

颗粒增强金属基复合材料的尺寸效应^①

陈少华 王自强

(LNM,中国科学院力学研究所,北京 100080)

摘要 大量实验表明颗粒尺寸对颗粒增强金属基复合材料的力学特性有很大的影响。然而经典的弹塑性理论不能解释这种现象,因为在经典理论中并不包含任何长度量纲的参数。利用Chen和Wang提出的一种新的应变梯度理论系统地研究了颗粒尺寸对颗粒增强金属基复合材料力学特性的影响。具体研究了颗粒增强复合材料中的诸多因素,例如:颗粒的尺寸、颗粒的长径比、颗粒与基体材料的杨氏模量比、颗粒的体积份数以及基体材料的应变硬化指数。另外与Ling的复合材料实验结果进行了分析,计算结果与实验结果相吻合,并给出相应材料长度参数值。

关键词 尺寸效应,颗粒增强金属基复合材料,应变梯度

引言

众所周知,颗粒增强金属基复合材料的力学特性受其微结构的影响。几十年来,人们一直试图研究这种内在关系,并在科研及制造业方面取得了很多成就。文献[1,2]利用体胞模型研究了颗粒的长径比、颗粒的体积份数,及基体材料的硬化指数对复合材料性能的影响,并发展了一些定量关系,预测结果与实验结果符合。文献[3]发展了一种自洽分析模型,成功地分析了颗粒增强金属基复合材料力学行为。最近,文献[4]利用实验系统研究了一系列含不同体积份数金属纤维增强铝合金基体复合材料。关于颗粒的尺寸效应,文献[5~10]的实验结果表明颗粒增强金属基复合材料的力学特性对颗粒尺寸的大小非常敏感。最终得到结论为:同样颗粒体积份数情况下,颗粒越小,颗粒增强金属基复合材料的强度越高。为了预测颗粒尺寸效应,文献[11,12]也发展了一些分析模型。

为了从理论上解释这种尺寸效应,应变梯度理论^[13~16]相应产生。许多学者利用这几种应变梯度理论分析了裂纹尖端场、微米压痕及颗粒增强复合材料尺寸效应等问题^[17~20]。2000年Chen与Wang^[21]给出了一种考虑应变梯度影响的增量形式的硬化关系,未引进任何高阶应力及高阶应变率,成功地分析了细铜丝扭转及微薄梁弯曲实验现象。2001年,Chen与Wang^[22]提出了一种新的应变梯度理论。该理论与已有的任何应变梯度塑性理论不同,除包含经典塑性理论中的三个位移分量,还包含三个微观转动分量,而且微观转动矢量与位移矢量互相独立。应变能密度假设为应变张量及弯扭张量的函数。此理论的主要特征为:转动梯度对材料性能的影响通过应力与偶应力的相互作用来反映,而拉伸梯度的影响通过引入新的硬化规律来刻画。拉伸梯度仅作为一个内变量,影响材料的切向硬化模量。因此,新的应变梯度理论未引入任何高阶应力及高阶应变率。利用此理论成功地分析了细铜丝扭转、微薄梁弯曲、

^① 国家自然科学基金(No. 19704100),中科院自然科学基金(KJ951-1-20项目),中科院王宽诚博士后工作奖励基金及中国博士后科学基金资助项目。

微米压痕、裂纹尖端场等典型问题^[21~25]。

基于文献[22]中提出的应变梯度理论及文献[21]中提出的硬化关系利用体胞模型结合有限元方法详细分析颗粒增强金属基复合材料的尺寸效应问题。限于篇幅,只报道了椭球形颗粒增强符合复合材料分析结果。

1 一般偶应力理论框架

在一般偶应力理论中,微极转动矢量 ω 是独立变量,与位移矢量 u 无关,不同于物质转动矢量 $\theta \equiv (1/2)\text{curl}u$ 。 σ 表示 Cauchy 应力的对称部分, τ 表示 Cauchy 应力的反对称部分, m 表示偶应力张量。忽略体积力及体积偶,一般偶应力理论的虚功原理可写为

$$\int_V [(\sigma_{ij} + \tau_{ij})\delta\gamma_{ij} + m_{ij}\delta\chi_{ij}]dV = \int_S [T_i\delta u_i + q_i\delta\omega_i]dS \quad (1)$$

