

带孔声学覆盖层抗冲击简化计算方法研究

李志勇¹, 郭早阳², 刘谋斌^{1*}

(1 中国科学院力学研究所流固耦合实验室, 北京, 100190)

(2 重庆大学航空航天学院, 重庆, 100191)

摘要: 舰船表面带孔声学覆盖层结构在水下爆炸环境下抗冲击特性的研究具有迫切的军事需求, 而带孔覆盖层的细微结构与舰船尺度差别较大, 具有明显的多尺度特征。考虑孔隙结构的实体有限元建模方法计算量巨大, 必须寻找一种适合模拟具有多尺度特征的均匀化建模和计算方法, 在满足工程要求计算精度的前提下提高计算效率。本文首先通过有限元实体建模分析, 发现可以用含圆柱孔隙的覆盖层近似等效等孔隙率的含圆台孔隙的覆盖层。然后采用 Guo 等人提出的一种能考虑圆柱孔隙结构的等效应变能函数, 编写了 ABAQUS 用户材料子程序, 实现了均匀化模型的数值模拟。最后, 分别建立声学覆盖层实体有限元模型和均匀化有限元模型, 通过对特定变形场下以及爆炸冲击波载荷作用下覆盖层的位移与应力进行模拟, 验证了均匀化模型的有效性。从而为舰船覆盖层抗冲击特性的研究提供了一种有效的简化计算方法。

关键词: 声学覆盖层; 多孔介质; 抗冲击; 多尺度计算; 均匀化

A simplified computational approach for modeling the anti-shock response of porous acoustic covering layer

Li Zhiyong¹, Guo Zaoyang², Liu Moubin¹

(1 LMFS, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190)

(2 Institute of Aeronautics and Astronautics, Chongqing University, Chongqing, 100191)

Abstract: There are numerous and urgent military demands to investigate the response of porous acoustic covering layer (PACL) on the surface of ship or submarine under the environment of under water explosion (UNDEX). The dimension of the porous structure of the covering layer is far less than the ship or submarine and the whole structure involves multi-scale feature. If solid element is used to model the detailed structure of the covering layer, the computational cost can be intolerable. Therefore an appropriate homogenization method is necessary and the method should be able to represent the multi-scale feature of the problem, and thus can significantly improve the computational efficiency with acceptable accuracy for engineering applications. In this paper, the anti-shock responses of two types of covering layers

* 通讯作者: liumoubin@imech.ac.cn

with cylindrical holes (cylindrical PACL) and conical holes (conical PACL) are numerically investigated using solid elements, and it is found that it is reasonable to replace conical PACL with cylindrical PACL. Secondly, the cylindrical PACL is treated by using Guo et al.'s constitutive model with homogenized strain energy and the constitutive model is incorporated into the user material subroutine of ABAQUS software. Lastly, solid model and homogenized model of cylindrical PACL are built and the corresponding dynamic response of the PACL with a certain deformation field and an explosive shock are modeled. The obtained displacement and stress with these two models agree well. It is shown that the homogenized method with Guo et al.'s constitutive model provides an efficient simplified computational approach for modeling the anti-shock response for PACL.

Keywords: Acoustic covering layer, porous media, anti-shock, multi-scale simulation, homogenization

1. 研究背景

现代水面舰船水线以下湿表面及潜艇外壳一般敷设各种声学覆盖层^[1-3]。声学覆盖层由一层到多层粘弹性或超弹性吸声材料构成,并在内部设置特殊消声孔腔结构(如图 1),因而能够有效增强隐身性能,提高舰艇的生命力。声学覆盖层的结构形式与性能参数(如覆盖层厚度、层数、材料、空腔形式、深度、布置方式等)根据潜艇结构辐射噪声频率特性进行设计。

对于带孔覆盖层抗冲击性能的数值模拟而言,由于舰船的尺度很大(局部板架几米,整船达百米),而覆盖层厚度较小(几到几十个毫米),如果应用实体单元对较大的舱段以及整船的声学覆盖层进行有限元建模,计算规模会非常巨大,即使采用高性能并行计算技术,也难以满足计算需求。另一方面,所采用的数值模拟与有限元建模技术必须能够正确反映覆盖层的空腔特征,从而准确、有效地描述船体的冲击响应。

