

圆柱尾流雷诺应力与平均速度变形率的空间弛豫效应

姜楠 霍星

中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室，北京 100080

天津大学力学系天津 300072

天津市现代工程力学重点实验室天津 300072

摘要：本文针对圆柱尾流中沿流向存在的 Karman 涡街周期性涡旋结构，对湍流雷诺应力与平均速度变形率之间的空间弛豫效应进行了实验研究。在低速回流式水槽中，放入不同直径的圆柱模型，获得不同雷诺数下的圆柱尾流，利用二维高时间分辨率粒子图像测速（TRPIV）技术测量圆柱尾流二维瞬时速度空间分布图像的时间序列。经过数字图像处理，获得二维雷诺应力的空间分布图像及平均速度变形率的空间分布图像。通过对比雷诺应力空间分布与平均速度变形率空间分布之间的空间相位差，验证了湍流复涡粘模型的合理性。

关键词：圆柱尾流，TRPIV，湍流模式，雷诺应力，复涡粘模型

1、引言

湍流模式理论是目前唯一能够在工程上得到广泛应用而且能够预报复杂湍流平均流场的湍流理论，其中涡黏性模型占有重要的地位。它仿照牛顿流体分子黏性应力与速度变形率的线性本构关系，引入涡黏系数，并假定雷诺应力正比于平均速度变形率，使雷诺平均方程中的雷诺应力未知项封闭。涡黏性模型最早由布辛涅斯克（Boussinesq）在 1872 年提出^[1]：

$$-\rho \overline{\dot{u}_i \dot{u}_j} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1)$$

其中 μ_T 就是涡黏性系数。

Boussinesq 的涡黏性模型也是此后湍流一方程模型和二方程模型等湍流现代模式理论的基础，Boussinesq 的涡黏性模型（式（1））在 $k - \varepsilon$ 湍流模型中采用的是其修正形式：

$$-\rho \overline{\dot{u}_i \dot{u}_j} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2\rho}{3} \delta_{ij} k, \quad k = \frac{1}{2} \overline{\dot{u}_i \dot{u}_i} \quad (3)$$

其中 μ_T 用湍流脉动动能 k 和湍能耗散率 ε 来模拟：

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

其中 k 和 ε 要用 k 方程和 ε 方程来求解， C_μ 是无量纲常数，通常取 0.09。

在湍流中，不同宏观时空尺度湍涡结构间的动量交换是产生涡黏性的原因。与分子运动论类似，当具有宏观时空尺度的湍涡由于湍流运动而迁移时，也会与其它的湍涡结构发生相互作用，产生不同湍涡结构之间的动量交换，表现为湍流雷诺应力的相互作用。但是宏观时空尺度不同的湍涡结构间的动量交换并不像分子间动量交换那么迅速，这种动量交换并不是在瞬时和当地就能够迅速完成的，其弛豫时间是宏观尺度，不能忽略不计，同时湍涡具有一定的空间尺度和体积，这就表现为湍流应力与湍涡结构运动变形之间在时间上和空间上的不同步性，即它们之间存在着时空相位差。

实际应用中，存在很多在时间上周期变化的湍流流场结构，例如各种叶轮机械后的湍流流场，长时间平均不能描述其周期变化的流动结构特征，而需要用周期平均特征量描述其周期变化的流动结构特征，在这种情况下，湍流雷诺应力与平均速度变形率往往具有不同步的时空相位关系，特别是湍流雷诺应力和平均速度变形率的极值往往是不同步的，发生在不同时空相位，

因此在湍流涡黏性模型中就应该考虑涡黏系数中需要包含时空相位信息的问题。这种观点有其理论上的合理性，也得到了王新军和罗纪生^[2]以及李万平^[3]、罗纪生和王新军^[4]、姜楠和郭爱东^[5]等人在数值和实验等方面的验证。

姜楠和郭爱东^[5]应用双丝热线测速技术，对平板湍流边界层多尺度相干结构雷诺应力分量与流向速度法向梯度之间的相位关系进行了实验测量，通过测量平板湍流边界层不同法向位置不同尺度的湍流相干结构雷诺应力分量与流向速度法向梯度之间的相位关系，研究了相干结构雷诺应力分量与流向速度法向梯度之间的相位差沿湍流边界层法向的变化规律。

