schreiber M, Landgraf R, et al. Convective Heat Losses in Pulse Tube Coolers: Effect of Pulse Tube Inclination [J]. Cryocoolers, 1997, 9: 393-402
- [6] Swift G W. Thermoacoustics: A Unifying Perspective for some Engines and Refrigerators [M]. Acoustical Society of America Publications, Sewickley PA, 2002
- [7] Rott N. Thermoacoustics [J]. Adv Appl Mech, 1980, 20: 135-175