Cartesian 网格结合无网格法处理的二维柱体绕流及动边界问题数值模拟

李现今[1,2]，杨国伟[2]
(1. 陆军航空兵学院，北京 100123；2. 中国科学院 力学研究所，北京 100190)

摘 要： 发展了基于四叉树数据结构的网格生成和二维流动的 N－S 方程数值求解器及动边界问题的 Euler 方程求解方法。采用压力梯度或者密度梯度的绝对值作为网格自适应的控制参量，同时采用基于最小二乘法的无网格方法处理对于一般 Cartesian 网格难于处理的物面边界条件。采取了绕方柱流动和绕圆柱流动的经典算例对所发展的方法进行了验证。计算的结果验证了所发展的方法在处理绕流流动时的合理性和有效性。采用 Naca0012 翼型的几种工况验证了所发展的动网格技术在处理无粘流动的合理性和可行性。从而为数值模拟具有复杂几何外形的流动提供了一种网格布局合理、高效，边界处理简单易行的新思路。

关键词： Cartesian 网格；无网格法；动边界；数值模拟
中图分类号： O354.1 **文献标识码：** A

Numerical simulation for 2-D flows over a cube or a cylinder and moving boundary problems based on adaptive Cartesian grid with a gridless method

LI Xian-jin[1,2], *YANG Guo-wei*[2]
(1. Army Aviation Institute, Beijing 100123, China; 2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: A quadtree-based adaptive Cartesian grid generation and a flow solver for 2-D flow of Navier-Stokes equations and solutions to Euler equation with a moving boundary were developed . The grid adaptation based on pressure or density gradient was performed and a gridless or meshless method based on the least-square fashion was used to treat a wall surface boundary condition handled difficulty with a common Cartesian grid. Firstly, to validate the technique of grid adaptation, the flows over a cube were computed. Secondly, the flows over a cylinder were calculated to validate the developed gridless method. Thirdly, Euler solutions of Naca0012 wing under three working cases were solved and computed with moving grid with gridless method. The computational results indicated the developed methods are reasonable for complex flows. So these methods provides a new idea to simulate flows over objects with complex geometric shepes using more reasonable distribution of grids and easier boundary treatment.

Key words: Cartesian grid; gridless method; moving boundary; numerical simulation

绕流问题在工程实际中常可遇到，如风对各种建筑物的绕流，河水流过桥墩，各种飞行器的设计，海洋石油工程中的开采平台、钻杆、水下输油管道等。在工业设备中绕流现象更是经常发生，如各类管壳式换热器。因此掌握流体绕物体流动的特性对工程实际和工业设备的设计非常重要。长期以来一直是学者们研究的热点问题，其中尤其以绕圆柱体和方柱体的流动最为常见和重要，这不仅因为它在工程技术中应用最广，而且研究它也是了解其他各种柱状钝体绕流的基础。绕方柱混合对流的研究是一个涉及到钝物体绕流和传热两方面相结合的课题。在过去的几十年里，该问题引起了众多的应用数学家、流体动力学家和传热学研究人员的极大关注。从学术研究的角度来看，绕方柱混合对流的基础是冷态条件下绕方柱流动流场的确定，它涉及到钝体绕流流动与分离、尾涡形成与变化的规律等涡旋动力学基础理论问题[1]。从工程应用的角度来看，深入研究由尖缘矩形横截面柱体所受到的绕流流体气动力载荷及其变化激起的流致振动问题是海洋工程和风工程等应用工程的需要。研究圆柱绕流问题在工程实际中也具有很重要的意义。如水流对桥梁、海洋钻井平台支柱、海底输运管线、桩基码头等的作用中，风对塔建筑、化工塔设备、高空电缆等的作用中，都有重要的工程应用背景。因此，对圆柱绕流进行深入研究，了解其流动机理和水动力学规律，不仅具有理论意义，还具有明显的社会经济效益。

基金项目：国家“九七三”计划项目(2011CB711100)；国家科技支撑计划项目(2009BAG12A03)资助
收稿日期：2012－03－20 修改稿收到日期：2012－05－14
第一作者 李现今 男，博士生，1978 年生

随着 CFD 的发展,有关复杂几何外形的流场分析计算以及如何采用动网格技术更加贴近物理实际的模拟运动边界问题已经成为人们极为关心的问题。而合理设计并生成高质量的网格是 CFD 计算的前提条件。目前,处理复杂几何外形的 CFD 网格类型主要有如下三种: 贴体的结构网格、非结构网格和 Cartesian 网格。事实上,对于结构的 Cartesian 网格由于其在网格生成方面的简易、快速等优点,在 CFD 发展的初期得到了广泛的应用,然而,由于其在处理固壁表面边界问题上的复杂性与低效性,很快又被贴体曲线网格所替代。近来,非结构的 Cartesian 网格由于采用的是四叉树的简单数据结构,易于结合网格自适应技术,其又重新引起了人们对 Cartesian 网格的普遍兴趣。然而,如何合理的处理复杂的物面边界条件仍然是 Cartesian 网格技术的一个关键问题。因此本文基于四叉树数据结构[2-3],发展了一种普遍适用于二维外形的 Cartesian 网格生成方法,运用对任意网格的切割细分算法,实现了针对几何外形的网格自动生成,使得网格生成更具灵活性和适用性; 同时采用无网格方法[4-8] 解决了 Cartesian 网格难以处理的物面边界问题,避免了通常采用的复杂物面切割方法[9],此方法直接利用最小二乘法获得通量变量的值并且能够较好的处理物面附近网格点的复杂分布,具有简单明了、适用范围广等优点。因此本文将 Cartesian 网格方法和无网格方法相结合,利用 Cartesian 网格法处理计算区域内部网格点,而将无网格法用于处理物面边界条件。空间格式采用有限体积 Roe 格式,时间格式采用修正的四步 Runge - Kutta 时间推进方法,并且结合网格自适应,求解了二维复杂流场的 Navier-Stokes 方程,实现了流场的自适应算法,并将此种方法发展到用于处理移动边界的 Euler 流场数值模拟。与通常所采用的结构网格和非结构网格法相比,此方法大大改善了空间网格的分布,使得数值计算的分辨率、模拟效果及计算效率有了明显的提高。并将所发展的方法用于计算绕方柱流动和绕圆柱流动,所得的结果与相关文献[6,10-14] 的结果进行对比,及无粘的 Naca0012 翼型 Euler 流场计算,并与相关结果对比。进而验证了此方法在处理复杂物面边界条件下流动的合理性和有效性,也证明了 Cartesian 网格所具有的计算效率高、自适应能力强等优点。从而为 Cartesain 网格技术的未来发展提供了一种新的思路。

