地震导致地壳块体损伤的平板模型和加卸载响应比新定义

刘 月[1], 尹祥础[1,2,*]

1. 中国科学院 力学研究所, 北京 100190
2. 中国地震局 地震预测研究所, 北京 100036

LIU Yue[1], YIN Xiangchu[1,2,*]

1. *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190, *China*
2. *Institute of Earthquake Science, China Earthquake Administration, Beijing* 100036, *China*

LIU Yue, YIN Xiangchu. A plate model for the damage of a crustal block induced by earthquake and the new definition for the load/unload response ratio. *Earth Science Frontiers*, 2013, 20(6): 067-072

Abstract: Earthquake is a kind of complex natural phenomena and its physical essence is that the seismogenic fault undergoes the shear rupture accompanying rapid energy release. The essence of the earthquake preparation is the increase in the extent of the damage of the seismogenic zone until a sudden instability occurring in the medium. To study the evolution of the seismogenic zone's damage is an effective scientific method to research the earthquake preparation. According to this idea, the Load/Unload Response Ratio (LURR) theory was put forward. In this paper, a block of crust is simplified as a plate, and the fault caused by earthquake is seen as a crack in the plate. The damage caused by earthquakes could be measured by the reduction of the crustal block's rigidity. We study the change of elastic modulus and the damage of the crustal block, and use them as new responses of load and unload. Further more, we derive new analytical formulas of the LURR, which give the LURR a new and more precise physical meaning.

Key words: plate model; damage evolution; LURR

摘 要:地震孕育的实质是孕震区介质的损伤程度不断增加,最后导致突然失稳(破坏)。研究地块的损伤演化是研究地震孕育过程的科学方法。加卸载响应比(LURR)的提出正是基于这一基本思路,把地壳块体看作平板,断层看作平板中的裂纹,建立了地壳块体的平板模型。该模型可以用来研究地震形成的断层导致的地块损伤,损伤程度用刚度的减少来刻画。研究了地块在地震影响下弹性性质的变化及损伤,并把它们作为加载与卸载响应量,进一步得到新的 LURR 解析式,赋予 LURR 以新的、更为确切的物理意义。

关键词:平板模型;损伤演化;LURR
中图分类号:P315.7 **文献标志码**:A **文章编号**:1005-2321(2013)06-0067-06

0 引言

地震是一种复杂的自然现象,它的发生是地壳介质的快速错断过程[1-2]。从力学角度看,其物理实质是发震断层面的剪切破裂并伴随能量快速释放的过程。地震孕育的物理实质是孕震区地块的损伤程度不断增加,最后导致大规模的突然失稳(破坏),所以研究地块的损伤演化是研究地震孕育过程的科学方法。加卸载响应比(LURR)[3-6]的提出正是基于

收稿日期:2013-07-01;**修回日期**:2013-09-26
基金项目:国家自然科学基金项目(11021262)
作者简介:刘 月(1986—),女,博士研究生,固体力学专业,主要从事地震力学、地震预测等研究。E-mail:liuyue@lnm.imech.ac.cn
*通讯作者简介:尹祥础(1935—),男,教授,博士生导师,固体力学专业,主要从事地震力学、地震预测等研究。E-mail:xcyin2012@163.com

© 1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

这一基本思路,寻求这样一个力学参数,它能表征孕震区的力学状态从稳定向不稳定的转化,通过这一参数的变化反映介质的损伤程度。在损伤力学[7]中可以用材料(结构)刚度的变化度量损伤,在弹性阶段如A点,加载与卸载的刚度相同;非弹性阶段如B点,加载的刚度小于卸载时的刚度(图1)。加卸载刚度的差异和介质的损伤程度相关。