式中 $\chi_{ij} = \omega_{i,j}$ 是与偶应力张量功共轭的弯扭张量; $\gamma_{ij} = u_{i,j} + e_{ijk}\omega_k$ 是相对位移梯度张量。

相对转动张量为

$$\alpha_{ij} = e_{ijk}\omega_k - (u_{j,i} - u_{i,j})/2 = e_{ijk}(\omega_k - \theta_k) \quad (2)$$

利用方程(2),方程(1)可写为

$$\int_V (\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} + \tau_{ij}\delta\alpha_{ij} + m_{ij}\delta\chi_{ij})dV = \int_S [T_i\delta u_i + q_i\delta\omega_i]dS \quad (3)$$

利用散度定理,得到体积 V 中应力及偶应力的平衡方程

$$t_{ij,j} = \sigma_{ij,j} + \tau_{ij,j} = 0 \quad \tau_{jk} = e_{ijk}m_{i,p,p}/2 \quad (4)$$

在表面 S 上,面力平衡方程为

$$T_i = (\sigma_{ij} + \tau_{ij})n_j \quad q_i = m_{ij}n_j \quad (5)$$

一般偶应力理论中应变能密度 w 为应变张量 ε ,弯扭张量 χ 及相对转动张量 α 的函数,即

$$w(\varepsilon, \chi, \alpha) = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} + \int_0^{\chi_{ij}} m_{ij}d\chi_{ij} + \int_0^{\alpha_{ij}} \tau_{ij}d\alpha_{ij} \quad (6)$$

2 应变梯度理论

2.1 本构关系

新的应变梯度理论则在一般偶应力理论基础上,假设应变能密度 w 只是应变张量 ε 及弯扭张量 χ 的函数,则由方程(6)可得

$$\tau_{ij} = \partial w / \partial \alpha_{ij} = 0 \quad (7)$$

相应的平衡方程为

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad m_{ij,j} = 0 \quad (8)$$

面力及面力偶边值条件为

$$\sigma_{ij}n_j = T_i^0 \quad \text{在 } S_T \text{ 上} \quad (9)$$

$$m_{ij}n_j = q_i^0 \quad \text{在 } S_q \text{ 上} \quad (10)$$

表面上位移与微极转动矢量满足

$$u_i = u_i^0 \quad \text{在 } S_u \text{ 上} \quad (11)$$

$$\omega_i = \omega_i^0 \quad \text{在 } S_\omega \text{ 上} \quad (12)$$

Cauchy 应力的偏量部分 S_{ij} 及偶应力的偏量部分 m'_{ij} 分别与 ϵ'_{ij} , χ'_{ij} 形成功共轭; 球形部分 σ_m 及 m_m 分别与 ϵ_m 及 χ_m 形成功共轭, 单位体积内功的增量为

$$\delta w = S_{ij} \delta \epsilon'_{ij} + m'_{ij} \delta \chi'_{ij} + \sigma_m \delta \epsilon_m + m_m \delta \chi_m \quad (13)$$

新的应变梯度理论下的本构关系为

$$S_{ij} = \frac{\partial w}{\partial \epsilon'_{ij}} \quad m'_{ij} = \frac{\partial w}{\partial \chi'_{ij}} \quad \sigma_m = \frac{\partial w}{\partial \epsilon_m} \quad m_m = \frac{\partial w}{\partial \chi_m} \quad (14)$$

根据文献[13,14], 假设应变能密度函数为广义等效应变 E_e 的函数, 其中

$$E_e^2 = \epsilon_e^2 + l_{cs}^2 \chi_e^2 \quad (15)$$

与 E_e 功共轭的广义等效应力 Σ_e 定义为

$$\Sigma_e = \frac{dw(E_e)}{dE_e} = (\sigma_e^2 + l_{cs}^{-2} m_e^2)^{1/2} \quad (16)$$