1　数值计算方法

1.1　二维 Navier-Stokes 方程组

当不考虑外加热和彻体力的影响时,直角坐标系下的二维可压非定常 Navier-Stokes 方程组的守恒积分形式为:

$$\frac{\partial}{\partial t}\oint_S Q\mathrm{d}S + \int_{\partial S} F\cdot n\mathrm{d}l = 0 \tag{1}$$

式中,Q 为守恒向量,F 为矢通量,S 表示面积区域,∂S 为 S 的边界,n 为边界的外法向量,并且:

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}$$

$$F = F_c - F_v = (F_{cx} - F_{vx},\ F_{cy} - F_{vy})。 \tag{2}$$

矢通量 F 分解成对流矢通量 Fc 和粘性矢通量 Fv 两部分(如果没有粘性矢通量 Fv 即为 Euler 方程) ,各矢通量的具体表达式如下:

$$F_{cx} = \begin{pmatrix} \rho u \\ (\rho u^2 + p) \\ \rho uv \\ \rho uE + up \end{pmatrix},\quad F_{cy} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ (\rho v^2 + p) \\ \rho vE + vp \end{pmatrix}$$

其中: p, ρ, u, v, E 分别为压力,密度,直角坐标系下的速度分量和单位质量气体的总能量。

$$F_{vx} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \Pi_x \end{pmatrix},\quad F_{vy} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \Pi_y \end{pmatrix} \tag{3}$$

式中:

$$\Pi_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x$$
$$\Pi_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_y, \tag{4}$$

粘性应力项分别为:

$$\tau_{xx} = 2\mu u_x - \frac{2}{3}\mu(u_x + v_y)$$
$$\tau_{yy} = 2\mu v_y - \frac{2}{3}\mu(u_x + v_y)$$
$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu(u_y + v_x) \tag{5}$$

热流量与温度梯度的关系符合 Fourier 定律,即:

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x},\quad q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} \tag{6}$$

对于理想气体,有状态方程:

$$p = \rho RT,\quad h = c_p T \tag{7}$$

单位质量气体的总能量为:

$$E = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \tag{8}$$

动力粘性系数 μ 是温度和压力的函数,在层流状态下通过 Sutherland 公式计算,即

$$\frac{\mu}{\mu_0} \approx \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.5}\left(\frac{T_0 + T_s}{T + T_s}\right) \tag{9}$$

式中,$T_0 = 273.16$,对于空气,有 $\mu_0 = 1.716 \times 10^{-5}$ Pa·s, $T_s = 124\ K$。

对于各向同性流体,导热系数 k 无方向性,仅随温度和压力变化,通过引入 Pr 数来确定,即:

$$k=\frac{\mu c_p}{\Pr}=\frac{\mu\gamma R}{(\gamma-1)\Pr}。\quad(10)$$

对于空气,在层流状态下可取 $\Pr=0.72$,c_p和 R 分别为质量定压热容和气体常数。对于空间的离散采取的是 Roe 格式:

$$\tilde{F}_{i+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}[F(U_l)+F(U_r)]-\frac{1}{2}L^{-1}|\tilde{\Lambda}|L(U_r-U_l)\quad(11)$$

对于时间的离散方式采用的是四步 Runge-Kutta 时间推进格式。

对于粘性流动,本文主要针对低雷诺数流动情形,采用层流模型计算。

1.2 Cartesian 网格

1.2.1 数据结构

数据结构,在网格的生成和流场的计算中扮演着重要的角色,依靠其对网格数据的组织和管理,方便了网格的生成和数据的转换。本文采用的是树状数据结构,在 Cartesian 网格中,采用的基本数据结构是四叉树,即由一个父网格结点生成四个子网格结点。

图 1 中表示了在四叉树数据结构的框架下的网格生成过程。

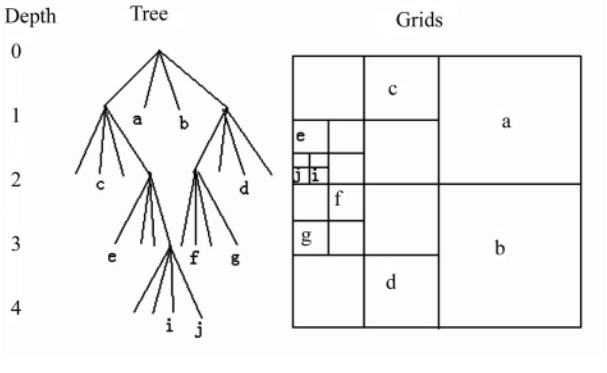


图 1 树结构中网格的生成过程(二维)

Fig. 1 The tree structure of the grid generation process(2D)

图 1 中左边一列,是网格的深度值(Depth),表示当前网格的大小与细分层数,对于"根"网格,其深度值为 0;右边是网格生成图(Grids),表示从"根"网格出发的网格细分和生成的过程;处于中间的是树状数据结构图(Tree),表示在树结构下,网格的生成过程。显然,没有再生成子结点的网格单元即是计算所需要的初始网格单元。

1.2.2 网格的分类

为了更好的处理所有的网格,可将所有网格划分为三个部分并定义如下:与物面相交的为物面网格(Wall Grids),剩余的网格中,在物面里面的是固体网格(Solid Grids),在流场计算中,固体网格是需要删除的,而物面外面的是流场网格(Flow Grids),面上的离散点表示固体的表面。(如图 2 所示)

