构元组集损伤断裂模型及其与内聚区模型的比较着

刘 芳1** 付 强2 陈 岑3 梁乃刚3

(¹ 武汉理工大学交通学院,武汉,430063)(²中国轻型燃气轮机开发中心,北京,100028)
(³中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室,北京,100190)

摘 要 结构的响应实质上是材料的响应,宏观结构损伤至断裂的发展过程也是材料性质不断演化的结果. 构元组集模型从材料的微观物理变形机制出发,基于对泛函势理论和 Cauchy-Born 准则,抽象出两种构元:弹簧束 构元和体积构元.在微观层次上,结构损伤和断裂的实质都是原子间键合力减弱和丧失的结果,而弹簧束构元是同 一方向上的原子键的抽象,因此损伤可以通过弹簧束构元的响应曲线来反映.组集两种构元的响应,建立了材料的 弹性损伤本构关系,从而能一致描述材料从弹性到损伤、破坏的发展过程.将构元组集模型的本构关系嵌入 ABAQUS 的用户材料单元子程序 UMAT,实现对结构响应的数值模拟.论文模拟了包含中心预制裂纹三点弯曲梁 的裂纹扩展过程,并与内聚区模型比较,给出了内聚区模型所假设的应力-位移关系曲线,并从材料损伤演化的角 度对材料裂纹扩展过程做出了物理解释.

关键词 弹性损伤本构关系,裂纹扩展,ABAQUS/UMAT,构元组集模型,内聚区模型

0 引言

在经典断裂力学中,裂纹扩展实际上是一个运动边界问题,其中最重要的未知量是裂尖点的轨迹. 线弹性断裂力学通过求解裂纹尖端的应力应变场, 并采用由此求得的某些特征参量(如应力强度因子、 能量释放率)作为判断裂纹扩展的准则^[1].弹塑性断 裂力学采用 J 积分来判断材料的临界扩展条件^[2]. 然而,线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学仅仅适用 于宏观裂纹形成之后的阶段,对材料开始劣化到宏 观裂纹形成之间的行为和物理过程并未进行理论分 析和描述^[3].因此,作为能够描述材料从起裂到断裂 发展过程的内聚区模型被广泛应用到各种场合^[4].

内聚区模型由 Barenblatt 和 Dugdale 提出,发 展迅速,同时衍生出了一系列模型^[5,6].内聚区模型 通过假设在裂纹扩展路径上应力和位移之间存在一 定的关系,刻画了变形过程中裂纹扩展阻力和软化 阶段,从而给出材料断裂扩展过程的特征.而且,内 聚区模型容易在有限元方法中实现,获得了广泛应 用^[7-9].然而,内聚区模型需要预先确定裂纹扩展方 向,在裂纹扩展路径上布置内聚力单元,给实际应用 带来了困难.

从另一个角度来看,裂纹扩展的过程就是裂纹

尖端附近材料逐渐损伤引起的损伤区(以及塑性区) 移动的过程,如果在本构关系中引入材料的损伤演 化规律和破坏条件,就可以描述结构的裂纹扩展过 程.对材料力学性质的研究有多种不同的方法,如物 理力学、分子动力学、唯象的连续介质力学和基于微 观物理机制的连续介质力学.近年来,基于微观物理 机制的连续介质力学取得了一些成果,如准连续介 质模型^[10]、虚内键模型^[11]以及近年来建立的构元组 集模型^[12-16].

构元组集模型基于材料微观物理机制,从原子间相互作用势理论——对泛函势出发,通过 Cauchy-Born准则建立微观变形同宏观变形之间的 联系,将原子键按方向分组,同一方向上的原子键抽 象为一个弹簧束构元,从而按方向统计能量.同时, 从嵌入势随体积变化的特点抽象出体积构元.因此, 模型具有分布于空间所有取向的弹簧束构元和一个 体积构元组成的微结构.损伤在微观上体现为键合 力的削弱和丧失,而弹簧束构元作为同一个方向上 原子键的抽象,能直接反映损伤,因此可以在弹簧束 构元上引入损伤.组集这两种构元的力学响应,可以 得到材料的弹性损伤本构关系.本模型将六维应力-应变关系转化为构元上的简单响应函数,简化了计

* 国家自然科学基金项目(10721202)和中央高校基本科研业务费专项资金(2013-IV-021)资助. 2012-04-19 收到第 1 稿,2012-06-20 收到修改稿.