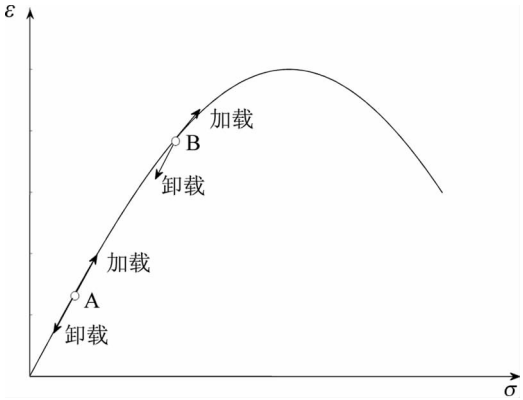

图1 岩石的应力-应变曲线

Fig. 1 Stress-strain curve of rock

对于地壳介质,LURR通过引潮力在岩石圈中引起的有效剪应力的增加与减少判断加载与卸载。LURR的时空演化可以反映出孕震区的损伤程度,刻画地震孕育进程,为地震预测提供新途径。经过近30年的努力,很多学者对LURR做了大量研究,包括物理机制、实验研究、数值模拟及地震预测实践[8-20],均取得了一系列进展。在地震预测中,LURR异常区与地震发生位置有较好的对应性[15-18];课题组统计了LURR异常时间与震级的关系[11],并进一步通过量纲分析的方法,综合考虑地质条件,得到了地震发生时间、震级的解析式,对预测地震三要素提供了新方法[13-14]。

根据目前可获得的资料,通常选取地震波能量或岩石声发射能量作为加卸载的响应量,LURR被定义为

$$Y=\frac{\left(\sum_{i=1}^{N_+}E_i^m\right)_+}{\left(\sum_{j=1}^{N_-}E_j^m\right)_-} \tag{1}$$

式中:E代表地震波的能量,符号"+"和"−"分别代表加载和卸载;N代表地震个数,一般令$m=1/2$;E^m表示Benioff应变[5]。经过实践的检验[8-20],证明这个定义是可行的,但它毕竟是经验性的、人为规定的。本文致力于研究LURR的新定义,把前人关于裂纹对介质刚度影响的研究应用到地震学中,建立了地壳块体的平板模型,把地震形成的断层看作平板中的裂纹,通过地块刚度的变化反映它的损伤程度[7]。把损伤作为加卸载响应量,得到新的LURR解析式。

1 地壳块体损伤的平板模型及断层对地块弹性性质的影响

众所周知,地球外壳是一个壳体(近似椭圆的旋转壳体),如果切出一块尺度为100 km×100 km数量级的地壳块体(隔离体),相对于曲率半径约为6 430 km而言,其曲率可略去,简化为一块平板[21],从而极大地方便了以后的推演。任何一个地震都会在地壳中形成一条断层,震级越大,裂纹的尺度越大,地震学家总结出如下的经验公式[22]:

$$\lg L=0.5\,M_S-1.8 \tag{2}$$

L代表断层的长度(km);M_S为面波震级。

对含有方向任意的可滑动闭合裂缝的平板受单轴压应力时,Walsh[23]及Jaeger等[24]考虑了裂纹闭合时摩擦力的影响,对平板弹性性质的变化做了研究。对于长宽分别为a、b的受压平板,含有长为$2c$、与力的夹角为ϕ的闭合裂纹(图2),其有效杨氏模量E_1与固有杨氏模量E_0之间的比值为[23-24]

$$\frac{E_1}{E_0}=\frac{1}{1+\pi c^2\cos^2\phi\,\dfrac{(\mu^2+1)^{1/2}-\mu}{2(\mu^2+1)^{1/2}S}} \tag{3}$$

$S=a\times b$,代表平板的面积;μ为摩擦系数,文中均取0.6。

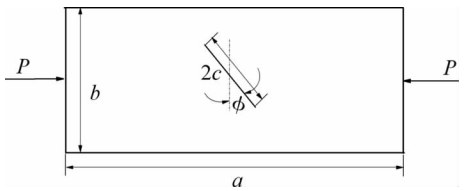

图2 含裂纹的平板模型

Fig. 2 Model of plate containing a crack

对于每单位体积包含有大量方向随机,长度为$2c_i$的闭合裂缝的平板,其杨氏模量E与固有杨氏模量E_0之间的关系为[23-24]

$$\frac{E}{E_0}=\frac{1}{1+\sum_{i=1}^{N}\dfrac{2\pi c_i^2}{15S}\left[\dfrac{2+3\mu^2+2\mu^4}{(\mu^2+1)^{3/2}}-2\mu\right]} \tag{4}$$