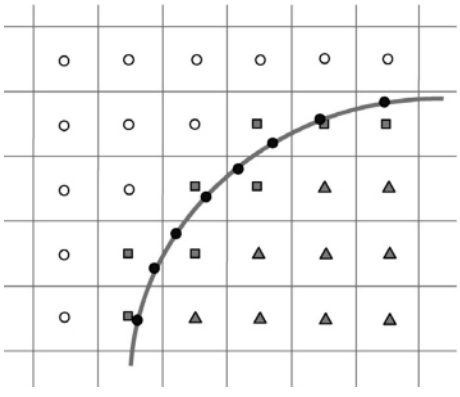


图 2 ■物面网格 ▲ 固体网格 ○ 流场网格 ●物面离散点

Fig. 2 ■wall grids ▲ rigid grids ○ flow grids ●boundary points

1.2.3 网格自适应

合理的网格分布对于提高计算的效率和精度至关重要。本文采取压力梯度或者密度梯度的绝对值作为自适应参量进行网格自适应划分。阀值可以由下式给定:

$$V_s=\frac{CR^{(n1-n0)}}{N}\quad(12)$$

其中:V_s是阀值,$n1$ 为网格加密的深度值,$n0$ 为初始网格加密的深度值,N 为参数,定常边界情况下通常取 100,CR 为控制参数,CR 的取值将直接影响网格的加密过程,在本文中根据数值经验,CR 取为 4.0,对于运动边界情况,N 设为 1000。对于任意一个网格,当其自适应参量大于给定的阀值时,其被标定为细分网格,进行自适应加密处理。相反地,当自适应参量小于给定的阀值,同时,网格深度小于或等于相邻网格的加密深度时,其被标定为粗化处理。在如下的算例中,采用压力梯度作为自适应参量。

1.3 边界条件的处理

边界条件分为远场边界条件和物面边界条件。对于远场边界条件采用的类似于结构网格的处理方法,即通常采用的基于一维 Riemann 不变量的特征分析[15]来确定无粘流动变量的值,无需再进行特殊处理。由于采用 Cartesian 网格所得到的物面网格为非贴体网格,所以如何合理处理物面边界条件是 Cartesian 网格的一个关键。本文中采用的是基于最小二乘法的无网格方法来处理物面边界条件。

1.4 无网格法处理物面边界条件

为避免采用切割网格法生成的物面网格的复杂性,本文采用无网格法[5,8]来处理物面网格. 无网格方法是新一代的计算方法,这种方法计算空间导数不需要借助于事先划定的网格,从而避免了高维拉普拉斯

网格法中网格缠结和扭曲等问题[7]。

无网格法处理物面网格的具体应用过程为:

(1) 对于一个物面网格找到一个离其中心点距离最近的点 P,并且这个点在组成物面的有向线段上,如图 3 所示。

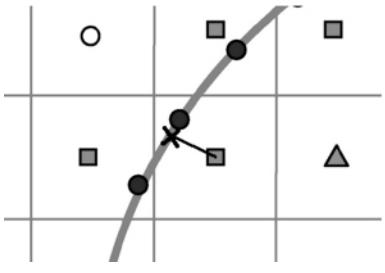


图 3　与物面网格中心点距离最近的点 P

Fig. 3 The nearest point P to center of wall grid

(2) 按照由近及远的顺序在物面网格附近找到 8 个其它网格,并且这 8 个网格均是流场网格,如图 4 所示。

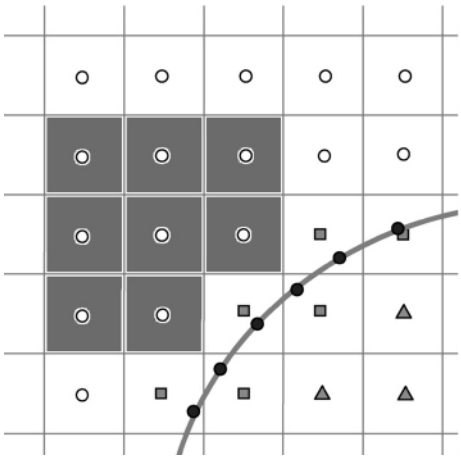


图 4　物面网格 M 的邻近 8 个流场网格(灰色网格)

Fig. 4 8 Flow grids near wall grid M(gray grids)

(3) 可以假设 P 点附近区域的物理参数分布为:

$$f(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy \tag{13}$$

根据 8 个网格中心点的参数并结合物面边界条件可以构成关于 a_1, a_2, a_3, a_4 的 8 个方程。这是一个超定方程组可以通过最小二乘法求解,便可以得到 a_1, a_2, a_3, a_4 的值,再代入式(13),即可得到 $f(x, y)$ 的具体表达式。

(4) 由以求得的式(13)的具体表达式可得物面网格的各条边界的参数值,这些参数值间接地满足物面流动条件。

对于物面处的无滑移边界条件[5,8]表达如下:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \eta} = 0,\ V_\xi = 0,\ V_\eta = 0,\ \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \tag{14}$$

其中: $\frac{\partial}{\partial \eta}$ 代表物面外法向方向导数, V_ξ 为物面切向速度分量, V_η 为物面法向速度分量,如图 5 所示。

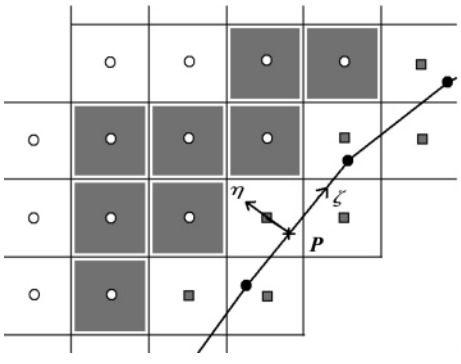


图 5　物面的速度分量

Fig. 5 Velocity component on wall

对于任一个物面网格,首先找到离其中心最近的物面点 P。P 点的法向和切向单位矢量可以根据其所在的有向线段求出,若 P 点恰为两条线段的交点,则其法向和切向单位矢量的值取为两条线段法向和切向的平均值。设已求得的物面法向单位矢量为

$$\vec{\eta} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} \tag{15}$$

切向单位矢量为:

$$\vec{\xi} = m_x \vec{i} + m_y \vec{j} \tag{16}$$

然后进行坐标变换,将在 x, y 坐标系下的参数变换到以 P 点切向 ξ 和法向 η 构成的局部坐标系下,即可得到式(13)在 $\xi - \eta$ 坐标系下的表达式为:

$$f(\xi, \eta) = b_1 + b_2 \xi + b_3 \eta + b_4 \xi \eta \tag{17}$$

对于密度 ρ 将其在 P 处写为式(17)的形式:

$$\rho(\xi, \eta) = b_1 + b_2 \xi + b_3 \eta + b_4 \xi \eta \tag{18}$$

由边界条件(14)可知:

$$\left.\frac{\partial \rho}{\partial \eta}\right|_{(0,0)} = b_3 + b_4 \xi |_{(0,0)} = b_3 = 0 \tag{19}$$

