第18卷 第2期
1998年4月

爆 炸 与 冲 击
EXPLOSDN AND SHOCK WAVES

Vol 18, No. 2
Apr., 1998

弹性直杆动态屈曲与后屈曲的实验研究*

汤立群　　朱兆祥

(华南理工大学　广州　510641)　(中科院力学所LNM　北京　100080)

摘要　对传统的霍普金森压杆装置(SHPB)进行改进,用于研究弹性直杆的动态屈曲与后屈曲,并且分析了影响实验精度的因素。实验结果表明,在轴向应力波作用下弹性直杆的动态屈曲临界载荷明显高于静态的,并且在屈曲发生后,在直杆中有弯曲波产生,其波速大约为弹性剪切波的波速。

关键词　屈曲　后屈曲　应力波　直杆

中图法分类号　O389

1 引 言

许多研究[1~7]表明应力波传播对细长杆件的屈曲有重大的影响:Meier[1]可能最先意识到轴向应力波传播对直杆屈曲的重要性,他指出若忽略应力波的影响,则算出的杆的横向位移会大于实际值;Gerard and Becker[2],Lee and Ettestad[3]的研究均表明杆在应力波传到另一端之前就可以发生屈曲;Hayashi[4]的一个结论正是因为应力波的传播尽管使得初始缺陷只包含低阶模态,但是在屈曲中却出现了高阶模态。同时大量实验,如Abrahamson 和 Goodier[5]的飞杆撞击刚性壁实验,Ari-Gur、Weller 和 Singer[6]的直杆受到落锤撞击实验,魏勇、朱兆祥、李永池[7]的杆杆对撞实验等,也表明应力波的传播对屈曲有重大的影响。如图1是直杆受落锤撞击,发生屈曲后的残余变形[6],从中可以看出直杆的屈曲有明显的局部性,这些局部性还有一定的规律:对较短的杆,屈曲主要发生在靠近杆的支撑端段,而较长的杆其屈曲主要发生在靠近撞击端段。若不考虑应力波的传播效应,将很难解释这些现象,相反若考虑应力波传播效应,就可以很好地进行定性解释:对于较短的直杆,应力波从杆的撞击端传到支撑端时,还不能使杆发生屈曲,但应力波在支撑端发生反射,产生反向加载,因此反射应力波只需传播较小距离就可以使杆发生屈曲,所以屈曲靠近支撑端段;对于较长的杆,应力波无需传到杆的另一端就会使杆发生屈曲,因此直杆的屈曲发生在靠近撞击端。

图1　直杆屈曲的残余变形

Fig 1　The residual deformation of bars after buckling

为了研究应力波引起的直杆屈曲的本质,作者试图研究一理想化的模型,如图2所示:一恒幅弹性应力波从一半无限杆的端部开始沿直杆传播,随着时间的发展,应力波传播距离越来越

* 国家自然科学基金资助项目。

汤立群:男,1966年11月生,博士,副教授。

1997-10-13收到原稿。

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

远, 直杆的受力段越来越长, 到一定时候直杆会失稳, 突然发生屈曲。由此可以提出两个问题:

(1) 当应力波传到何处时屈曲将发生?

(2) 当屈曲发生后, 直杆的后屈曲行为如何, 是否受应力纵波和弯曲波的影响?

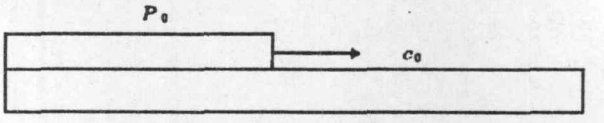

图2 弹性直杆受轴向应力波的作用

Fig 2 Axial stress wave propagating along a semi-infinite beam

要从实验的角度回答这些问题, 首先要求实验本身与图2所示的模型可比拟。因此, 对实验提出如下的要求:

(1) 作用于试件的载荷为一压力方波;

(2) 方波的宽度要足够长, 以保证屈曲发生之前没有卸载;

(3) 方波的幅值要足够大使得直杆在应力波传至另一端之前发生屈曲。

以上的(1)、(2)两条件是使得作用载荷可以看作阶跃载荷, 条件(3)使得有限长的杆可比拟为半无限长的杆。当然, 方波的幅值又要足够小, 使杆上不致发生塑性变形。