^{**} 通讯作者. Tel:13971156169, E-mail:liufang@lnm.imech.ac.cn.

算.

在本文中,利用 ABAQUS 用户材料单元子程 序 UMAT,引入构元组集模型的弹性损伤本构关 系,通过一个有预制裂纹的三点弯曲梁的算例,模拟 了裂纹扩展过程.在裂纹扩展路径上提取材料点中 应力和变形的关系,可以为内聚区模型提供应力-位 移曲线.将模型预测的应力-位移曲线与文献[17]中 假设的曲线进行比较,从材料损伤演化的角度给出 了裂纹扩展过程的物理解释.

1 构元组集模型

构元组集模型^[12-15]作为一种基于微观物理机制的材料模型,能描述材料和结构的响应,并且反映变形诱导的各向异性.模型基本框架的建立已经在前期工作中完成,下面简单给出模型弹性损伤本构关系的推导过程.

1.1 构元组集模型的建立过程

基于原子间相互作用势——"对泛函势"理 论^[18],材料的势能可分为两部分,一部分是原子核间 的成对相互作用,称为"对势",另一部分考虑原子核 与电子以及多原子间的相互作用,称为"嵌入势",即:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{(\alpha,\beta)} \phi(r^{(\alpha,\beta)}) + \sum_{\alpha} F(\rho^{(\alpha)})$$
(1)

从上式可以看出,对势项需要遍历所有的原子 对求和,嵌入势项需要遍历所有的原子求和,由于材 料单元内包含众多的原子,运动学自由度过多.

对于固体材料,Cauchy-Born 准则^[19]认为材料 的微观变形服从局域的宏观变形梯度,因此,同一方 向上的原子键遵循相同的变形规律,可以将具有相 同方向的原子键分为一组,从中抽象出弹簧束构元, 弹簧束构元抽象自对势,由于对势的大小只与原子 核间距离有关,因此,弹簧束构元只发生拉压变形, 具有简单的本构关系:

$$f^{(s)} = H^{(s)} \lambda^{(s)} \tag{2}$$

其中 f^(s)、H^(s)和 λ^(s)分别是第 s 个弹簧束构元的力、 刚度和变形.因此,能量可以按方向统计,大大减少 了自由度.同时,从嵌入势随体积变化的特点,抽象 出体积构元.体积构元只对三维体积变形——膨胀 或压缩有响应,其响应函数为:

$$p = K\theta \tag{3}$$

其中 p、K 和 θ 分别是体积构元的力、刚度和变形. 对于超弹性材料,单位体积内由变形引起的势能变 化即为应变能密度,由弹性张量与应变能密度的关 系,组集两种构元的响应,可得材料的本构关系^[12]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} = \frac{\partial^2 U}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \varepsilon_{kl} = \left(\sum_{s=1}^{S} H^{(s)} n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} + K \delta_{ij} \delta_{kl}\right) \varepsilon_{kl} \quad (4)$$

对于均匀连续介质,原子键的方向遍布整个空间. 刚度张量中的第一项转化为对所有方向的空间 积分. 特别地,对于均匀各向同性材料,各个方向上 的原子键密度相同,在三维情况下,即有:

$$C_{ijkl} = \int_{0}^{\pi/2} \int_{0}^{2\pi} h n_{i} n_{j} n_{k} n_{l} \sin\varphi d\theta d\varphi + K \delta_{ij} \delta_{kl} = \left(\frac{2\pi}{15}h + K\right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{2\pi}{15}h(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (5)$$

其中 h 为单位立体角内弹簧束构元的刚度. 与经典 连续介质力学比较,可得到弹簧束构元和体积构元 的刚度与宏观材料常数 E 和 v 的关系:

$$\begin{cases}
h = \frac{15E}{4\pi(1+\nu)} \\
K = \frac{(4\nu-1)E}{2(1+\nu)(1-2\nu)}
\end{cases}$$
(6)