将式(19)代入式(18)得:

$$\rho(\xi, \eta) = b_1 + b_2 \xi + b_4 \xi \eta \tag{20}$$

由上面的讨论可以看出,加入了边界条件后,未知数个数从 4 个降为 3 个。将已找到的邻近 8 个网格的中心点的密度值和坐标值分别代入式(20)即可构成 8 个方程 3 个未知数的方程组如下:

$$\rho_i(\xi, \eta) = b_1 + b_2 \xi + b_4 \xi_i \eta_i \quad i = 1, \cdots, 8 \tag{21}$$

这是一个超定方程组,通过最小二乘法即可求解。求得密度分布的表达式之后,再将物面网格的边界的坐标代入其中就可以得到物面网格边界的密度值,这些值将在后面的流场计算中用到。

对于压强 P,其求解过程与上面的对于密度 ρ 的求解过程完全一样。

对于速度 V_ξ,利用边界条件有:

$$V_\xi = b_1 + b_2 \xi + b_3 \eta + b_4 \xi \eta \tag{22}$$

$$V_\xi |_{(0,0)} = b_1 = 0 \tag{23}$$

将式(23)代入式(22)得到减少一个未知数的新函数:

$$V_\xi(\xi, \eta) = b_2 \xi + b_3 \eta + b_4 \xi \eta \tag{24}$$

将 8 个网格中心点的切向速度值和坐标值代入式(24),得到含有 3 个未知数的 8 个方程组:

$$V_{\xi_i} = b_2\xi_i + b_3\eta_i + b_4\xi_i\eta_i \quad i = 1, \cdots, 8 \qquad (25)$$

这个方程组利用上面介绍的同样的方法求解。对于速度 V_η,采用和 V_ξ 同样的方法求解。最后,将得到的速度 V_ξ 和 V_η 转换成 $x-y$ 坐标系下的速度 u,v 的值。

1.5 移动边界问题

对于移动边界问题,它的难点是移动前后的物面边界条件处理。本文发展的处理方法是:

首先,对边界的运动信息进行整理,从而获得运动物体在当前时间步的新位置、新姿态。

其次,采用 Cartesian 动网格技术在新网格上对网格类型进行判断,对网格进行调整,得到新位置下的计算网格,在此基础上完成新、旧网格上流场信息的传递,具体地,就是在物面移动前后有如下几种网格的变化情况需要考虑:① 从流场网格变化到流场网格,② 从边界网格变化到流场网格,③ 从边界网格变化到边界网格,④ 从流场网格变化到边界网格,⑤ 从固体网格变化到边界网格。这里需要指出的是,需要采用合适的时间步长,以保证物面边界在每个时间步上运动不会直接出现从固体网格变化到流场网格这种情况。对于①和②两种情形,流场的参数信息只需要取原来的流场网格参数值即可,而对于另外三种情况需要采用无网格方法重新获得边界网格参数值,进而完成下一时间步的流场推进。这里需要考虑物面的运动信息,相应的速度边界条件需要进行更改,即式(14)、式(22)-式(25)等需要将物面的速度信息考虑进去。

最后对以上步骤进行循环,直至达到计算的设定要求。

2 结果与讨论

2.1 绕方柱流动

图 6 为边长为 1 的方柱中心位于坐标为(10.5,12.5),计算区域为 41×25 的初始网格图,来流条件为 $Ma = 0.2$,雷诺数分别为 Re = 20 和 Re = 40。自适应网格图 7、流线图 8、9、10 的结果表明当雷诺数 Re < 50 时流动是稳定的,对于 Re = 20,无量纲时间 $t = 100$ 左右达到定常解,对于 Re = 50,$t = 200$ 左右达到定常解。图 8、9、10 分别为 Re = 20,Re = 40,Re = 50 的方柱绕流流线显示。由此三图可以看出方柱尾流为两个对称的附体涡,为定常解,而且随雷诺数的增加,尾流对称涡的长度也在变大。当雷诺数 50 < Re < 55 时,方柱的尾迹涡型逐渐由定常附体涡向非定常涡旋脱落过渡。图 11和图 12 为 Re = 55 和 Re = 60 的流线图,图中方柱尾流为非定常周期性涡旋脱落。因此,方柱绕流定常流动过渡到非定常流动的临界雷诺数 Rec 应该在 50 和 55 之间,这与 Kelkar 等[12] 采用线性稳定性分析得到的临界雷诺数 Rec = 53 相符合。

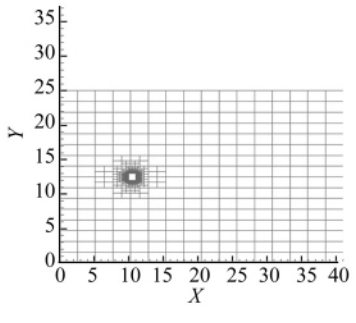


图 6 绕方柱流动初始网格(Re = 20,40)

Fig. 6 Initial grids of flow over cube(Re = 20,40)

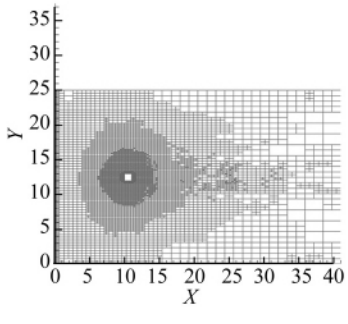


图 7 绕方柱流动自适应网格(Re = 20)

Fig. 7 Adaptive grids of flow over cube(Re = 20)

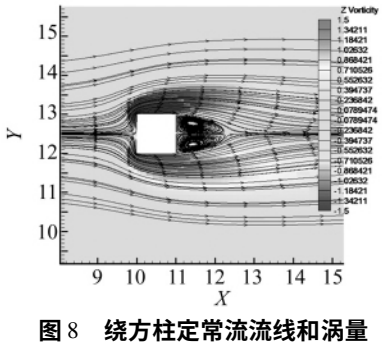


图 8 绕方柱定常流流线和涡量云图(Re = 20,t = 100)