典型的冲击载荷加载形式有: 落锤或质量块撞击细长杆、飞杆撞击刚性壁和杆杆撞击等。其中落锤或质量块撞击细杆产生的载荷形式较为复杂, 根据应力波理论[8], 即使在理想状态下, 也是个时间指数衰减的波形, 这样直杆的屈曲除了与最大载荷相关外还与衰减系数等因素相关, 实验结果分析起来将较为困难。飞杆撞击刚性壁和杆杆撞击均可在杆中产生较理想的方波。因此, 落锤撞击细长杆不适于我们所考虑的研究方法, 飞杆撞击刚性壁、杆杆撞击均可以满足实验要求, 但相对而言前者对实验技术的要求较高, 要保证试件在高速飞行过程中, 不产生横向位移扰动等, 而杆杆撞击实验相对更易于实现。

2 杆杆撞击的实验装置

本实验装置是一个改进的Hopkinson压杆系统(SHPB), 通过压缩空气驱动气枪内的子弹撞击输入杆来产生冲击载荷作用于试件(图3)。其中子弹是一个与输入杆的横截面尺寸和材料性质都是一样的圆截面短杆, 试件是一矩形截面的长杆。由于有了输入杆, 能有效地保证试件受到的是较严格的轴向撞击。

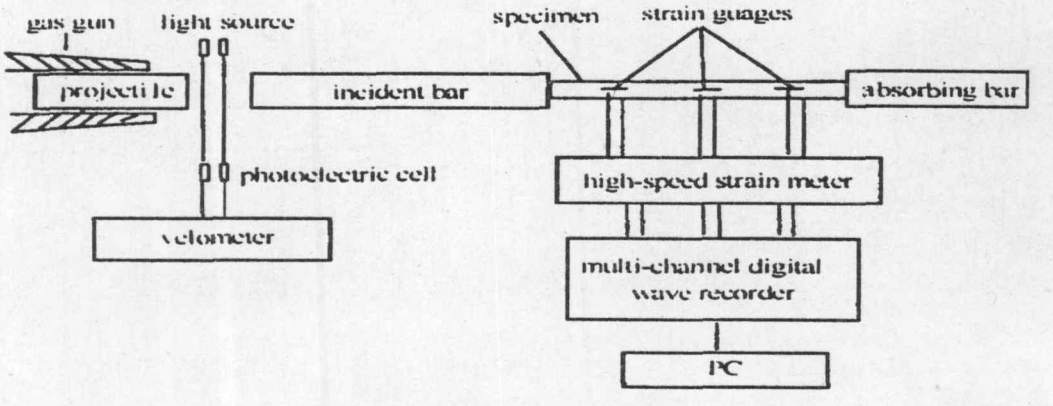

图3 实验装置

Fig 3 Experimental device

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

魏勇、朱兆祥、李永池[7]最早使用这样的系统开展直杆动态屈曲的实验研究，为实验研究直杆的动态屈曲做了有益的尝试，但由于当时对试件选择不当，所测量的波形在上升阶段就出现分叉，因而不能确定屈曲时作用载荷的大小，同时对撞击端并没有做特殊处理，难以确定撞击端的边界条件。本文通过精心设计试件来改善测量波形；并且改进系统设计，在试件和输入杆之间用螺纹连结，使试件在撞击端部满足固支条件。

由一维应力波理论[8]可知作用载荷的幅值 P_0 的大小由子弹的撞击速度 v 确定；应力脉冲宽度 D 的调节，可以通过改变子弹的长度 L 来实现，即

$$P_0 = \frac{v\rho_0 c_0 A_0}{1 + \rho_0 c_0 A_0/\rho c A} \tag{1}$$

$$D = 2L$$

其中：ρ_0、c_0、A_0 和 ρ、c、A 分别是试件和输入杆的材料密度、弹性纵波波速和横载面面积。

本实验的子弹、输入杆、输出杆均为直径为15mm 的高强度钢杆，试件是截面为10mm ×7.3mm 的A 3钢方形杆，试件输入杆和试件之间用螺纹连接，由于输入杆的强度大大于试件，因此试件的撞击端可看作固支边条。

3　测量方案

沿试件长度方向布置了三个测量点(图3)，每个测量点在试件的高度两侧各贴一应变片，当直杆无弯曲变形时，则经过标定的同一测量点的两应变片信号应是重合的，当屈曲发生，产生弯曲变形，于是两应变片信号中分别增加了压、拉信号，使得两个波形分离(我们称之为分叉)，从而记录到临界屈曲时间。第一个测量点主要用于记录临界屈曲时间，二、三测量点用于记录后屈曲的行为。