© 1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

N 为裂纹数目。

地震属于典型的剪切破裂,研究地块的剪切模量的变化显得尤为重要。对于包含有闭合裂缝的物体的有效体积模量和固有体积模量相等时有

$$(1-2\nu_1)/E_1=1/3K=(1-2\nu_0)/E_0 \tag{5}$$

杨氏模量与剪切模量之间的关系为

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)} \tag{6}$$

由于地壳中含有无数多的断层,可以假设模型中含有 N 条方向任意,长度为 L_i 的闭合裂缝。考虑多个裂纹对模型弹性性质的影响(由于地下很多断层位置尚不清楚,暂不考虑断层之间的相互作用),令 $\nu_0=0.25$,结合(4)、(5)和(6)式得到有效剪切模量 G 和固有剪切模量 G_0 之间的关系为

$$\frac{G_0}{G}=1+0.114\sum_{i=1}^{N}\frac{L_i^2}{S} \tag{7}$$

由公式(2)可知一个 5 级地震对应的断层长度 $L=5$ km,相对于线尺度是百公里量级,则 $\frac{L^2}{S}\ll 1$,为一小量,记作 δ。

又根据损伤力学[7],平板的损伤 D 可以由剪切模量的变化来衡量:

$$D=1-\frac{G_N}{G_0}=0.114\sum_{i=1}^{N}\delta_i \tag{8}$$

以上基于平板模型对地壳块体弹性性质及损伤的分析,考虑了裂纹受压时裂纹面间的摩擦,并假设裂纹方向为任意可滑动方向且随机分布,在尽可能的条件下考虑了多条裂纹的共同作用(略去裂纹之间的相互作用),推导了地壳块体简化后的弹性性质及损伤的变化。

2 加卸载响应比(LURR)新定义

在之前的 LURR 时空扫描中,一般使用公式(1),且令 $m=1/2$,以后记为 $Y_{E,m=1/2}$。对中国大陆进行扫描时首先要选定研究的空间域和时间段内的地震目录(由地震台网中心提供):空间上一般以 0.25°为步长进行滑移,把扫描点作为中心,令半径 R 为 100 km、200 km 和 300 km 的圆形域为空间窗。若 $R=100$ km,通常对应的时间窗是 15 个月。对地震目录进行筛选后,根据引潮力引起的地壳内任一点在任何时刻的库伦破裂应力的增减判断地震的发生处于加载阶段还是卸载阶段,之后把加载与卸载响应量代入到公式(1)中,即可得到各扫描点的 LURR 值 $Y_{E,m=1/2}$。当 $Y_{E,m=1/2}>1$ 时,被看做加卸载响应比异常,$Y_{E,m=1/2}$ 值越高,介质的损伤越严重,地震的孕育进程越进入后期。最后把各扫描点(空间点)的 LURR 值用 MATLAB 软件以图像的形式显示出来(见图 4),不同颜色代表不同的 LURR 值,颜色越红,LURR 值越高,蓝色表示 LURR 值与 1 接近。这时我们只得到了 1 张半径 $R=100$ km,时间窗 15 个月的研究区域内的 LURR 扫描图。由于地下介质的受载及损伤状态是变化的,因此我们会对中国大陆近实时地扫描,通过 LURR 的动态演化判断孕震区的危险程度。

本文通过理论推导得到了平板的剪切模量 G 和损伤 D 的表达式,两者均可定量表征材料(结构)的损伤程度,下面我们把 G 和 D 作为加载与卸载的响应量,推导出新的 LURR 表达式,分别记为 Y_G 和 Y_D

$$Y_G=\frac{G_{N_+}}{G_{N_-}} \tag{9}$$

$$Y_D=\frac{D_+}{D_-} \tag{10}$$

结合公式(2)、(8)和(10),上式可表达为

$$Y_D=\frac{\left(\sum_{i=1}^{N_+}10^{M_{Si}}\right)_+}{\left(\sum_{j=1}^{N_-}10^{M_{Sj}}\right)_-} \tag{11}$$