对于平面应力状态或平面应变状态,有:

$$C_{ijkl} = \int_{0}^{\pi} h n_{i} n_{j} n_{k} n_{l} d\theta + K \delta_{ij} \delta_{kl} = \left(\frac{1}{8}\pi h + K\right) \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{8}\pi h (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (7)$$

这两种情况下弹簧束构元和体积构元的刚度与 宏观材料常数的关系分别为:

数值计算中,采用求和形式(式(4)),在空间上 选定有限个代表性方向作为弹簧束构元的方向,平 行于此方向的一个小立体角内原子键的势能就是弹 簧束构元的势能,这部分能量对刚度的贡献转换成 此构元的刚度模量.图1为平面的弹簧束构元离散 示意图(图中有 30 个构元).

1.2 构元组集模型的弹性损伤本构关系

从微观上看,结构的损伤和断裂都是原子间键 合力减弱和丧失的结果,而弹簧束构元是同一方向 上原子键的抽象,当原子间键合力开始减弱,相应的 弹簧束构元的力学性质(如刚度)发生改变.原子间 键合力降低越多,对应方向上弹簧束构元的刚度改 变越大,因此可以在弹簧束构元上引入损伤因子 D⁽³⁾来描述第 *s* 个弹簧束构元刚度的降低:

$$D^{(s)} = 1 - \frac{H^{(s)}}{H^{(s)}_0} \tag{9}$$



图 1 平面的离散弹簧束构元分布示意图

Fig. 1 Planar configuration of discrete spring-buddle components

其中 *H^(s)* 和 *H*^(s) 分别表示第 ^s 个弹簧束构元当前 的和初始的割线刚度.

从而,材料的弹性本构关系可以"形式不变的" 演化为弹性损伤本构关系,不同的只是弹簧束构元 的刚度,因此,弹性损伤割线刚度可写为:

$$C_{ijkl} = \sum_{s=1}^{5} H^{(s)} n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} + K \delta_{ij} \delta_{kl} = \sum_{s=1}^{5} (1 - D^{(s)}) H_0^{(s)} n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} + K \delta_{ij} \delta_{kl}$$
(10)

上式没有考虑体积构元的损伤.实际上,当体积变形 较大时,体积构元的刚度会有变化,然而相比弹簧束 构元,体积构元的损伤一般很小.此外,在静水压力 作用下,弹簧束构元也会产生相应变形,发生损伤, 因此体积变形引起的损伤也可以通过弹簧束构元来 反映.因此,模型主要通过弹簧束构元来描述损伤.

弹簧束构元的损伤可看成是应变史(整个变形 过程中绝对值最大的拉伸/压缩应变)的函数.同时, 考虑损伤不愈合:

 $D^{(s)} = D^{(s)}(\lambda_{h}^{(s)}), \ 0 \leqslant D^{(s)} \leqslant 1, \ \dot{D}^{(s)} \geqslant 0, s = 1, \cdots, S$ (11)

根据式(4)、(9)和(11),得到率形式的弹性损伤 本构关系:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left\{ \sum_{s=1}^{5} \left\{ \left[(1 - D^{(s)}) H_0^{(s)} - H_0^{(s)} \lambda^{(s)} \left(\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\lambda_n} \right)^{(s)} \right] \cdot n_i^{(s)} n_j^{(s)} n_k^{(s)} n_l^{(s)} \right\} + K \delta_{ij} \delta_{kl} \dot{\epsilon}_{kl}$$
(12)

1.3 构元组集模型对结构损伤至断裂过程的描述

值得注意的是,从式(4)可以看出,不论宏观的 变形多复杂,对于单个弹簧束构元都只承受此构元 方向上的拉伸或压缩变形.因此,构元组集模型实际 上是将宏观的复杂三维变形转化到构元上的简单变 形来考虑.通过组集构元的响应,得到宏观的材料响 应.因此,弹簧束构元和体积构元共同构成了模型的 微结构,可以描述复杂的三维响应.在有限元模型 中,每个材料点下实际上都包含由构元组成的微结 构.当弹簧束构元的损伤值累积达到1时,此弹簧束 构元破坏.当一个材料点下的所有弹簧束构元都发 生破坏时,此材料单元失去承载能力,称为单元破 坏.由于弹簧束构元具有方向性,不同方向上的构元 受力状态不同,经历的变形历史不同,刚度不同,损 伤状态也不相同,因此自然地反映了材料单元变形 诱导各向异性.

