第22卷 第3期 力学学报 Vol. 22, No. 3
1990年5月 ACTA MECHANICA SINICA May, 1990

液滴与液面碰撞时发生环形穿入的条件

郑哲敏
(中科院力学所LNM开放实验室)

提要 在自由落下的液滴与液面碰撞的实验中，蔡一坤发现环形穿入现象，它的出现与下落高度之间有某种周期性关系．蔡文根据实验结果整理出了经验公式．本文从液滴的自由振动出发，得到了与实验结果符合得更好的公式，从而为环形穿入提供了理论解释．

关键词 液滴，碰撞，穿入

1. 前言

最近蔡一坤就自由落下的液滴与液面碰撞问题做了实验，发现和观察了一些未见报道过的有趣现象[1]．他发现在低速碰撞条件下，能出现环形穿入，而且这个现象的出现与下落高度之间存在着一种周期性关系．下落高度又与液滴直径有简单的代数关系．

这篇短文的目的在于从理论上说明出现这一现象的原因，并且建立相应的定量关系．

2. 液滴的自振周期与下落高度

考虑到蔡文所述的实验条件，特别是液滴的发生方式与下落高度小这两个因素，可以设想，液滴的振动及入水时的状态将影响碰撞过程．譬如说，如果当时液滴比较扁平，碰撞现象就很可能有别与液滴比较瘦长的情况．

如果忽略粘性效应，则液滴的自振是周期性的．我们用T表示这个自振周期．在微幅振动的假设下，T的计算公式为(参见[2])

$$T=\frac{\pi}{4}\left(\frac{\rho d^3}{\sigma}\right)^{1/2} \tag{1}$$

其中 ρ,d,σ 分别是液滴的密度，球径与表面张力．

若液滴的初始速度可以视为零，且忽略空气阻力，则液滴的下落时间为 $(2H/g)^{1/2}$．这里，H为落差，g是重力加速度．因此，如令α表示初始时刻的相位差，则在下述等式被满足时，除了总体的相对碰撞速度之外，液滴与液面碰撞的其他条件都是相同的，

$$\left(\frac{2H_n}{g}\right)^{1/2}=(n+\alpha)\ \frac{\pi}{4}\left(\frac{\rho d^3}{\sigma}\right)^{1/2} \tag{2}$$

在这里n是大于或等于1的正整数，H_n是相应与每一个n的落差．根据定义，$|\alpha|<1$．

下面我们就把(2)做为出现环形穿入的条件．从物理上讲，这意味着总体的相对碰撞

本文于1989年7月4日收到．

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

速度不重要(蔡文所报道的实验结果实际上已证明了这一点),真正重要的是碰撞开始时,液滴的振动状态。我们用(2)式和从它导出的结论与蔡文的实验结果相比较,以检验以液滴自振为依据的环形穿入形成机理是否是合理的。

(2) 式可改写为

$$H_n = (n+\alpha)^2 B^2 d^3 \tag{3}$$

其中

$$B = \frac{\pi}{4}\left(\frac{g\rho}{2\sigma}\right)^{1/2} \tag{4}$$

与蔡文相比,式(3)中的比例常数 $(n+\alpha)^2B^2$ 等于蔡文中的经验常数 γ_n,也即

$$\gamma_n^{1/2} = (n+\alpha)B_0 \tag{5}$$

用蔡文给出的 $\sigma = 48\times10^{-3}\mathrm{N/m}$,并取 $\rho = 10^3\mathrm{kg/m^3}$, $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$,得 $B = 0.251\ \mathrm{mm^{-1}}$。我们将看到这是一个可用蔡文实验结果验证的数。

由(3)式得到

$$H_{n+1} = \left(\frac{n+1+\alpha}{n+\alpha}\right)^2 H_n \tag{6}$$

而蔡文中相应的经验公式为

$$H_{n+1} = 2nH_1 \tag{7}$$

(6)和(7)显然是不一致的。

3. 与实验结果的比较

环形穿入的实验结果在蔡文中被列入表 1 和表 2。

我们将蔡文的平均 γ_n 值列在本文的表 1 的第一行,并根据理论公式(5)计算 B, α 和 n,其结果也列于表 1。

表 1

$\gamma_n = (n+\alpha)^2B^2$	0.162	0.37	0.656	1.05
$(n+\alpha)B$	0.402	0.610	0.810	1.025
$B = \gamma_{n+1}^{1/2} - \gamma_n^{1/2}$	0.208	0.200	0.215	
$n+\alpha$	1.942	2.945	3.913	4.952
α	−0.058 (或0.942)	−0.055(0.945)	−0.087(0.913)	−0.048(0.952)
n	2(或1)	3(2)	4(3)	5(4)