Fig. 8 Steady streamlines and vorticity contour over cube (Re = 20,t = 100)

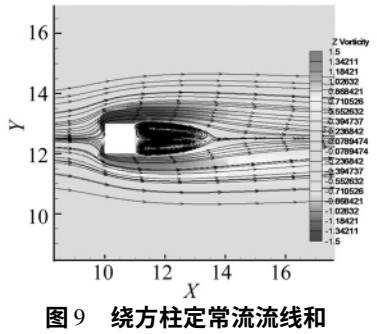


图 9 绕方柱定常流流线和涡量云图(Re = 40,t = 200)

Fig. 9 Steady streamlines and vorticity contour over cube (Re = 40,t = 200)

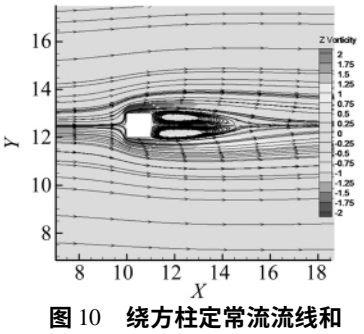


图 10 绕方柱定常流流线和涡量云图(Re = 50,t = 200)

Fig. 10 Steady streamlines and vorticity contour over cube (Re = 50,t = 200)

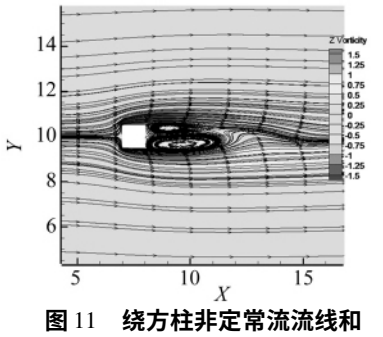


图 11 绕方柱非定常流流线和涡量云图(Re = 55,t = 20)

Fig. 11 Unsteady streamlines and vorticity contour over cube (Re = 55,t = 20)

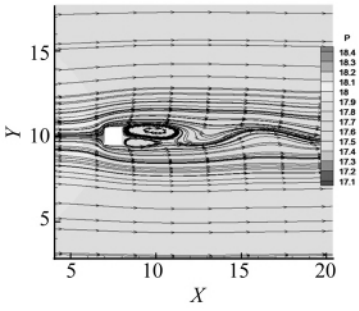


图 12　绕方柱非定常流流线和压力云图(Re = 60，t = 200)

Fig. 12 Steady streamlines and pressure contour over cube (Re = 60，t = 200)

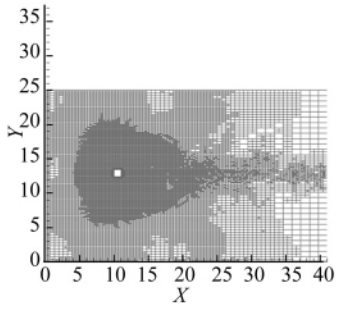


图 13　绕方柱非定常流动初始网格(Re = 100)

Fig. 13 Initial grids of unsteady flow over cube(Re = 100)

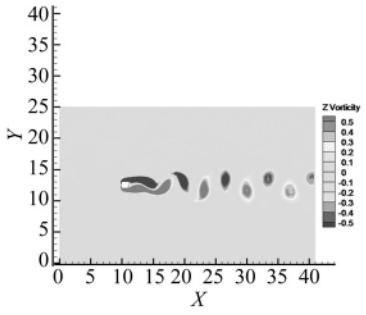


图 14　绕方柱非定常流动涡量云图(Re = 100)

Fig. 14 Unsteady vorticity contour over cube (Re = 100)

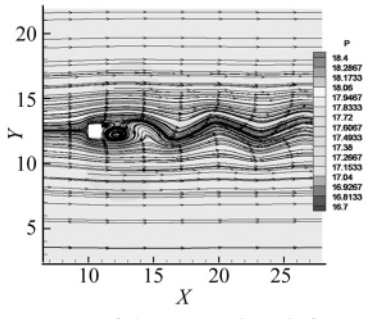


图 15　绕方柱非定常流动流线图和压力云图(Re = 100)

Fig. 15 Unsteady streamlines and pressure contour over cube (Re = 100)

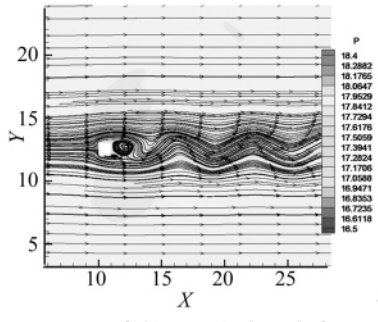


图 16　绕方柱非定常流动流线图和压力云图(Re = 250)

Fig. 16 Unsteady streamlines and pressure contour over cube (Re = 250)

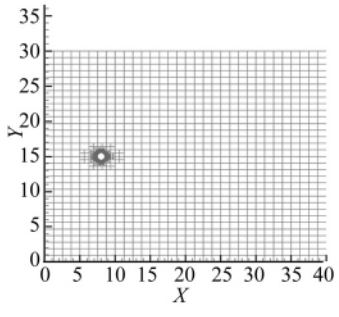


图 17　绕圆柱定常流动初始网格(Re = 300)

Fig. 17 Initial grids of steady flow over circular cylinder(Re = 300)

图 13 为来流 Ma = 0. 2，Re = 100 的方柱绕流的自适应网格图，图 14 为 Re = 100 的方柱非定常方柱绕流的涡量云图，图 15、16 分别 Re = 100 和 Re = 250 的非定常方柱绕流流线图，它们的特点是方柱尾流由定常的对称涡向非定常的涡旋脱落发展，涡旋交替由方柱的两个角点形成并脱落，并向周期性卡门涡街过渡。从表 1、表 2 可以看出，Re = 100 和 250 方柱绕流的各项计算结果与文献 [10] 符合的良好。

表 1　绕方柱流动升、阻力系数及 St 数与参考文献相应结果的对比(Re = 100)

Tab. 1 lift and drag coefficients and St

	Cd	Cl	St
Davis [13]	1. 640	–	0. 143
张宁 [10]	1. 663	0. 116	0. 145
Present	1. 650	0. 115	0. 144

表 2　绕方柱流动升、阻力系数及 St 数与参考文献相应结果的对比(Re = 250)