作为一个有微结构的模型,构元组集模型能描述材料从弹性到损伤破坏的演化过程,并且反映这 个过程中变形诱导的各向异性.而且,单元上的各向 异性会影响应力分布,进而会对结构的响应产生影 响.一般来说,裂纹扩展路径垂直于裂尖所在单元中 最先破坏的弹簧束构元的方向.因此,结构的裂纹扩 展路径由材料的损伤和破坏状态确定,不需要另外 给定断裂条件和裂纹扩展路径,裂纹扩展路径即为 构件中已经完全损伤的所有质点的集合,损伤的集 中化发展反映了裂纹的向前扩展过程,从而自然的 给出了裂纹扩展路径.因此,构元组集模型描述了材 料从弹性到损伤破坏的全过程,为分析结构的裂纹 扩展过程提供了条件.

ABAQUS的用户材料子程序 UMAT 为用户 提供了一个自定义材料的接口,通过与 ABAQUS 主求解程序的接口实现了与 ABAQUS 的数据交 流.本文利用构元组集模型的弹性损伤本构关系,编 写用户材料子程序 UMAT,实现有限元数值模拟计 算,对结构的损伤至破坏特性进行分析.

2 算例

内聚区模型假设在裂纹扩展路径上存在一个微 小的区域,称为内聚区,在内聚区,材料的应力和位 移之间存在一定的关系 $\sigma = \sigma(\delta)$,下面基于一个包含 预制裂纹三点弯曲梁的算例,模拟结构中的裂纹扩 展过程.文献中利用内聚区模型对此结构进行了数 值模拟^[17],其中内聚区模型的应力一位移曲线采用 三折线形式,由五个参数确定,粘聚强度 f'_i ,临界断 裂扩展宽度 $w_{\rm er}$,最终裂纹扩展宽度 w_f ,拐点应力与 粘聚强度比值 ϕ 和断裂能 G_F .

构件的平面尺寸为 1100 mm×250 mm,厚度为 80 mm,几何尺寸如图 2. 材料为混凝土,弹性模量 为 32 GPa,泊松比为 0. 3,拉伸强度和压缩强度分别 为 4. 15 MPa 和 58. 3 MPa. 利用 ABAQUS 用户材 料子程序 UMAT 将构元组集模型的弹性损伤本构 关系引入,对此含预制裂纹三点弯曲梁进行了数值 模拟.弹簧束构元的响应曲线采用如图 3 所示的双 折线.考虑到混凝土的拉伸强度比压缩强度大,弹簧 束构元在拉伸阶段和压缩阶段的损伤阈值和破坏阈 值不同,拉伸阶段的参数和压缩阶段的参数不同,如 表 1 所示,这些参数由材料的强度及拟合宏观的载 荷与裂纹张开位移之间的关系确定.



图 2 试件几何尺寸示意图(mm)





图 3 弹簧束构元的响应曲线



表1 模拟中所采用的模型参数

Table 1Model parameters for simulation

λ_0^t	λ_c^t	λ_0^c	λ_c^c
7×10^{-5}	0.018	-0.01	-0.8

通过数值模拟,可以得到结构在裂纹扩展后的 变形图,如图4所示,图中变形较大的单元表示裂纹 扩展路径(由于有限元处理的关系,图中并没有将裂 纹扩展路径上的单元分离).拟合得到的载荷与裂纹 线开位移(CMOD)的关系与试验结果的比较如图5 所示.在变形过程中,对于沿着预制裂纹方向的材料 单元(梁下端),受到垂直于预制裂纹方向上的拉应 力,因此,在垂直于预制裂纹的方向上的弹簧束构元 承受拉力,更容易发生损伤而破坏,而结构垂直于弹 簧束构元破坏的方向,即沿着预制裂纹的方向向前 扩展.在裂纹扩展过程中,不需要指定裂纹扩展路