由此表可见,B 的实验平均值为 0.207,比前节所计算的理论值 0.251 小约 20%。α 的值变化不大,平均值可取为 −0.06 (或 0.94)。应当指出,既然有初始相位,$n+\alpha$ 可以是小于一的正数,因此 $n+\alpha$ 的最小值应取为 0.942。与这个最小值相应的 H 在蔡文的实验数据中没有给出,那里的 H_1 实为 H_2, H_2 实为 H_3 等等。我们将蔡文中落差平均值的比值列入表 2 的第一行,并记为实验值。同一表中还给出按公式(3)或(6)计算的理论值和按公式(7)计算的经验值。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2

H_n/H_1（实验值）	1.00	2.34	4.38	6.90	9.85
H_n/H_1（理论值）	1.00	2.29	4.12	6.48	9.37
H_{n+1}/H_1(经验值)	1.00	2.00	4.00	6.00	8.00

从表 2 可见理论值与实验值的关联较好，而且明显优于经验值与实验值的关联。

4. 结束语

由上面的分析可见，有理由认为由蔡一坤所发现的环形穿入现象是由液滴振动造成的.这种振动之所以被激发可以有多种原因。在液体供给率很小的情况下，由于重力和表面张力的相互作用，在脱离管口时，液滴是被拉长了的.因此一旦脱离管口，液滴就处于自由振动之中。

对环形穿入发生与发展的具体分析是个比讨论什么是导致环形穿入的主要因素复杂得多的问题，超出了本文的范围。

本文预测还存在比现已观察到的 H_n 更低一阶的下落高度，这也许是值得注意的。

我们可以用蔡文的数据直接检验公式(2)。 在图 1 中我们把实验数据画在 $d^{3/2}$-$H_n^{1/2}$ 平面上。按照公式(2)，它们应当落在通过原点的一簇直线上。实际结果是，它们确实都落在一直线簇上，但这些直线都略微偏离原点。追究偏离的原因，是个值得进一步研究的问题。

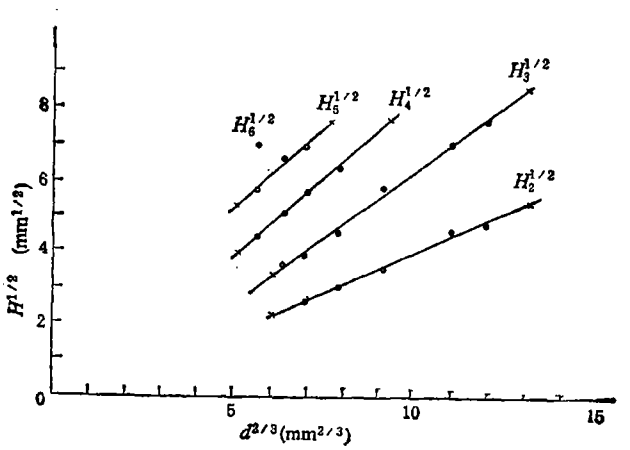

图 1

参 考 文 献

[1] 蔡一坤，液滴与液面碰撞，力学学报，21，3(1989)273—279.
[2] Rayleigh, Theory of Sound, vol. II, Dover Publication, Now York, (1945), 373.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

340 力 学 学 报 (1990 年) 第 22 卷

CONDITION FOR OCCURENCE OF CIRCULAR PENETRATION DURING IMPACT OF A FALLING DROPLET WITH A FLUID

Cheng Chemin

(LNM, Inst. of Mechanics, CAS)

Abstract In observing the impact of a free falling droplet with a fluid, Cai discovered what he called the circular penetration phenomenon, whose occurence had a periodic dependence on the height of free fall. Empirical formulas were developed by Cai to correlate his experimental measurements. This note shows that formulas in better agreement with experiment can be derived from the theory of free oscillation of droplets, thus providing a physical basis for circular penetration.

Key words droplet, impact, penetration

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net