4　实验现象及其结论

4 1　实验现象与分析

通过改变加载子弹的速率和子弹的长度，共进行了三十几次的实验。图4是个典型的实验波形，三个图分别是三个测量上的一对应变片的信号波形，图中水平坐标是时间，每个间隔为40μs，垂直坐标已被转换为应力，每个间隔为50M Pa。应说明的是：图4中时间坐标的零点并不代表应力波传入试件的时刻，因为各应变片的信号记录都是采用内触发的方式，所以它与波前沿之间的差值，仅仅是由实验仪器设定的一个预置值，所以时间坐标的零点没有什么意义。

图4(c)显得有点怪异，方波的后半部突然变高，原因是实验中的吸收杆截面积比试件的大，应力波在试件与吸收杆的界面发生反射产生反向加载所致。

通过分析实验波形我们可以从中观察到这么几个现象：

(1)在应力波波阵面前方，由于没有载荷作用，直杆在横向没有扰动，在屈曲发生前后始终保持静止。

(2)在应力波波阵面后方，分叉发生之前，杆中的轴向载荷基本保持恒值。不过由于杆的几何弥散效应，而有渐近衰减的微幅振荡。这种振荡在直杆两侧是同步的。

(3)应力波在杆中传播一定距离之后，信号波形突然出现分叉。

(4)在信号波形分叉之后，直杆存在明显的振荡现象，振荡幅值越来越高。

现象(1)说明在研究应力波引起的屈曲问题时，可以不考虑波阵面前方的影响；现象(2)说

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

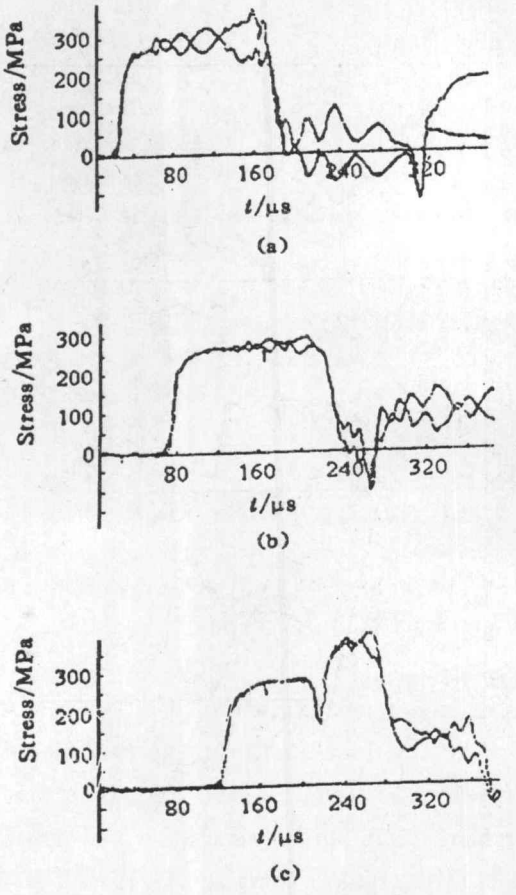

图4 三个贴片点的实验波形

Fig 4 The signals of three pair strain gauge

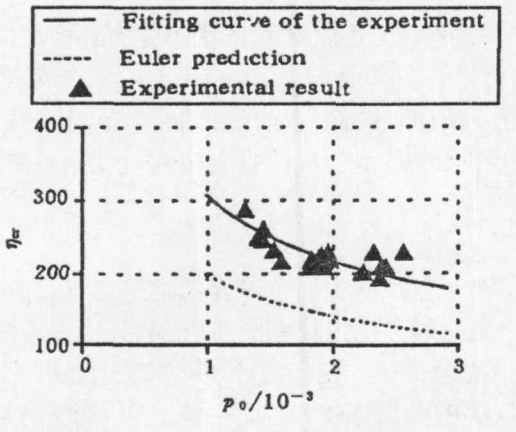

图5 临界载荷和临界长度的关系

Fig 5 The relation of axial load and the critical length

明实验达到对载荷预期的要求; 而现象(3)和(4)反映的正是直杆屈曲与后屈曲行为。

4 2 临界载荷

通过测量图4(a)中的初始分叉点和波前沿的时间差 t_1 和计算出应力波从试件的撞击端传到第一测量点的时间 t_2, 可以得到在该载荷作用下的临界屈曲时间 $t_{cr}= t_1+ t_2$, 因为应力波的波速为 c_0, 所以相应的临界屈曲长度为 $X_{cr}= t_{cr} c_0$。令 r 为试件截面的回转半径, 按下式