图 4 裂纹扩展后的变形图(scale=40)







径,结构中各个材料点的损伤状态自然的决定了应 力重分配过程(通过 ABAQUS 实现),从而决定了 裂纹扩展方向.在结构的不同变形阶段,取裂纹扩展 路径上的应力分布曲线,如图 6 所示,可看到,在裂 纹扩展过程中,裂纹的尖端始终处于应力集中状态, 并且随着裂纹的扩展向前移动,原来的应力集中区 域应力不断释放并且转移到新的尖端,裂纹扩展路 径上的每个材料点经历了从弹性到损伤破坏的发展 过程,这与内聚区模型对裂纹扩展路径上的材料性 质的描述是一致的.

利用裂纹扩展路径上的应力 -应变曲线,并考虑 到能量相等,可得到内聚区模型所假设的应力和位 移之间的关系.模拟得到的应力 -位移曲线和文献中 采用的三折线形式比较如图 7 所示.从图中可以看 出,文献中采用的曲线的拐点位于 $\phi=0.25$ 处(ϕ 为 拐点处的应力与峰值应力的比值),模拟计算得到 ϕ $\approx 0.15. 文献[20]表明 <math>\phi$ 的值约为0.15~0.33. 两者 比较结果可看出,利用构元组集模型模拟得到的内 聚区模型的应力 -位移曲线与内聚区模型中采用的 曲线基本吻合.从微观上看,材料的损伤和断裂是原



图 6 不同时刻沿裂纹扩展路径上的应力分布图

Fig. 6 Stress distribution along the crack propagation path at different time



图 7 模型预测的应力一位移曲线和内 聚区模型假设的曲线比较

Fig. 7 Comparison of the stress-displacement curves between predicted by the present model and assumed by the cohesive zone model

子键的不断变化和破坏的宏观表象,因此,内聚区的 本构可由原子间的势函数得到.由于构元组集模型 基于对泛函势,物理概念清楚,从材料损伤演化的角 度模拟了裂纹扩展路径上的应力及损伤演化情况, 为内聚区模型假设的应力一位移曲线提供了物理解 释.因此,构元组集模型具有为内聚区模型提供合适 的应力一位移曲线的潜力.

3 结论

构元组集模型一致描述了材料从弹性到损伤阶 段的本构关系,本文将构元组集模型的弹性损伤本 构关系嵌入 ABAQUS 的用户材料子程序 UMAT, 从而可以实现结构从弹性、损伤到断裂变形过程的 模拟.对典型的有预制裂纹三点弯曲梁的裂纹扩展 情况进行了模拟,通过拟合宏观的载荷-位移曲线, 可以预测内聚区模型的应力-位移曲线,并且能描述 裂纹扩展过程中应力集中沿着裂纹扩展路径向前移 动的现象,裂纹扩展路径上的每个材料点经历了从 弹性到损伤破坏的发展过程,而应力集中点在裂纹 扩展路径上不断向前移动,这与内聚区模型的思想 是一致的.因此,作为一个物理概念清楚的模型,构 元组集模型为内聚区模型提供了物理解释.与内聚 区模型比较,构元组集模型不需要预先给定裂纹扩 展方向,因此可能有更广阔的适用空间.