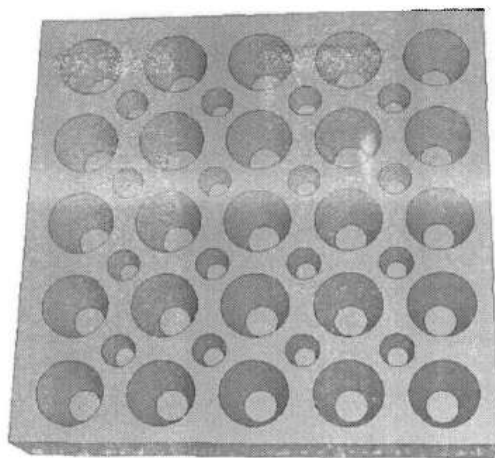


图 1 某典型声学覆盖层结构示意图,声学覆盖层内置各种孔腔结构。

Fig 1 A typical PACL with conical holes

相关问题涉及到均匀化方法、多尺度计算及非线性材料等众多研究方向,不

论是数学上还是数值模拟上,研究难度都比较大,国内外相关的研究侧重点各有不同。多尺度问题数学上通常采用渐进均匀化理论,将一点的位移和应力展开为细观尺度的小参数渐近级数,建立一系列控制方程,由此来确定多孔材料的宏观等效力学性能^[4, 5]。这种方法在数值模拟方面实现过程比较困难。对于多孔线弹性材料的均匀化有比较多的研究,一般是推导出代表单元性质与各材料常数的线性关系,得到代表单元的应力应变关系,并且利用有限元方法比较容易实现^[6-8]。而非线性超弹性材料与均匀化方法和多尺度计算问题耦合的问题尚未有比较有效的处理方法,首先,非线性的存在使得问题变得复杂;其次,与线弹性材料不同的是,超弹性材料通常通过应变能函数来描述,而获得代表单元的应变能描述也是比较困难的。

综上所述,带孔覆盖层结构是一个典型的多尺度问题,其数值模拟的计算规模巨大,在工程应用上有其自身的困难,发展一种新的均匀化材料模型并能够利用有限元软件进行数值模拟是非常必要并且工程上是有现实意义的。

2. 理论基础

2.1 多尺度与均匀化方法

多尺度存在于许多重要的实际问题中,比如复合材料的性质、多孔介质的性质、湍流等。多尺度问题的复杂性和多样性催生了各种自有特色的多尺度计算方法。比如多尺度有限元法、多尺度渐进展开等^[4, 9-11]。均匀化方法是 20 世纪 70 年代法国数学家为求解具有快速振荡系数偏微分方程而提出的一种摄动方法,它通过小参数渐进展开,将高频振荡系数微分方程近似为不变系数或缓慢变化系数的微分方程,以此来获得原方程的近似解^[5, 12]。

2.2 超弹性材料

橡胶是一种典型的超弹性材料,与线弹性材料不同的是,超弹性材料的描述借助于应变能密度函数 W , 并且 W 与加载历史无关,只与当前构型相关。 W 是右 Cauchy-Green 张量 \mathbf{C} 的三个不变量的函数。设变形梯度为 \mathbf{F} , 有 $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$, 应变能函数为

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (1)$$

其中

$$I_1 = \text{tr} \mathbf{C}, \quad I_2 = \frac{1}{2} [(\text{tr} \mathbf{C})^2 - \text{tr} \mathbf{C}^2], \quad I_3 = \det(\mathbf{C}) \quad (2)$$

对于各向异性超弹性材料,可以引入 $L_0 \otimes L_0$ 项,其中 L_0 是局部材料方向(在复合材料中为纤维方向),那么应变能密度函数为

$$W = W(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (3)$$

$$\text{其中 } \frac{\partial I_4}{\partial \mathbf{C}} = L_0 \otimes L_0, \quad \frac{\partial I_5}{\partial \mathbf{C}} = (L_0 \otimes L_0 \square \mathbf{C} + \mathbf{C} \square L_0 \otimes L_0)$$

同时,可以定义应力。第二类 Piola-Kirchhoff 应力为:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \quad (4)$$

名义应力表达式为

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}\mathbf{F}^T \quad (5)$$

由名义应力表示的平衡方程的表达式为

$$\nabla_0 \mathbf{P} = 0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial P_{ji}}{\partial X_j} = 0 \quad (6)$$