$$p_0 = P_0/EA_0,\ \eta_{cr} = X_{cr}/r \tag{2}$$

把多次实验测到的应力、临界屈曲长度进行无量纲化, 就得到一系列的 p_0-η_{cr} 的离散关系点, 如图5中的▲的点。已知对于两端固支的静态欧拉压杆有如下关系式

$$p_{cr}l^2 = 4\pi^2 \tag{3}$$

如图5中的虚线所示。对图5中的离散点, 进行最小二乘拟合, 可以求得

$$p_0\eta_{cr} = 9.4\pi^2 \tag{4}$$

拟合曲线如图5中的实线所示。相比(3)和(4)两式可以看出在动态情况下直杆的临界载荷明显高于静态的。该实验结论与文献[9]的理论预言结果相当接近。

4 3 后屈曲现象与分析

从图4可以看到, 在屈曲发生之后, 直杆产生了振荡。这是因为本实验的试件较厚, 因此直杆的剪切变形和转动惯量都对直杆的横向变形有贡献, 所有本实验的试件应当被看作 Timoshenko 梁, 而文献[10]的研究表明, 对于 Timoshenko 梁, 在冲击载荷作用下, 振荡是不可避免的。

另外, 图4(a)中的初始分叉的特征与图4(b), (c)的不同, 相对而言前者的分叉有突然性, 而后二者的分叉是一种渐进行为。这说明图4(a)的初始分叉是屈曲引起的, 而后二者的初始分叉, 可能是弯曲传播所致。那么该弯曲波如何产生的呢?

将图4的波形在 X-t 图上表现出来(如图6所示), 其中以试件的长度方向为 X 轴, 以应力

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

波开始传入试件的时刻为时间零点。从图可以观察到，三个波形的前沿在一条直线上，这其实反映的是应力纵波的前进方向。把后两个波形的分叉点投影在 X-t 图上并且相连，得到弯曲波的前进方向，将该直线反向推到 $t=0$ 时刻，将会发现它在应力纵波的"前面"，而这是不可能的，这说明该弯曲波不会是因偏心撞击等原因产生的弯曲波，又由于试件在加工时用大磨床对试件贴片面进行反复磨平，试件的初始缺陷很小，文献[9]的数值研究表明，由微小初始缺陷产生弯曲波的时间很长，所以本实验观察到的弯曲波是由于试件屈曲而产生的弯曲波。

由图6测得弯曲波的波速大约为2450m/s，而已知弹性剪切波的波速

$$c_s = c_0\sqrt{\mu G/E} \tag{5}$$

其中：μ 是截面形状系数，对于矩形截面该值等于2/3；G 是弹性剪切模量；E 是杨氏模量。

对于本试件可取：$c_0 = 5000$m/s；$G = 78$GPa；$E = 200$GPa，则算出 $c_s = 2550$m/s，该值与实验测量值十分接近，这说明屈曲后产生的弯曲波主要为剪切波。