Tab. 2 lift and drag coefficients and St numbers compare with the reference(Re = 250)

	Cd	CL	St
Davis [13]	1. 770	0. 228	0. 160
张宁 [10]	1. 798	0. 241	0. 165
Present	1. 775	0. 226	0. 160

2. 2　绕圆柱流动

图 17 为来流条件为 Ma = 0. 2，Re = 300 的流体绕单位圆柱流动的初始网格图，从自适应网格图 18，流线图 19 及涡量云图 20 上可以看出，流动过程为非定常过程，沿着来流方向，圆柱尾流涡旋的形成与脱落呈现出极强的规律性，周期性的涡旋从圆柱尾部交替脱落，形成了严格的卡门涡街。并且从图 19 的压力云图上可以看出对于压力梯度变化剧烈的地方，在图 18 的自适应网格上进行了相应的自适应加密，较好地捕捉了压力的布局情况。表 3 为与文献及实验结果的具体数据对比，可以看出符合的较好。

表 3　绕圆柱非定常流动升、阻力系数及 St 数与文献 [16] 及实验相应结果对比(Re = 300)

Tab. 3 Unsteadylift and drag coefficients and St numbers compare with the reference [16] and experiment(Re = 300)

	CD	CL	St
Present	1. 51	0. 94	0. 20
Ghias [14]	1. 42	0. 93	0. 21
Experiment	–	–	0. 20

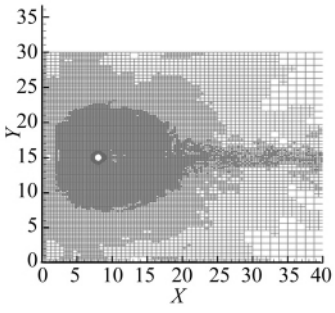


图 18 绕圆柱非定常流动自适应网格(Re = 300)

Fig. 18 Adaptive grids of unsteady flow over circular cylinder(Re = 300)

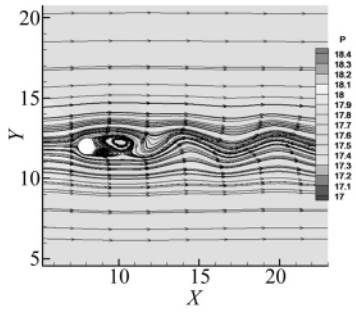


图 19 绕圆柱非定常流动流线图和压力云图(Re = 300)

Fig. 19 Unsteady streamlines and pressure contour over circular cylinder (Re = 300)

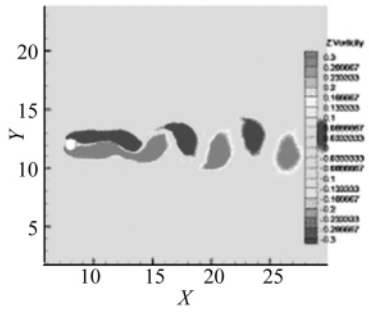


图 20 绕圆柱非定常流动涡量云图(Re = 300)

Fig. 20 Unsteady vorticity contour over circular cylinder (Re = 300)

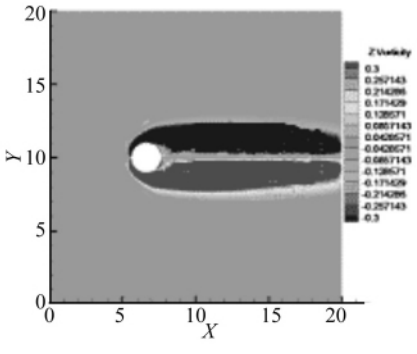


图 21 绕圆柱定常流动涡量云图(Re = 45)

Fig. 21 steady vorticity contour over circular cylinder (Re = 45)

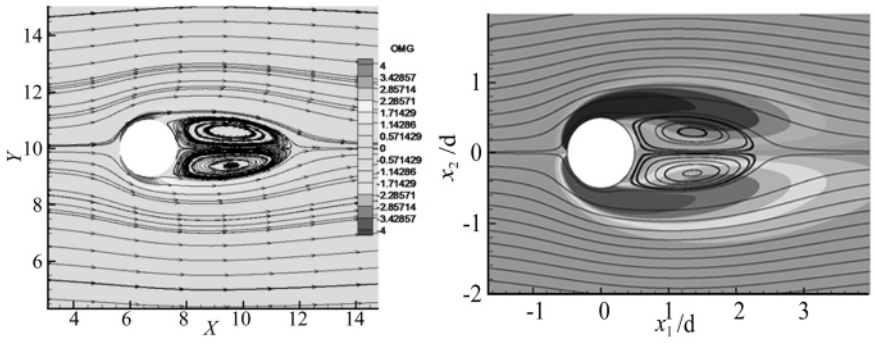


图 22 绕圆柱定常流动流线图和涡量云图(与文献 [16] 相应结果对比) (Re = 45)

Fig. 22 Steady streamlines and vorticity contour over circular cylinder(compare with reference [16]) (Re = 45)

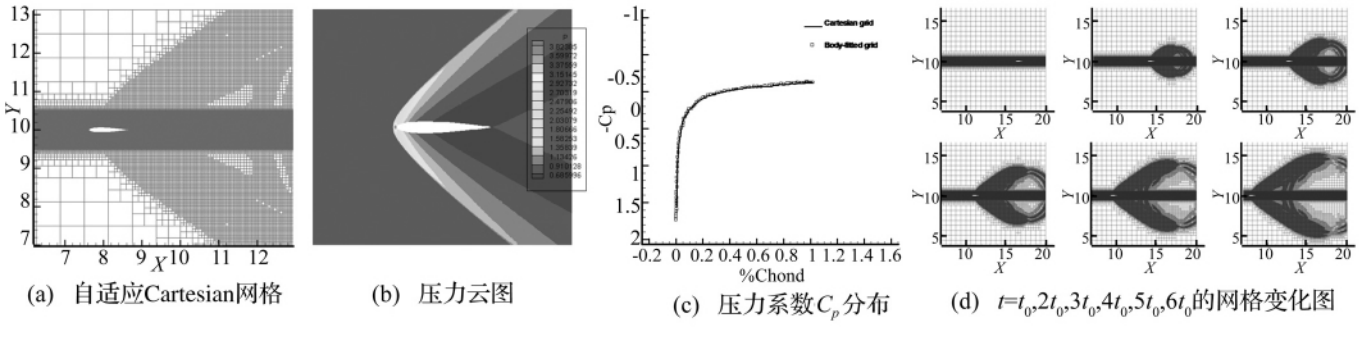


图 23 $Ma = 2, \alpha = 0$ deg 时 Naca0012 翼型的计算结果

Fig. 23 Solution for Naca 0012 with $Ma = 2, \alpha = 0$ deg

图 21、图 22 为来流条件为 $Ma = 0.2$, Re = 45 的流体绕单位圆柱流动的涡量云图和流线图，从所得结果可以看出此流动过程为定常的。并且图 22 为与文献 [16] 相应结果的对比，可以看出符合的较好。