本文针对圆柱尾流中沿流向存在的 Karman 涡街周期性涡旋结构，对湍流复涡黏系数湍流雷诺应力模型进行实验研究。利用高时间分辨率粒子图像测速技术（TRPIV 是 Time Resolution Particle Image Velocimetry 的首字母缩写），并采用空间互相关技术，对圆柱尾流雷诺应力与平均速度变形率的空间弛豫效应进行了实验测量。

2、实验设备与测量方法

实验在低速回流式水槽中进行，圆柱体模型垂直于来流方向沿法向置于水中，对应三档流速 0.03m/s、0.06m/s、0.09m/s，每档流速均使用 φ6mm、φ8mm、φ10mm 的三种圆柱体模型进行实验。获得不同雷诺数下的圆柱尾流。利用 TRPIV 技术，分别测量圆柱尾流的平均速度变形率与雷诺应力的空间分布。

实验中使用 CCD 相机镜头的分辨率 640×480，拍摄速度 200fps。首先对二维瞬时速度空间分布的时间序列进行时间平均，得到流向、法向平均速度 \bar{u} 、 \bar{v} 在 X-Y 平面的分布，经空间差分计算获得二维平均速度梯度 $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ 、 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}$ 及平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 的空间分布图像。

同时，从瞬时流向、法向速度 u 、 v 在 X-Y 平面的分布中分别减去流向、法向平均速度 \bar{u} 、 \bar{v} ，得到流向、法向脉动速度 u' 、 v' 在 X-Y 平面的分布。将流向、法向脉动速度各分量 u' 、 v' 对应相乘，得到瞬时雷诺应力分量 $-\rho u' v'$ 在 X-Y 平面的分布，再用所有不同时刻的瞬时雷诺应力分量 $-\rho u' v'$ 在 X-Y 平面的分布样本叠加平均得到雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}' \bar{v}'$ 在 X-Y 平面的分布。

3、实验结果分析与讨论

图 1a 至图 1f 是圆柱体模型垂直于来流方向沿法向置于水中状态下流速度为 $U=0.09m/s$ 时圆柱直径 $D=6mm$ 、 $8mm$ 、 $10mm$ 雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}' \bar{v}'$ （左边）和平均速度变形率分量 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ （右边）在 X-Y 平面的分布。从图 1 可以看出，雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}' \bar{v}'$ 沿流向变化的相位总是超前于平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 沿流向变化的相位。