参考文献

- [1] 王自强,陈少华. 高等断裂力学[M]. 北京:科学出版 社,2009. (Wang Z Q, Chen S H. Advanced Fracture Mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese))
- [2] 黄克智,余寿文.弹塑性断裂力学[M].北京:清华大
 学出版社,1985.(Huang K Z,Yu S W. Elasto-Plastio Fracture Mechanics[M]. Beijing:Tsinghua University Press,1985.(in Chinese))
- [3] 余寿文,冯西桥.损伤力学[M].北京:清华大学出版 社,1997.(Yu S W, Feng X Q. Damage Mechanics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.(in Chinese))
- [4] Baant Z P, Planas J. Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials [M]. CRC Press, 1998.
- [5] Needleman A. An analysis of tensile decohesion along an interface[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1990, 38(3):289-324.
- [6] Rice J R, Wang J S. Embrittlement of interfaces by solute segregation [J]. Materials Science and Engineering:1989,107(A):23-40.
- [7] Chandra N, Li H, Shet C, Ghonem H. Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces [J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(10):2827-2855.
- [8] Li H, Chandra N. Analysis of crack growth and cracktip plasticity in ductile materials using cohesive zone models[J]. International Journal of Plasticity, 2003, 19(6):849-882.
- [9] Tvergaard V. Predictions of mixed mode interface crack growth using a cohesive zone model for ductile fracture[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2004, 52(4):925-940.
- [10] Miller R, Ortiz M, Phillips R, Shenoy V, Tadmor E B.
 Quasicontinuum models of fracture and plasticity[J].
 Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61(3-4): 427-

444.

- [11] GaoH, Klein P. Numerical simulation of crack growth in an isotropic solid with randomized internal cohesive bonds[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, 46(2): 187-218.
- [12] Deng S C, Liu J X, Zhang J, Liang N G. Component assembling model and its application to quasi-brittle damage[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2006, 46(3): 232-242.
- [13] Deng S C, Liu J X, Liang N G, Zhang J. Validation of component assembly model and extension to plasticity
 [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2007,47(3):244-259.
- [14] Zhang J, Liang N G, Deng S C, Liu J X, Liu X Y, Fu Q. Study of the damage-induced anisotropy of quasibrittle materials using the component assembling model[J]. International Journal of Damage Mechanics, 2008, 17(3):197-221.
- [15] Liu F, Fu Q, Chen C, Liang N. An elasto-plastic damage constitutive theory based on pair functional poten-

tials and slip mechanism[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2010,23(6):686-697.

- [16] Liu F, Fu Q, Chen C, Liang N. An elasto-plastic damage constitutive theory and its prediction of evolution of subsequent yield surfaces and elastic constants[J]. International Journal of Plasticity, 2011, 27(9):1355-1383.
- [17] Roesler J, Paulino G H, Park K, Gaedicke C. Concrete fracture prediction using bilinear softening [J]. Cement and Concrete Composites, 2007, 29(4): 300-312.
- [18] Phillips R. Crystals, Defects and Microstructures: Modeling across Scales [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [19] EricksenJ L. The Cauchy and Born Hypotheses for Crystals[C]// In Phase Transformations and Material Instabilities in Solids. Academic Press: New York, 1984.
- [20] Baant Z P. Concrete fracture models:testing and practice [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69 (2):165-205.

COMPONENT ASSEMBLING MODEL FOR DAMAGE AND FRACTURE AND ITS COMPARISON WITH COHESIVE ZONE MODEL

Fang Liu¹ Qiang Fu² Cen Chen³ Naigang Liang³

(¹School of Transportation, Wuhan University of Technology, Wuhan, 430063)

(²China National Light Weight Gas Turbine Development Center, Beijing, 100028)

(³ State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics (LNM), Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190)

Abstract The responses of structures to externally applied loading originate from the materials. The damage and failure process of structure corresponds to the deterioration of materials essentially. With the consideration of the microscopic deformation mechanism of materials, and based on the pair functional potentials and Cauchy–Born rule, component assembling model is developed with two kinds of components, i. e. spring–buddle and cubage components. Damage and fracture is essentially due to decrease and loss of atomic bonding force in microscopic scale and the spring–buddle component is abstracted from the atomic bonds in the same direction, so damage can be reflected by the force response function of spring–buddle components. Assembling the responses of two kinds of components, the elasto–damage constitutive equations, which can describe the whole deformation process of elastic, damage and failure of materials consistently, are derived. A user subroutine UMAT for this elasto–damage constitutive model is coded in the framework of ABAQUS, and a simulation of three point bending beam with pre-crack is performed to describe the crack propagation process. Compared with the cohesive zone model, the present model not only can predict the stress–displacement curve but also can more clearly and physically explain the crack propagation process.

Key words elasto-damage constitutive relation, crack propagation, ABAQUS/UMAT, component assembling model, cohesive zone model