根据古登堡关系[25],(1)式可以写为

$$Y_E=\frac{\left(\sum_{i=1}^{N_+}10^{1.5mM_{Si}}\right)_+}{\left(\sum_{j=1}^{N_-}10^{1.5mM_{Sj}}\right)_-} \tag{12}$$

显然 Y_D 与 Y_E 有相似的表达式,若令(12)式中的 $m=2/3$,则 Y_D 与 Y_E 相同。Y_D 与 $Y_{E,m=1/2}$ 在表达式上只有极小的差异。文中给出了时间窗截止日期为 2007 年的中国大陆 Y_D 与 $Y_{E,m=1/2}$ 的时空扫描结果(分别见图 3 和图 4),扫描半径 $R=200$ km,时间窗 18 个月。为了更清晰地比较,文中列出了时间窗2006-07—2007-12 的中国大陆 Y_D 和 $Y_{E,m=1/2}$ 时空扫描结果,见图 5。通过比较发现两者的异常区域几乎相同,只是 LURR 值略有不同(但非常接近)。这说明之前的定义($Y_{E,m=1/2}$)虽然是人为规定的,却是有理论支撑的,在长期的实践中也证明是可行的。

© 1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

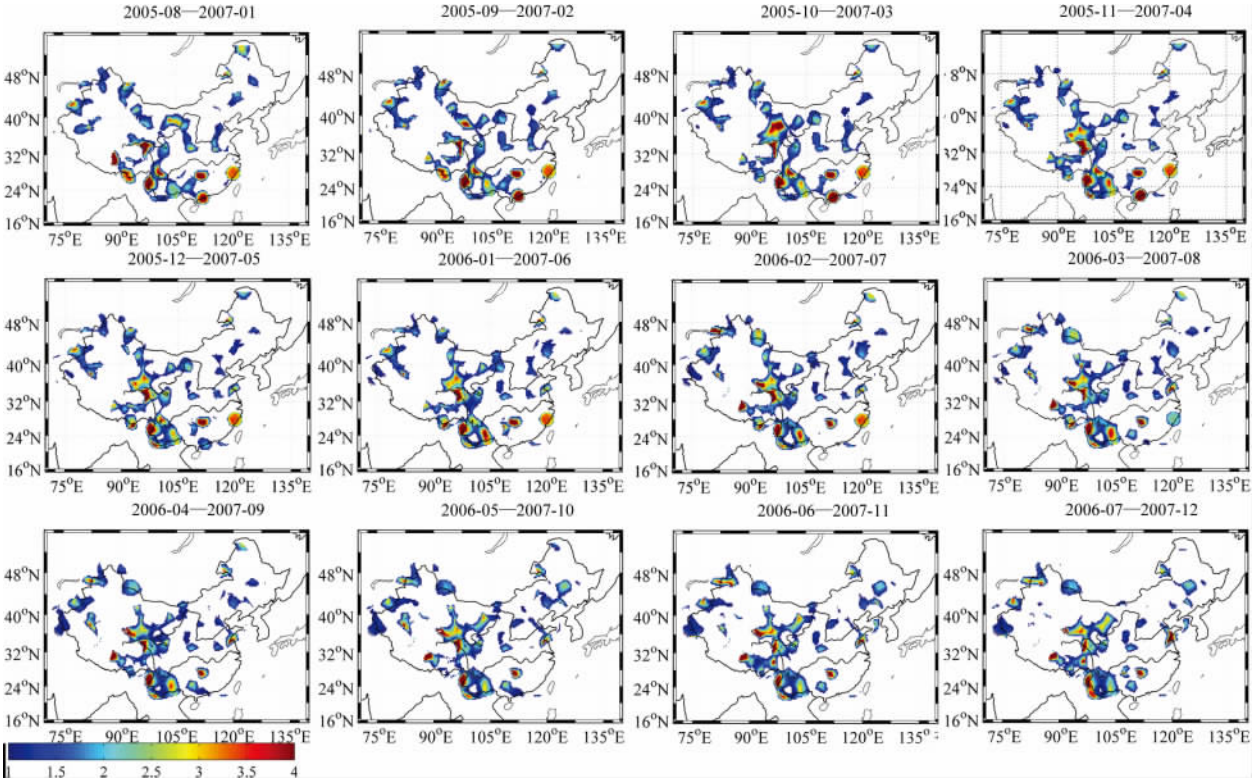

图 3 中国大陆 Y_D 的时空扫描图

Fig. 3 Space-time scanning results for Chinese mainland by Y_D

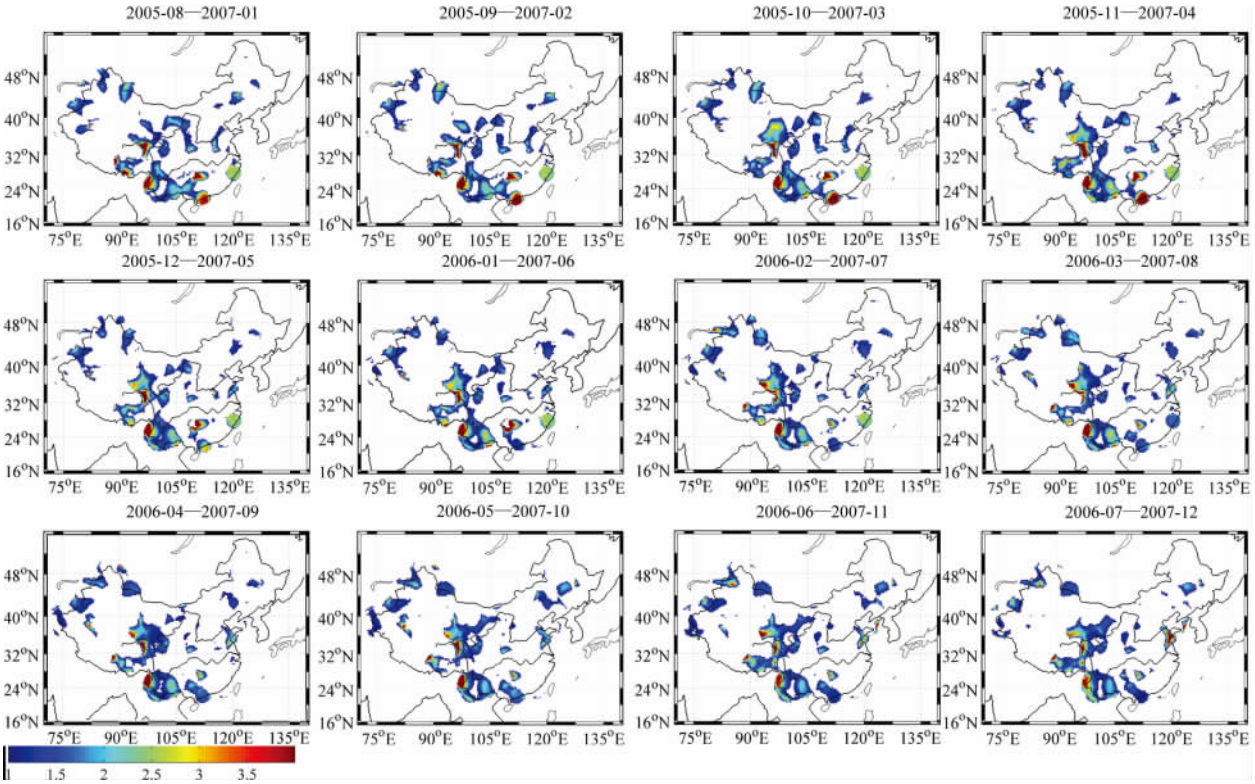