3. 带孔覆盖层抗冲击简化计算方法

3.1 圆台型孔腔结构到圆柱型孔腔结构的等效近似

声学覆盖层内置各种孔腔结构，其中圆台型孔腔结构最具有代表性（如图1）。鉴于圆台型孔腔结构上的复杂性和圆柱型空腔结构上的规则性，考虑利用圆柱型孔腔等效代替圆台型孔腔。在中远场爆炸载荷作用下，舱壁在水下爆炸冲击波作用下产生振动并对内部系统和关键设备造成破坏，可以通过考核与覆盖层接触的钢板结构上的特征参考点的运动响应作为标准，来检验两种孔腔结构覆盖层的响应是否趋于一致。为此，分别对两种孔腔结构覆盖层进行有限元实体建模。

两种模型的总体尺寸均为 $0.3 \times 0.15 \times 0.05 \text{m}^3$ ，为三层复合板结构，单元数目分别为395238和289910，单元类型均采用8节点6面体单元，加载爆炸冲击波载荷并施加位移边界条件，对特征参考点的位移历程进行对比。

对比发现，对于相同孔隙率的两种覆盖层，参考点的时间历程曲线并不一致。考虑到曲线相位基本一致，其幅值关系可以引入一个危险系数来描述，定义危险系数

$$a = AVE\left(\frac{U_T}{U_C}\right) \quad (7)$$

其中 U_T 为含圆台孔腔的覆盖层参考点位移幅值， U_C 为含圆柱孔腔的覆盖层参考点位移幅值， AVE 为不同位移幅值的平均值。图2显示了含圆台孔腔、圆柱孔腔参考点位移时间历程曲线以及修正后的圆柱孔腔参考点位移时间历程曲线。

通过危险系数修正，含圆柱孔腔的覆盖层上参考点位移时间历程曲线与含圆台孔腔覆盖层参考点位移时间历程曲线非常接近。因此，结合危险系数，利用含圆柱孔腔的覆盖层近似等效含等孔隙率的圆台孔腔的覆盖层是可行的。

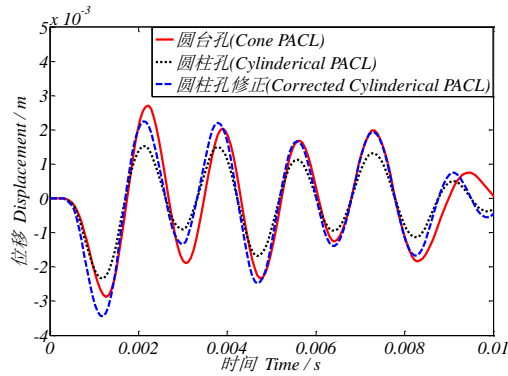
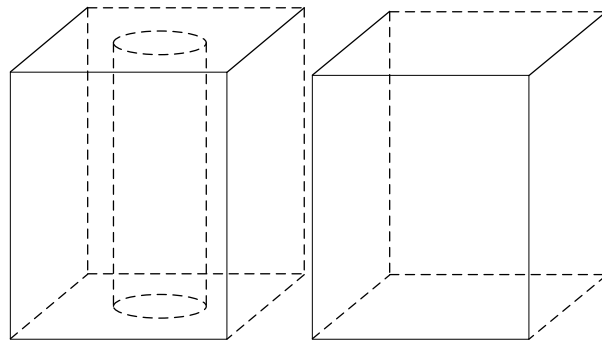


图 2 含圆台型孔隙与圆柱型孔隙的覆盖层参考点位移历程
Fig 2 History output of RP's displacement referring to two kinds of PACL

3.2 含圆柱孔隙覆盖层结构的均匀化

由于覆盖层的孔隙结构的尺寸与舰船结构相差大概有三个到四个数量级,所以覆盖层的模拟是一个典型的空间多尺度问题。

在把含圆台孔隙覆盖层等效为含圆柱孔隙覆盖层后,可以进一步把含圆柱孔隙覆盖层均匀化。带孔覆盖层在细微结构上是高度非均质的,如果将空腔内部结构上的应力近似为满足边界条件和平衡方程的宏观上均质的应力,那么就可以将这样一个含孔隙的最小周期结构看做是一个代表单元 (Representative Volume Element, RVE),如图 3 所示



a)覆盖层最小周期单元 (代表单元) b)均匀化代表单元
a)The RVE of the real PACL b)The homogenized RVE

图 3 含圆柱孔隙覆盖层结构与代表单元

Fig 3 The RVE of real PACL and homogenized structure

当然,应用均匀化本构方程时,仍可以将上述一个 RVE 划分为合适数目的单元。当孔隙结构被均匀化后,所需的单元数目将大大减少,对于整船或者舱室结构,计算规模会成百上千倍的减小。