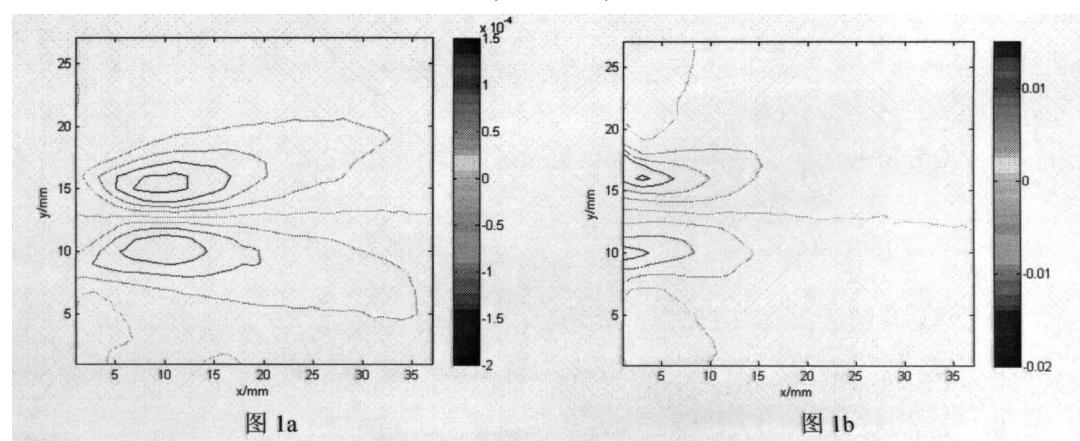


图 1a

图 1b

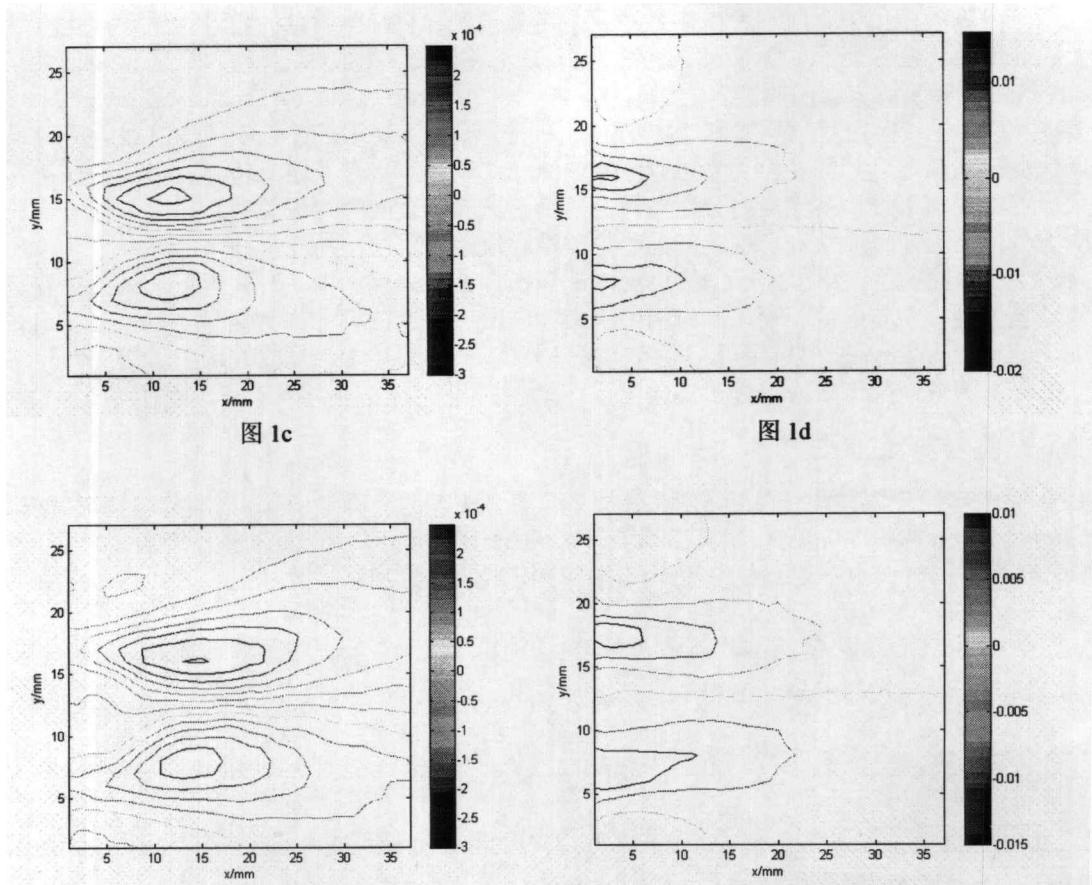


图 1 雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}'\bar{v}'$ (左边) 和平均速度变形率分量 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ (右边) 的分布

针对雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}'\bar{v}'$ 沿流向变化和平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 沿流向空间变化的不同步性，需要考虑雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}'\bar{v}'$ 和平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 沿流向变化存在的空间相位差。根据雷诺应力和平均速度变形率空间分布，用空间互相关延迟法计算对应不同流向空间延迟下的二者之间的互相关系数，寻找互相关系数达到最大值时对应的流向空间延迟距离 Δx 。此距离就是雷诺应力分布和平均速度变形率分布之间的相位差。图 2a 至图 2c 是来流速度为 $U=0.09$ m/s 时圆柱直径 $D=6$ mm、 8 mm、 10 mm ($Re_D=538.38, 717.85, 897.31$) 雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}'\bar{v}'$ 与平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 之间互相关系数的二维等高线分布图。从图中可以看出，雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}'\bar{v}'$ 沿流向变化的相位总是超前于平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 沿流向变化的相位，而雷诺应力分量 $-\rho \bar{u}'\bar{v}'$ 沿展向变化与平均速度变形率 $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)$ 沿展向变化没有相位差，基本同步。