图 4 中国大陆 $Y_{E,m=1/2}$ 的时空扫描图

Fig. 4 Space-time scanning results for Chinese mainland by $Y_{E,m=1/2}$

© 1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

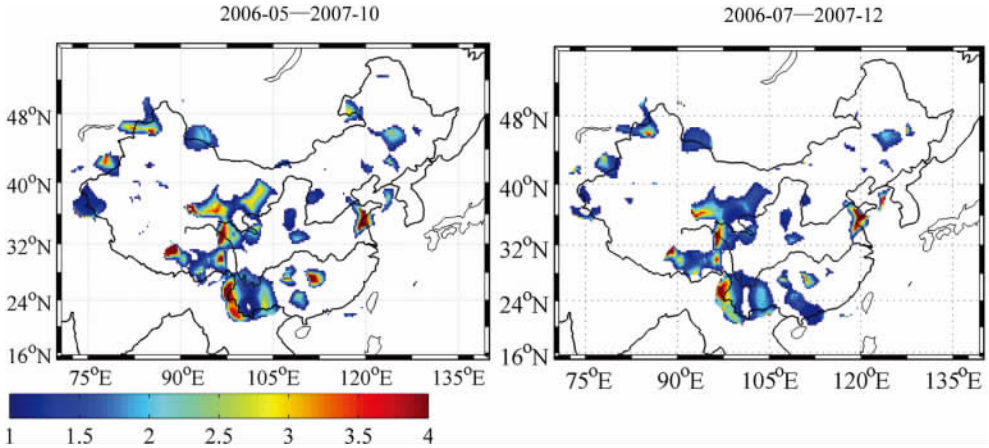

图 5　时间窗从 2006-07—2007-12 中国大陆 Y_D(左图)和 $Y_{E,m=1/2}$(右图)的时空扫描图

Fig. 5　Space-time scanning results with time window from 2006-07 to 2007-12 for Chinese mainland by Y_D (the left picture) and $Y_{E,m=1/2}$ (the right picture) separately

3　讨论

(1)由于地球半径约为 6 340 km，远大于我们研究的块体尺度，因此本文把地壳的一小部分块体假设成平板是合理的；同时可以把地震引起的断层看作裂缝，把含裂缝的平板模型应用到地壳介质中。在本文的研究中，断层(裂纹)的尺度是根据经验性公式 $\lg L=0.5M_S-1.8$ 来确定的，这个公式不一定非常精确，却反映了断层长度和震级之间的总体变化趋势，从而得到规律性的结果。这自然会带来一些误差，但是随着地震观测技术的提高与完善，以及地震观测台网的加密，将可能测量出较小地震的尺度和位置，从而改善这方面的结果。