3.3 乘法分解及均匀化本构方程

利用连续介质力学的观点,对当前构型下的变形梯度进行乘法分解,那么整体的应变能密度将是各个简单变形对应的应变能的和。本文所研究多孔结构的几何模型在横向具有典型的整数周期孔隙结构,在本构关系上是横观各项同性的。

设基材为 neo-Hookean 模型,不考虑其可压缩性,其应变能密度表达式为

$$w = C_{10} (I_1 - 3) \quad (8)$$

其中 C_{10} 为常数, I_1 为右 Cauchy-Green 张量的第一不变量。

参考 Guo 等人的工作^[13], 以轴向拉伸为例介绍等效应变能推导过程如下:
圆柱轴向单轴拉伸的变形梯度为

$$\mathbf{F}_p = \text{diag}[\lambda \quad \lambda^{-1/2} \quad \lambda^{-1/2}] \quad (9)$$

在圆柱外表面有

$$r = R/\lambda, \quad \theta = \Theta, \quad z = \lambda Z \quad (10)$$

其中 (r, θ, z) 为当前构型, (R, Θ, Z) 为参考构型。

由于轴对称性, 在基材内部同样满足式 (10), 那么将式 (10) 带入变形梯度

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial r}{\partial \Theta} & \frac{\partial z}{\partial Z} \\ r \frac{\partial \theta}{\partial R} & \frac{r}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \Theta} & r \frac{\partial \theta}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial z}{\partial \Theta} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

有

$$\mathbf{F}_p = \begin{bmatrix} \lambda^{-1/2} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1/2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \quad (12)$$

在基材内部任一点, 有

$$I_1 = \lambda + 2\lambda^{-1/2} \quad (13)$$

那么该点的应变能密度为

$$w(R, \Theta, Z) = C_{10} (I_4 + 2I_4^{-1/2} - 3) \quad (14)$$

在整个代表单元上取平均值可以得到对应的均匀应变能密度

$$\begin{aligned} \hat{w}(R, \Theta, Z) &= \frac{1}{V_\Omega} \int_{\Omega^m} C_{10} (I_4 + 2I_4^{-1/2} - 3) d\Omega^m \\ &= C_{10} \mu_m (I_4 + 2I_4^{-1/2} - 3) \end{aligned} \quad (15)$$

其中 \hat{w} 为均匀化应变能密度, $\mu_m = 1 - \mu_f$, μ_f 为孔隙度, I_4 的定义与式(3)中相同。

实际上, 在推导过程中, 需要同时验证满足平衡方程和应力边界条件^[14], 对于单轴拉伸, 这两个条件是自然满足的, 而对于横向双轴拉伸和剪切变形则需要验证, 由于篇幅所限, 这里不再给出推导过程。

最终的均匀化应变能函数由 Guo 等^[13]给出:

$$\begin{aligned}
 W = & C_{10}v_m(I_4 + 2I_4^{-1/2} - 3) + C_{10}(J - 1)I_4^{-1/2} \ln \frac{J - v_m}{Jv_f} \\
 & + C_{10} \left(\frac{1 - v_f}{1 + v_f} \right) \left(I_1 - I_4 - 2\sqrt{\frac{I_3}{I_4}} \right)
 \end{aligned} \tag{16}$$

4. 均匀化模型的实现和验证

研究的初衷是将均匀化本构模型应用于有限元的大规模计算, 这里利用商用软件 ABAQUS 进行实现和验证, 分别对实体模型和均匀化模型进行建模计算。均匀化本构模型通过编写 ABAQUS 用户自定义子程序来写入。

ABAQUS 用户定义子程序为用户提供了强大而又灵活的二次开发功能。用户材料子程序能够将用户自定义的本构关系通过子程序接口与主程序计算过程中进行数据传输, 这里用到的材料子程序包括 UANISOHYPER_INV (隐式计算) 和 VUANISOHYPER_INV (显式计算) 两个子程序^[15]。将上述得到的均匀化应变能密度函数写入这两个子程序中, 可以分别用于隐式和显示有限元计算。