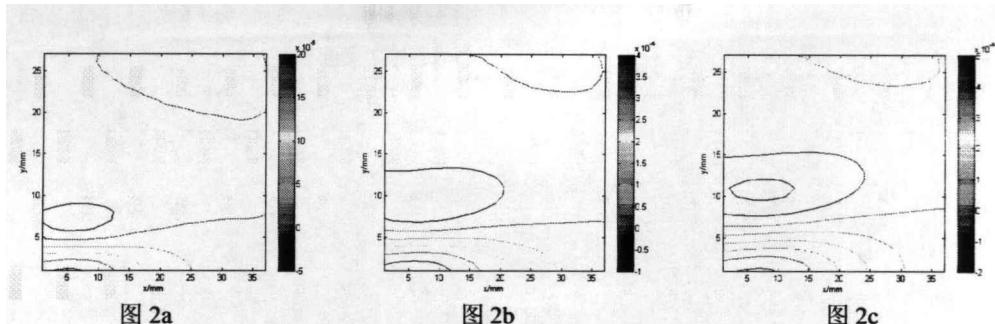


图 2 雷诺应力分量 $-\rho\bar{u}'\bar{v}'$ 与平均速度变形率 $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)$ 互相关系数分布

3、结论

通过对三种不同的流速 (0.03m/s、0.06m/s、0.09m/s) 和三种不同直径的圆柱体 ($\phi 6\text{mm}$ 、 $\phi 8\text{mm}$ 、 $\phi 10\text{mm}$) 雷诺应力 $-\rho\bar{u}'\bar{v}'$ 与平均速度变形率 $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)$ 之间的流向空间相位差进行分析, 得到如下结论:

3.1 圆柱尾流中雷诺应力分量 $-\rho\bar{u}'\bar{v}'$ 与平均速度变形率分量 $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)$ 在 X-Y 平面的空间分布存在相似性, 可以用湍流涡黏性模型模拟雷诺应力。雷诺应力分量 $-\rho\bar{u}'\bar{v}'$ 沿流向变化的相位总是超前于平均速度变形率 $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)$ 沿流向变化的相位, 这种相位差是由于流向大尺度卡门涡街结构周期性引起的。

3.2 在用湍流涡黏性模型计算雷诺应力时, 应该充分考虑到宏观尺度的湍涡结构之间相互作用引起动量传递的时空弛豫效应, 即湍流应力与平均速度变形率在时间和空间上的相位差和不同步性, 用带时空相位变化的涡黏性系数对平均速度变形率 $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i}\right)$ 的相位进行修正, 使得

雷诺应力分量 $-\rho\bar{u}'\bar{v}'$ 和平均速度变形率 $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)$ 相位对齐, 才能得到正确的雷诺应力分

布。所有在空间上存在周期变化的流动结构的湍流都存在类似的问题, 比如叶轮机械的湍流计算。以前由于实验技术的限制, 未使用 PIV 进行瞬态全流场速度分布的测量, 这个问题并未引起足够的注意。

参考文献

- [1] J.O. Hinze 著, 黄永念, 颜大椿译, 湍流 (上册), 科学出版社, 1987, 北京。
- [2] Wang XJ, Luo JS, Zhou H. On the eddy viscosity model of periodic turbulent shear flows [J]. Acta Mechanica Sinica. 2003, 19(5): 470~475
- [3] 李万平, 王小庆, 谢华, 湍流边界层雷诺应力和壁脉动压强相位滞后分析 [J], 华中科技大学学报(自然科学版), 2007, 35(4): 122~125
- [4] 罗纪生, 王新军, 壁面定常波纹状吹吸槽道中湍流特性的研究 [J], 力学学报, 2005, 37 (6): 673~681
- [5] 郭爱东、姜楠, 壁湍流多尺度相干结构复涡黏模型的实验研究 [J], 力学学报, 2010, 42 (2): 159~168