(2)本文没有考虑裂纹间的相互影响，这也会带来一定误差。当多个裂纹的尺寸与位置确定后，利用现代的计算技术，如有限元(FEM)、边界元(BEM)等考虑裂纹间的相互作用是没有原则性困难的。但是目前较小地震引起的断层信息仍不能被完全获得，而且在本文的研究范围内，断层最大长度是 5 km，断层密度较小，所以不考虑裂纹间的相互作用是合理的。

(3)本文在地壳块体的平板模型基础上，研究了地块弹性性质及损伤的变化，并以剪切模量 G 和损伤变量 D 作为加载与卸载的响应量，推导了新的 LURR 解析式 Y_G 和 Y_D，Y_D 和 $Y_{E,m=1/2}$ 有相似的表达式，而且实际扫描结果差异不大。说明定义 $Y_{E,m=1/2}$ 虽然是经验性的，却是有理论支撑的，因而在实践中证明是可行的。

文中使用的地震目录是由中国地震台网中心的张晓涛提供的，部分计算是在中国科学院超级计算中心完成的，中国地震局的张浪平和新疆地震局的刘建民在画图方面提供了帮助，在此一并表示感谢。

参考文献

[1] 傅承义，陈运泰，祈贵仲. 地球物理学基础[M]. 北京：科学出版社，1985：255-261.

[2] Aki K, Richards P G. Quantitative Seismology Theory and Methods, Vol. 1[M]. New York: W. H. Freeman and Company, 1980: 30-50.

[3] 尹祥础. 地震预测新途径的探索[J]. 中国地震，1987，3(1)：1-7.

[4] 尹祥础，尹灿. 非线性系统失稳的前兆与地震预报：响应比理论及其应用[J]. 中国科学：B 辑，1991，21(5)：512-518.