4.1 均匀化模型隐式算法实现和验证 (给定位移场)

利用子程序 UANISOHYPER_INV 验证隐式算法。首先, 给定位移场, 验证在特定位移场下均匀化模型的有效性。有限元模型如图 4 所示 (模型尺寸为 $0.3 \times 0.15 \times 0.02 \text{m}^3$, 模型 a 包含单元数 6696, 模型 b 包含单元数 900, 单元类型均为 8 节点 6 面体单元)

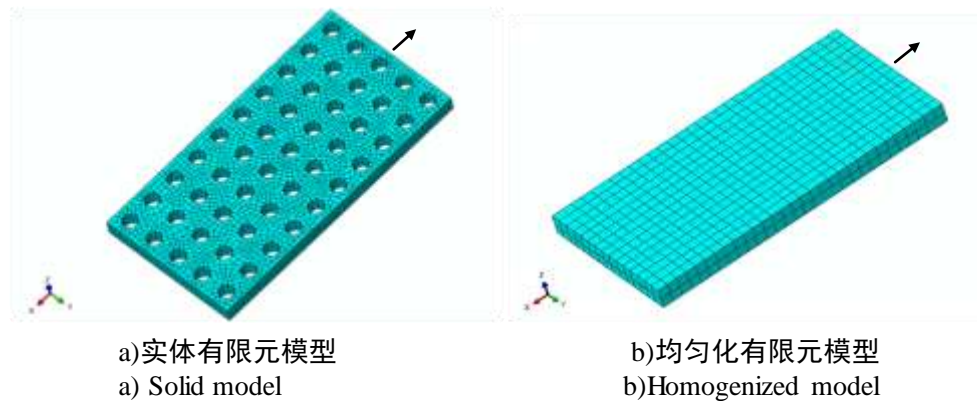


图 4 有限元计算模型

Fig 4 FEM simulation model

设置合适的边界条件 (限制拉伸方向的位移、模型整体的刚体位移和转动), 对模型整体如箭头方向进行单向拉伸, 分别比较两者整体的应变能。

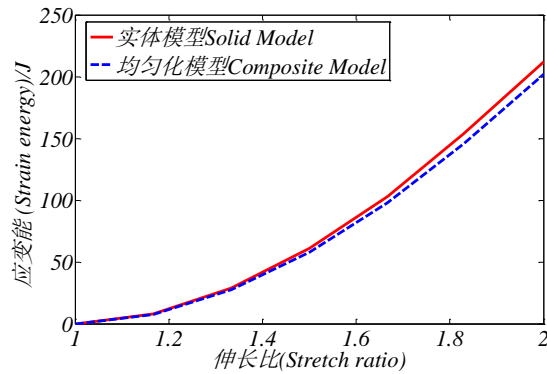


图 5 实体模型和均匀化模型应变能对比

Fig 5 The strain energy of the Solid model and Homogenized model

从图 5 可以看出，在不同的变形程度下，两种模型的应变能最终值都吻合良好，最大误差不超过 5%。这样的误差在工程上是完全可以接受的。

4.2 均匀化模型显式算法实现和验证（水下爆炸冲击波载荷作用）

然后利用子程序 VUANISOHYPER_INV 验证动载荷下均匀化模型的有效性。这里对某种覆盖层特殊结构分别进行实体建模和均匀化建模，对两种模型在爆炸冲击波载荷作用下的响应进行对比。模型及载荷如图 6 所示