则方程(14)写为

$$S_{ij} = \frac{2\Sigma_e}{3E_e} \epsilon'_{ij} \quad m'_{ij} = \frac{2\Sigma_e}{3E_e} l_{cs}^2 \chi'_{ij} \quad \sigma_m = K \epsilon_m \quad m_m = K_1 l_{cs}^2 \chi_m \quad (17)$$

式中 K 为体积模量; K_1 为弯扭体积模量; l_{cs} 为描述转动梯度的材料长度参数。

2.2 硬化关系

经典塑性力学中的硬化关系增量形式可写为

$$\dot{\sigma}_e = A'(\epsilon_e) \dot{\epsilon}_e \quad (18)$$

当只考虑转动梯度时, 广义等效应力 Σ_e 与广义等效应变 E_e 之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_e &= A(E_e), & \Sigma_e &\geq \sigma_y \\ \Sigma_e &= 3\mu E_e, & \Sigma_e &< \sigma_y \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

当考虑拉伸梯度时, 引进新的硬化关系

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Sigma}_e &= A'(E_e)(1 + l_1 \eta_1 / E_e)^{1/2} \dot{E}_e = B(E_e, l_1 \eta_1) \dot{E}_e & \Sigma_e &\geq \sigma_y \\ \dot{\Sigma}_e &= 3\mu \dot{E}_e & \Sigma_e &< \sigma_y \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中 $B(E_e, l_1 \eta_1)$ 为考虑梯度影响的硬化函数, l_1 为描述伸长梯度影响的材料内禀长度, η_1 表示等效拉伸梯度。根据文献[26], 我们有

$$\eta_{ijk} = u_{k,ij} \quad (21)$$

$$\eta'_{ijk} = \eta_{ijk} - (\delta_{ik} \eta_{jpp} + \delta_{jk} \eta_{ipp}) / 4 \quad (22)$$

$$\eta^s_{ijk} = (\eta'_{ijk} + \eta'_{jki} + \eta'_{kij}) / 3 \quad (23)$$

$$\eta^{(1)}_{ijk} = \eta^s_{ijk} - (\delta_{ij} \eta^s_{kpp} + \delta_{jk} \eta^s_{ipp} + \delta_{ki} \eta^s_{jpp}) / 5 \quad (24)$$

$$\eta_1 = \sqrt{\eta^{(1)}_{ijk} \eta^{(1)}_{ijk}} \quad (25)$$

3 有限元计算

3.1 计算模型

简化了的胞体模型如图 1(a)所示,对于轴对称情况,仅采用四分之一的区域作为计算模型,采用了 9 节点等参元轴对称有限元程序,每个节点有三个自由度,网格划分如图 1(b)所示,其中包含 720 个 9 节点单元。旋转椭球颗粒的胞体模型尺寸正则化为

$$A = \left(\frac{3\kappa}{4\pi}\right)^{1/3} \frac{V_P^{1/3}}{l_1} \quad B = \frac{A}{\kappa} \quad R = \left(\frac{\kappa}{2\pi f_P}\right)^{1/3} \frac{V_P^{1/3}}{l_1} \quad H = \frac{R}{\kappa} \quad (26)$$

式中, A, B, R 及 H 如图 1(a)所示; V_P 及 f_P 分别为颗粒的体积及颗粒体积份数, κ 为颗粒及胞体的长径比。图 1 中的边界条件为

$$u_z = 0 \quad \sigma_{rz} = 0 \quad m_{\theta z} = 0 \quad \text{在 } z = 0 \text{ 上} \quad (27)$$

$$u_z = \epsilon_c H \quad \sigma_{rz} = 0 \quad m_{\theta z} = 0 \quad \text{在 } z = H \text{ 上} \quad (28)$$

$$u_r = C_0 \quad \sigma_{zr} = 0 \quad \int_0^H \sigma_{rr} dz = 0 \quad m_{\theta r} = 0 \quad \text{在 } r = R \text{ 上} \quad (29)$$