通过以上算例和分析可以看出 Cartesian 网格能够准确地根据压力梯度的变化情况进行网格自适应加密或者粗化，使用无网格方法计算得到的结果与文献中使用贴体结构网格计算的结果或实验结果符合良好。因此本文所发展的方法能够较好的模拟绕方柱和绕圆柱等的定常和非定常的低雷诺数流动过程。这也说明本文所发展的网格生成技术、流场求解方法和物面边界处理的方法是成功、准确的。

2.3 Naca 0012 翼型的计算

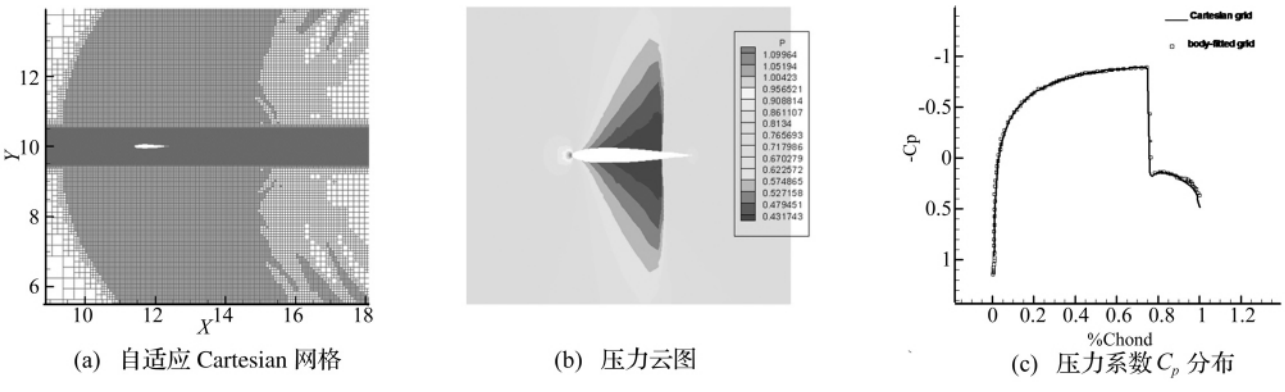
如下是通过 Cartesian 网格的动网格生成技术，采用 Euler 方程计算得出的 Naca0012 翼型的在不同工况下的结果。

图 23 为攻角 $\alpha = 0$ 度时，初始流场为均匀流场，采用无量纲化的参数为: $\rho = 1$, $P = 1/1.4$, $U = 0$，翼型以超声速 $mA = 2$ 向左做直线运动。图 23(a) 为翼型运动生成的自适应流场网格图，图 23(b) 为翼型周边压力变化云图，图 23(c) 为与采用体贴网格计算定常情形得出的压力系数结果的比较，图 23(d) 为时间分别为 $t = t_0$,

$2t_0$,$3t_0$,$4t_0$,$5t_0$,$6t_0$ 的网格变化图。从中可以看出 Cartesian 网格的结果较好的捕捉了激波的变化过程,并且与相应贴体网格的计算结果符合良好。

图 24 为攻角 $\alpha=0$ 度时,初始流场为均匀流场,采用无量纲化的参数为: $\rho=1$,$p=1/1.4$,$u=0$,翼型以跨声速 $Ma=0.85$ 向左做直线运动。从中可以看出在翼型上产生了一个弱激波,由于流场中的网格自适应,激波的位置和强度被准确捕捉。(c) 显示出两种网格计算出的表面压力系数基本相似。

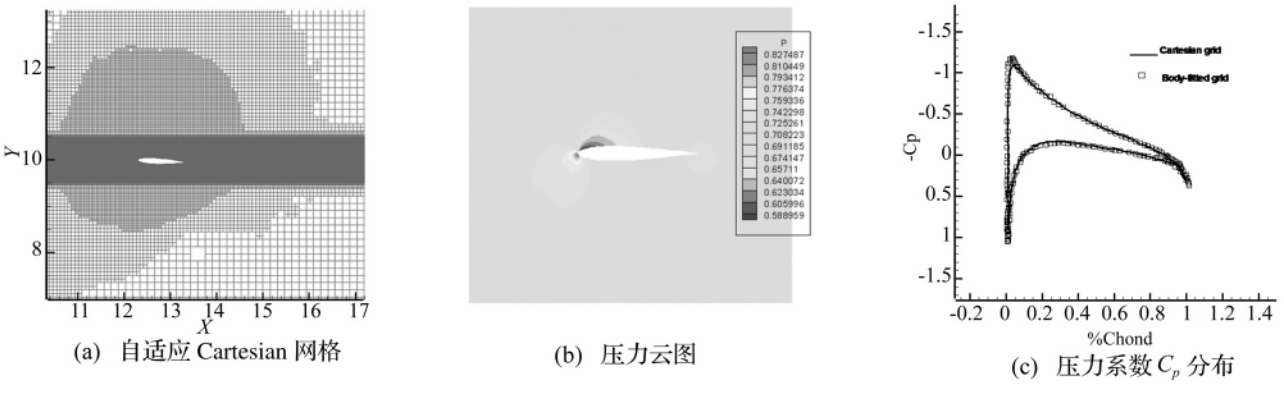
图 25 为的流场参数和图 23、图 24 相同,翼型以亚声速 $Ma=0.5$,$\alpha=3$ 度向左做直线运动。从两种网格计算的表面压力系数对比结果,可以看出 Cartesian 网格的计算结果除了在前缘处略低于贴体结构网格的计算结果以外,基本上与贴体结构网格的计算结果相符合。