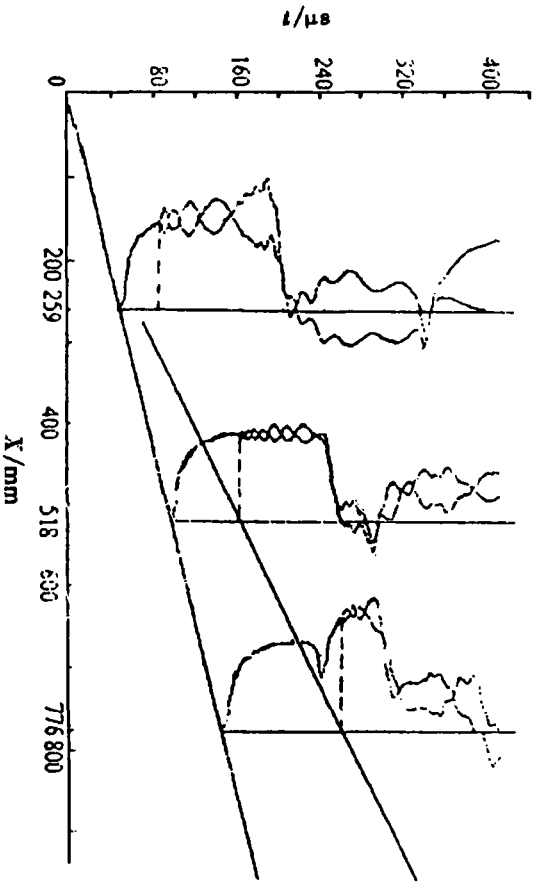

图6　测量波形的 X-t 图

Fig 6　The X-t relation of strain signals

4.4　实验技术的若干讨论

应用以上的测量技术来测量临界屈曲时间，有两个问题要注意，因为它们涉及到测量结果的可靠性和精度问题。

(1) 如何抑制直杆屈曲前的弯曲波

记录到的波形中的分叉形象，它可以是因为直杆屈曲而出现的，也可能因事先有弯曲波传播所致。

前面对实验结果的分析表明通过改进实验装置和精加工试件，有效地抑制了产生弯曲波的两个来源：一是在撞击时由于偏心撞击等原因产生的，二是由于直杆中有较明显初始缺陷，在应力波的作用下而产生的。

(2) 波形中分叉点的测定

因为在直杆的每个测量点，有两片应变片，用了波形存贮器中两个不同的通道，所以即使信号预先经过标定，那么在无屈曲发生时，两个测量到的信号也很难完全重合。另外由于直杆的二维弥散效应，在每个信号的方波上均会有明显的高频抖动，这些都会给我们确定真实的分叉点带来一定的随机误差，我们根据波形中第一个明显的分叉点作为临界分叉点。从测量结果来看，重复性较好，测量还是可靠的。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

5 结 论

通过改进的SHPB 装置,研究了应力波传播引起的弹性直杆的屈曲问题。实验结果表明实验设计达到了预期的目的,有效地仿真弹性纵波沿半无限直杆传播过程;实验结果还表明,在冲击载荷作用下,弹性直杆的屈曲临界载荷明显高于静态的,另外由于直杆发生动态屈曲,杆中将产生弯曲波,该弯曲波以弹性剪切波的速度沿直杆传播。

参 考 文 献

1 Meier J H. On the Dynamics of Elastic Buckling J Aero Sci, 1945, 12: 433~ 440

2 Gerard G, Becker H. Column Behaviour Under Conditions of Impact J Aero Sci, 1952, 19: 58~ 65

3 Lee L H N, Ettestad K L. Dynamic Buckling of An Ice Strip by Axial Impact Int J Impact Engng, 1983, 1 (4): 343~ 356

4 Hayashi T, Sano Y. Dynamic Buckling of Elastic Bars (2nd Report). Bull JSME, 1972, 15(88): 1176~ 1184

5 Abrahamson G A, Goodier J N. Dynamic Flexural Buckling of Rods within an Axial Plastic Compression Wave J Appl Mech, 1966, 33(2): 241~ 247

6 Ari-Gur J, Weller T, Singer J. Experimental and Theoretical Studies of Columns Under Axial Impact Int J Solids Struct, 1982, 18(8): 619~ 641

7 魏 勇, 朱兆祥, 李永池 轴向冲击载荷作用下直杆弹性动态屈曲的研究 实验力学, 1988, 3: 258~ 264

8 王礼立 应力波基础 北京: 国防工业出版社, 1985

9 Tang Liqun, Zhu Zhaoxiang Impact Buckling and Postbuckling of Slender Elastic Bars Proc of IUTAM Symposium on Impact Dynamics Beijing: Peking University Press, 1994

10 Housner G W, Wai K T. Dynamic Behavior of Supercritically Loaded Struts J Engng Mech Div, 1962, 88 (EM 5): 41~ 65

EXPERMENTAL STUDY ON THE MPACT BUCKLING AND POST-BUCKLING OF ELASTIC BARS

Tang Liqun[a], Zhu Zhaoxiang[b]

(a. *Traffic College, South China University of Technology, Guangzhou* 510641)
(b. *LNM, Institute of Mechanics, CAS, Beijing* 100080)

ABSTRACT A traditional Split Hopkinson Press Bars (SHPB) device is adjusted and applied to study the impact buckling and postbuckling of elastic bars The factors affecting the experimental results are analysed in this paper. The experimental results show that the critical buckling load of elastic bars under axial impact is higher than that in static, a bending wave is observed after buckling takes place, the bending wave propagates along the bar with a velocity of shear stree wave

KEY WORDS buckling, postbuckling, stress wave, bar

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net