式中 C_0 为一待定常数,由满足方程(29)的第三个条件而定。本文中,金属基为考虑应变梯度效应的弹塑性材料,颗粒为弹性材料,杨氏模量为 E_P ,泊松比为 ν_P 。

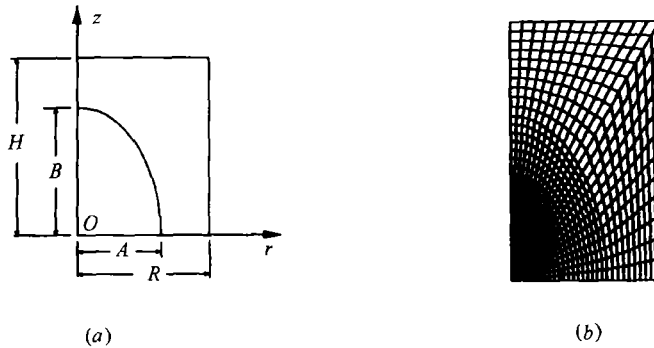


图 1 胞体模型(a)和网格划分(b)

颗粒增强金属基复合材料的应力应变关系为各参数的函数

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_y} = F\left(\epsilon_c, \frac{E_P}{E}, f_P, \kappa, n, \frac{E}{\sigma_y}, \nu, \nu_P, \frac{V_P^{1/3}}{l_1}\right) \quad (30)$$

式中 E, n, ν 分别为基体的杨氏模量、应变硬化指数及泊松比。

3.2 计算结果

本文对椭球形颗粒增强复合材料进行了计算,考虑了不同的颗粒体积份数、不同的颗粒大小、不同的杨氏模量比及长径比。在所有计算中颗粒及基体材料的泊松比取为 0.3。具体计算结果如图 2-5 所示。