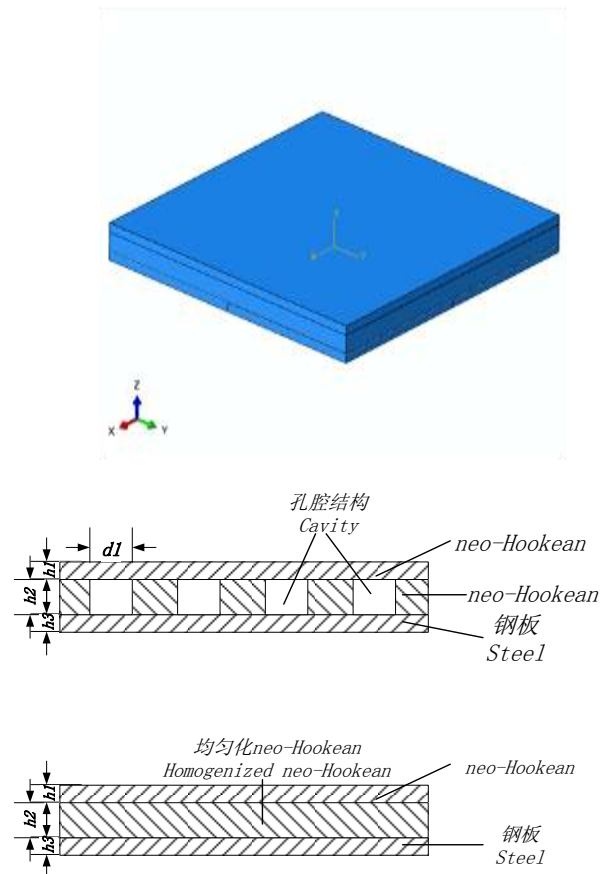


图 6 几何模型（等轴视图及剖面图，模型整体尺寸为 $0.3 \times 0.3 \times 0.04 \text{m}^3$ ，孔腔内径为 0.02m ）

Fig 6 Geometric model (The 3D isometric view and cross-section view, the dimension of the model is $0.3 \times 0.3 \times 0.04 \text{m}^3$, and the inradius of the cavity is 0.02m)

两种模型单元数目分别为 28168、8464，单元类型均为 8 节点 6 面体单元。材料参数如表 1 各材料参数所示。

表 1 各材料参数
Tab 1 Material constants

材料模型(Material)	材料参数(Constants)
neo-Hookean	$C_{10}=187377.51, D_1=1.07E-7$
均匀化 neo-Hookean (Homogenized neo-Hookean)	$C_{10}=187377.51, \nu_f=0.223$
钢(Steel)	$E=210e9Pa, \nu=0.3$

在同样的爆炸冲击波载荷下，考虑参考点垂直方向的位移，分别做其时间历程曲线，对比如图 7 冲击波载荷下参考点位移时间历程曲线所示

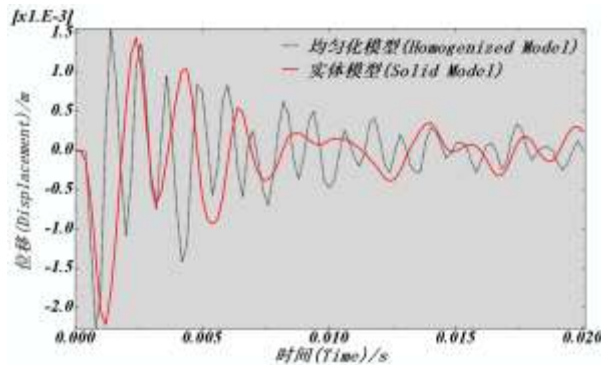


图 7 冲击波载荷下参考点位移时间历程曲线

Fig 7 History output of RP's displacement under blast wave

图上可以看出两种计算模型所得到的位移时程曲线有所差别，但是两种计算模型所得到的位移峰值非常接近。因此均匀化建模方法可以直接用于模拟和评估声学覆盖层的水下爆炸抗冲击特性的最危险工况。

对于应力的比较，当各自参考点位移最大时选取其垂直方向的正应力作为对比。由于参考点一定范围内的应力变化比较明显，参考点的垂直方向正应力并没有实际的参考价值。所以，对于两种模型，在各自位移达到最大位置时刻，分别取出如所示区域内的所有单元，求其垂直方向正应力的平均值。这样取法与应力的均匀化过程相同，也避免了偶然性。

从表 2 中可以看出，对于当位移达到最大值时的垂直方向的正应力，实体模型为-0.1302MPa，均匀化模型为-0.13MPa，两者非常接近，即便考虑在选择区域内单元可能造成的误差，结果也在可接受范围之内。