[5] 尹祥础，陈学忠，尹灿. 加卸载响应比：一个刻划构造运动稳定性的新参数及其在地质灾害预测中的应用[J]. 地球物理学进展，1993，8(4)：97-103.

[6] Yin X C, Chen X Z, Song Z P, et al. A new approach to earthquake prediction: The Load/Unload Response Ratio (LURR) theory[J]. Pure and Applied Geophysics, 1995, 145(3/4): 701-715.

[7] Krajcinovic D. Damage Mechanics[M]. New York: Elsevier, 1996: 1-33.

[8] Yin X C, Mora P, Peng K Y, et al. Load-unload response ratio and accelerating moment/energy release critical region scaling and earthquake prediction[J]. Pure and Applied Geophysics, 2002, 159: 2511-2523.

[9] Yin X C, Chen X Z, Wang Y C, et al. Development of a new

© 1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

approach to earthquake prediction: Load/Unload Response Ratio (LURR) theory[J]. Pure and Applied Geophysics, 2000, 157(11/12): 2365-2383.

[10] 余怀忠, 尹祥础, 夏蒙棼, 等. 加卸载响应比理论的实验研究[J]. 中国地震, 2003, 19(1): 58-66.

[11] 张晖辉, 尹祥础, 梁乃刚. 中国大陆地区中强地震前加卸载响应比异常时间尺度的统计研究[J]. 中国地震, 2005, 21(4): 486-495.

[12] Yin X C, Zhang L P, Zhang H H, et al. LURR's twenty years and its perspective[J]. Pure and Applied Geophysics, 2006, 163(11/12): 2317-2341.

[13] Yin X C, Liu Y, Mora P, et al. New progress in LURR: Integrating with the dimensional method[J]. Pure and Applied Geophysics, 2013, 170: 229-236.

[14] 刘月, 尹祥础, 袁帅, 等. 量纲分析应用于地震预测的探索[J]. 地球物理学报, 2012, 55(9): 3043-3050.

[15] 尹祥础, 张晖辉, 余怀忠, 等. 加卸载响应比理论的新进展及其对中国大陆未来地震趋势的预测[M]//中国地震趋势预测研究(2004 年度). 北京: 地震出版社, 2003: 282-285.

[16] 尹祥础, 张晖辉, 彭克银, 等. 多时空尺度加卸载响应比扫描预测 2005 年度中国大陆地震趋势[M]//中国地震趋势预测研究(2005 年度). 北京: 地震出版社, 2004: 285-291.

[17] 尹祥础, 张晖辉, 张浪平, 等. 从加卸载响应比的变化预测中国大陆地震趋势[M]//中国地震趋势预测研究(2006 年度). 北京: 地震出版社, 2005: 92-96.

[18] 尹祥础, 张浪平, 张永仙, 等. 从加卸载响应比的时空演化预测中国大陆 2007 年地震趋势的初步研究[M]//中国大陆强震趋势预测研究(2007 年度). 北京: 地震出版社, 2006: 90-95.

[19] 张浪平, 尹祥础, 庄建仓, 等. 汶川余震序列的加卸载响应比分析[J]. 地震, 2009, 29(1): 60-67.

[20] Zhang L P, Yu H Z, Yin X C. Failure potential evaluation in engineering experiments using load/unload response ratio method [J]. Pure and Applied Geophysics, 2013, 170: 237-245.

[21] Timoshenko S, Woinowsky-Krieger S. Theory of Plates and Shells[M]. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1959: 1-3.

[22] Mark L. Earthquake fault scaling: Self-consistent relating of rupture length, width, average displacement, and moment release[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2010, 100(54): 1971-1988.

[23] Walsh J B. The effect of cracks in the uniaxial elastic compression of rocks[J]. Journal of Geophysical Research, 1965, 70: 399-411.

[24] Jaeger J C, Cook N G W. Fundamentals of Rock Mechanics [M]. 3rd ed. London: Chapman and Hall, 1979: 329-337.

[25] Kanamori H, Anderson D L. Theoretical basis of some empirical relation in seismology[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1975, 65: 1073-1096.

© 1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net