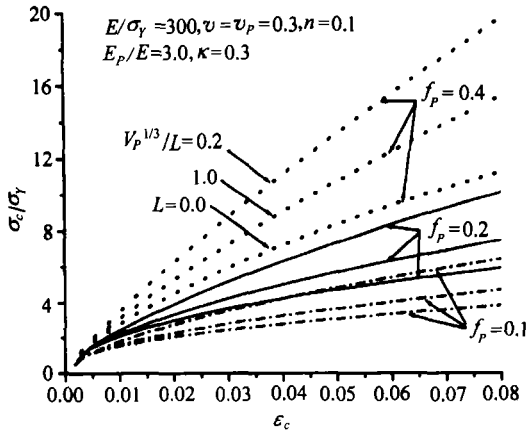


图2 不同体积份及颗粒大小时应力应变曲线

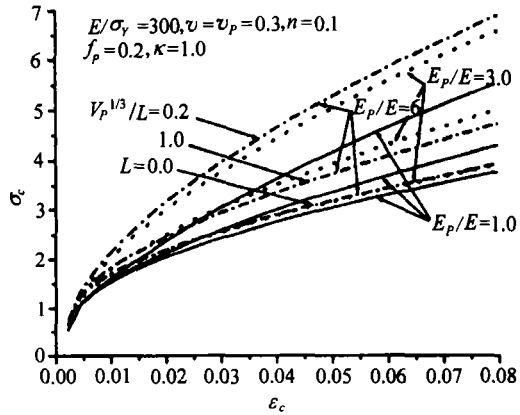


图3 不同模量比及颗粒大小时应力应变曲线

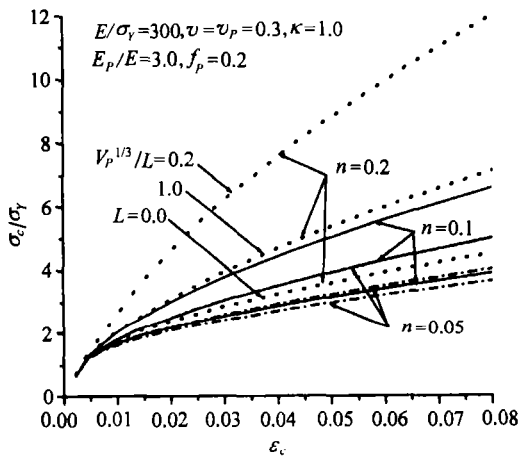


图4 不同硬化指数及颗粒大小时应力应变曲线

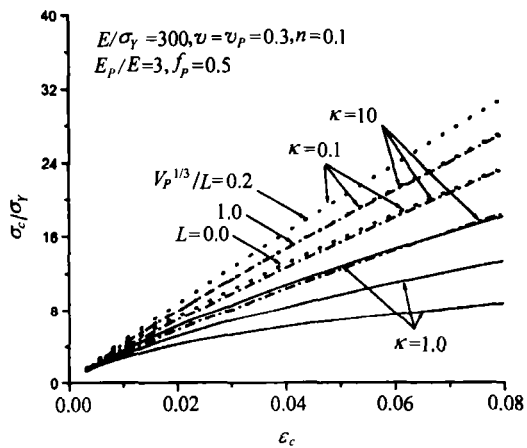


图5 不同长径比及颗粒大小时应力应变曲线

3.3 与实验结果的比较

2000年 Ling^[9]对含不同体积份颗粒的金属基复合材料进行了实验研究,结果发现当颗粒的体积份不变时,颗粒尺寸越小,复合材料的强度越高。

Ling 实验^[9]研究了颗粒体积份为 17% 的 SiCp/2124Al 复合材料单轴受压,分别取颗粒直径为 3 μ m 及 37 μ m 两种情况,具体参数取为 $E = 70$ Gpa, $E_p = 420$ GPa, $n = 0.1, \sigma_Y = 200$ MPa, $\kappa = 1.0, f_p = 0.17$ 及 $\nu = \nu_p = 0.3$ 。对应的压应力应变关系曲线如图 6 所示,当材料长度尺度为 $l_1 = 6\mu$ m,计算结果与实验结果基本一致。

4 结语

给出了关于影响椭球颗粒增强复合材料强度的一些信息,结果表明复合材料的强度不仅依赖于颗粒与基体材料的杨氏模量之比、颗粒的体积份、颗粒的长径比、应变硬化指数等,还与颗粒尺寸大小有关。当长径比较小或较大时,复合材料的强度比球形颗粒增强的复合材料强度高,且颗粒长径比为 1 的复合材料强度最低。与实验结果比较,计算结果与之吻合很好,并