(a) 自适应 Cartesian 网格　(b) 压力云图　(c) 压力系数 C_p 分布

图 24　$Ma=2$,$\alpha=0$ deg 时 Naca0012 翼型的计算结果

Fig. 24 Solution for Naca 0012 with $Ma=2$,$\alpha=0$ deg



(a) 自适应 Cartesian 网格　(b) 压力云图　(c) 压力系数 C_p 分布

图 25　$Ma=0.5$,$\alpha=3.0$ deg 时 Naca0012 翼型的计算结果

Fig. 25 Solution for NACA 0012 with $Ma=0.5$,$\alpha=3.0$ deg

以上的计算结果验证了所发展的 Cartesian 动网格生成技术及结合无网格方法的流场计算方法能够较好的模拟运动边界引起的流场变化,从而说明本文所发展的方法的正确性和合理性。

3　结　论

本文成功发展了基于四叉树数据结构的自适应网格生成及流场求解器,并发展到用于处理运动边界问题。所发展方法的特点总结如下:

(1) 基于四叉树数据结构发展了 Cartesian 网格的网格生成并与网格自适应相结合,改善了网格的空间分布,既保证了数值计算的分辨率和模拟效果又提高了计算效率。

(2) 采用无网格法用来处理物面边界条件,使 Cartesian 网格亦能较好地解决具有复杂几何外形的物面边界问题。为 Cartesian 网格未来 技术的发展提供了一种新的思路。

(3) 通过柱体绕流的算例及 Naca0012 翼型在超声速、跨声速和亚声速情形下的计算验证了所发展算法的有效性和合理性,计算结果证明了 Cartesian 网格所具有的计算效率高、自适应能力强等独特优点,为以后处理绕具有复杂几何外形物体的流动及动边界问题提供了新手段。下一步工作将此法发展到用于三维流场的计算。

参 考 文 献

[1] 童秉纲,张丙暄,崔尔杰. 非定常流与涡运动 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.

[2] 桑为民. 基于自适应直角切割及混合网格的 Euler/N-S 方程数值模拟 [D]. 西安: 西北工业大学, 2002.

[3] Wan Z J. A quadtree-based adaptive cartesian/quad grid flow solver for Navier-Stokes equations Comput. Fluid,

27(4) 1993.

[4] Tang L, Yang J, Lee J. Hybrid cartesian grid/gridless algorithm for store separation prediction AIAA 2010 - 508 - 762.

[5] Koh E P C, Tsai H M, Liu F. Euler solution using cartesian grid with a gridless least-squares boundary treatment [J]. AIAA Journal, 2005, 43(2): 246 - 255.

[6] Shu C, Chew Y T, Niu X D. Least-squares-based lattice boltzmann method: a meshless approach for simulation of flows with complex geometry. Physical Review E, Volume 64, 045701(R).

[7] 陈 思. 计算力学中高精度无网格法基础理论研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2007, 9.

[8] Koh E P C, Tsai H M, Liu F. Euler solution using Cartesian grid with least squares Technique. AIAA 2003 - 1120.

[9] Yang G, Causon D M, Ingram D M, et al. A Cartesian cut cell method for axisymmetric separating body flows. AIAA 96 - 1973.

[10] 张 宁. 混合对流绕方柱涡旋脱落及对传热影响的数值研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2004.

[11] Ishida1 T, Kawai S, Nakahashi K. A High-resolution method for flow simulations with block-structured cartesian grid approach [R]. AIAA 2011 - 3380.

[12] Kelkar K M, Patankar S V. Numerical prediction of vortex shedding behind a square cylinder [J]. Int. J. Num Methods in Fluids, 1992, 14: 327 - 341.

[13] Davis R W, Moore E F. A numerical study of vortex shedding from rectangles. J. Fluid Mech., 1982, 116: 475 - 50.

[14] Sahu A K, Chhabra R P, Eswaran V. Two-dimensional unsteady laminar flow of a power law fluid across a square cylinder [J]. J. Non-Newtonian Fluid Mech, 2009, 160: 157 - 167.

[15] 蔡晋升. 跨音速大迎角欧拉方程数值分析 [D]. 西安: 西北工业大学, 1992, 3.

[16] Ghias R, Mittal R, Dong H. A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows. Journal of comput. Physics, 2007, 225: 528 - 533.

[17] Xu S L. Collected programs for common algorithm (2nd edition). Tsinghua University Press, 1992.

[18] Batina J T. A gridless euler/navier-stokes solution algorithm for complex-aircraft application. AIAA Paper 93 - 0333, Jan. 1993.

[19] Woodward P R, Colella P. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks. JCP, 1984, 54, 115.

[20] Arlinger B G. NLR 7301 two element airfoil at high lift [J]. Notes on Numerical Fluid Mechanics, 1997, 58: 375 - 396.

(上接第 133 页)

[11] Paidoussis M P. Fluid structure interactions: slender structures and axial flow [M]. London, Academic Press, 1998.

[12] Svetlitsky V A. Dynamics of rods [M]. Springer-Verlag, Berlin, Heidlberg, 2005.

[13] Lee J H. In-plane free vibration analysis of curved Timoshenko beams by the pseudospectral method [J]. KSME International Journal, 2003, 17(8), 1156 - 1163.

[14] Chang W J, Lee H L. Free vibration of a single-walled carbon nanotube containing a fluid flow using the Timoshenko beam model [J]. Physics Letters A, 2009, 373, 982 - 985.

[15] Lee S K, Mace B R, Brennan M J. Wave propagation, reflection and transition in curved beams [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 306: 636 - 656.

[16] Walsh S J, White R G. Vibrational power transmission in curved beams [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 233(3): 455 - 488.

[17] Tan C A, Kang B. Free vibration of axially loaded, rotating Timoshenko shaft systems by the wave-train closure principle [J]. International Journal of solids and structures, 1999, 36: 4031 - 4049.

[18] 李宝辉, 高行山, 刘永寿, 等. 多跨管道流固耦合振动的波传播解法 [J]. 固体力学学报, 2010, 31(1), 67 - 73.
LI Bao-hui, GAO Hang-shan, LIU Yong-shou, et al. Vibration analysis of multi-span fluid conveying pipe with wave propagation method [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2010, 31(1), 67 - 73.