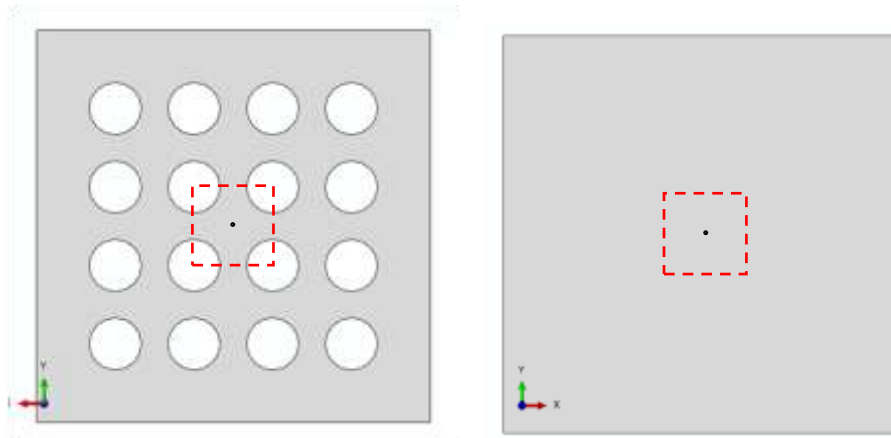


图 8 求均匀应力的单元的选取区域
Fig 8 The regine choosed to calculate average stress

表 2 所选区域单元数目及应力
Tab 2 Element numbers and average stress

模型(Model)	单元数目 (Element number)	垂直方向平均正应力 (Average stress of Z direction)
实体模型(Solid model)	475	-0.1302MPa
均匀化模型(Homogenized model)	144	-0.13MPa

利用 ABAQUS 子程序实现了将均匀化本构关系应用于有限元隐式和显示计算, 通过对比均匀化模型和实体模型的计算结果验证了均匀化模型应用于数值计算的有效性。

5. 结论

舰船表面带孔覆盖层结构抗冲击特性的数值模拟是一个典型的多尺度问题, 通过均匀化方法获得有效的代表单元并应用等效应变能函数是有效的实现手段。本文工作表明:

- 1 圆台型孔隙覆盖层结构可以通过圆柱孔隙覆盖层进行近似等效替代;
- 2 可以通过均匀化方法获得圆柱形孔隙结构的代表单元, 采用 Guo 等提出的应变能函数, 通过 ABAQUS 用户材料子程序能够对这种形式的代表单元进行有限元模拟。在特定变形场下, 应变能值有比较好的精度; 在动载荷作用下, 通过比较参考点的位移和参考点附近区域内的平均应力, 也验证了均匀化模型的有效性;
- 3 采用均匀化模型和代表单元能够大大减小计算规模, 在工程应用上有重要意义。

参考文献

- [1]. 吴雨强, 张可玉, 潘爽, 潜艇水下抗爆炸冲击及防护方法探讨. 舰船科学技术, 2007. 29(6): p. 38 - 40.
- [2]. 陈海龙, 声学覆盖层复合结构抗冲性能研究. 2008, 哈尔滨工程大学.
- [3]. 庞福振, 姚熊亮, 声学覆盖层对潜艇抗水下爆炸能力的影响研究. 振动与冲击, 2011. 30(4): p. 103-108.
- [4]. 曹礼群, 崔俊芝, 整周期复合材料弹性结构的有限元计算. 计算数学, 1998(03): p. 279-290.
- [5]. 5 郅彦辉 等. 渐进均匀化拓扑优化之多孔微结构研究. 河北工业大学学报, 2010(02): p. 4-8.
- [6]. 张俊彦 等. 多孔材料代表单元的性质. 工程力学, 2004(02): p. 124-128.
- [7]. Drugan, W. and J. Willis, A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1996. 44(4): p. 497-524.
- [8]. Sun, C. and R. Vaidya, Prediction of composite properties from a representative volume element. *Composites Science and Technology*, 1996. 56(2): p. 171-179.
- [9]. 江山, 多尺度有限元方法的一些研究及应用. 2008, 湘潭大学 %9 博士.
- [10]. 刘晓奇, 多孔复合材料周期结构的多尺度模型与高精度算法. 2006, 湖南师范大学.
- [11]. 曹礼群, 崔俊芝, 整周期复合材料弹性结构的双尺度渐近分析. *应用数学学报*, 1999(01): p. 38-46.
- [12]. 庄守兵 等, 基于均匀化方法的多孔材料细观力学特性数值研究. *材料科学与工程*, 2001. 19(4): p. 9 - 13.
- [13]. Guo, Z., et al., On constitutive modelling of porous neo-Hookean composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008. 56(6): p. 2338-2357.
- [14]. Humphrey, J.D., *Cardiovascular solid mechanics: cells, tissues, and organs*. 2002: Springer.
- [15]. Hibbitt, D., B. Karlsson, and P. Sorensen, *ABAQUS Analysis user's manual*. Pawtucket, USA, 2004.