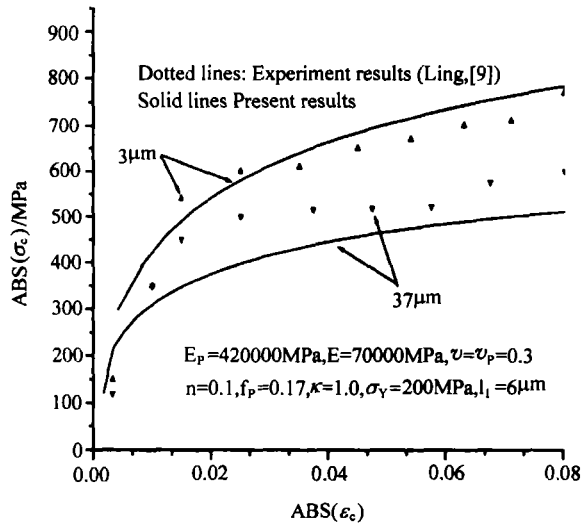


图 6 计算结果与 Ling^[9]实验比较

能预测出材料内禀尺度。

参 考 文 献

- 1 Christman T, Needleman A, Suresh S. An experimental and numerical study of deformation in metal ceramic composites. *Acta Metall. Mater*, 1989, 37:3029~3050
- 2 Bao G, Hutchinson JW, McMeeking RM. Particle reinforcement of ductile matrices against plastic flow and creep. *Acta Metall Mater*, 1991, 39:1871~1882
- 3 Corbin SF, Wilkinson DS. The influence of particle distribution on the mechanical response of a particulate metal-matrix composite. *Acta Metall Mater*, 1994, 42:1311~1318
- 4 Boland F, Colin C, Salmon C, et al. Tensile flow properties of Al-based matrix composites reinforced with a random planar network of continuous metallic fibers. *Acta Mater*, 1998, 46:6311~6323
- 5 Yang J, Cady C, Hu MS, et al. Effects of damage on the flow strength and ductility of a ductile Al-alloy reinforced with SiC particulates. *Acta Metall Mater*, 1990, 38:2613~2619
- 6 Kamat SV, Rollett AD, Hirth JP. Plastic-deformation in Al-alloy matrix-alumina particulate composites. *Scripta Metall Mater*, 1991, 25:27~32
- 7 Lloyd DJ. Particle-reinforced aluminum and magnesium matrix composite. *Int Mater Rev*, 1994, 39:1~23
- 8 Kiser MT, Zok FW, Wilkinson DS. Plastic flow and fracture of a particulate metal matrix composites. *Acta Mater*, 1996, 44:3465~3476
- 9 Ling Z. Deformation behavior and microstructure effect in 2124Al/SuCp composite. *J Comp Mater*, 2000, 34:101~115
- 10 Dai LH, Ling Z, Bai YL. A strain gradient-strengthening law for particle reinforced metal matrix composites. *Scripta Mater*, 1999, 41:245~251
- 11 Nan CW, Clarke DR. The influence of particle size and particle fracture on the elastic/plastic deformation of metal matrix composites. *Acta Mater*, 1996, 44:3801~3811
- 12 Maire E, Wilkinson DS, Embury D, et al. Role of damage on the flow and fracture of particulate reinforced alloys and metal matrix composites. *Acta Mater*, 1997, 45:5261~5274
- 13 Fleck NA, Hutchinson JW. A phenomenological theory for strain gradient effects in plasticity. *J Mech Phys of Solids*, 1993, 41:1825~1857

- 14 Fleck NA, Hutchinson JW. Strain Gradient Plasticity. *Advances in Applied Mechanics*, ed. J. W. Hutchinson and T. Y. Wu, New York: Academic Press, 1997, 33:295~361
- 15 Gao H, Huang Y, Nix W D, et al. Mechanism-based strain gradient plasticity -I theory. *J Mech Phys of Solids*, 1999, 47:1239~1263
- 16 Acharya A, Shewky TG. Thermodynamic restrictions on constitutive equations for second-deformation-gradient inelastic behavior. *J Mech Phys of Solids*, 1995, 43:1751~1772
- 17 Wei Y, Hutchinson JW. Steady-state crack growth and work of fracture for solids characterized by strain gradient plasticity. *J Mech Phys Solids*, 1997, 45:1253~1273
- 18 Wei Y. Particulate size effects in the particle-reinforced metal-matrix composites. *Acta Mechanica Sinica*, 2001, 17 (1):45~58
- 19 Huang Y, Xue Z, Gao H, et al. A study of micro-indentation hardness tests by mechanism-based strain gradient plasticity. *J Mater Res*, 2000, 15:1786~1796
- 20 Huang Y, Zhang L, Guo TF, et al. Mixed mode near-tip fields for cracks in materials with strain gradient effects. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1997, 45:439~465
- 21 Chen SH, Wang TC. A new hardening law for strain gradient plasticity. *Acta Materialia*, 2000, 48:3997~4005
- 22 Chen SH, Wang TC. A new deformation theory for strain gradient effects. *Int J Plasticity*, 2001 (in press)
- 23 Chen SH, Wang TC. Mode I crack tip field with strain gradient effects. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2000, 13(4):290~298
- 24 Chen SH, Wang TC. Finite element solutions for plane strain mode I crack with strain gradient effects. 2001, (submitted)
- 25 Chen SH, Wang TC. A study of size-dependent microindentation test. 2001 (submitted)
- 26 Smyshlyaev VP, Fleck NA. The role of strain gradients in the grain size effect for polycrystals. *J Mech Phys Solids*, 1996, 44:465~495