

文章编号: 0258-1825(2015)02-0183-09

# 干扰剪切流动稳定性理论及其对高雷诺数流动数值模拟方法的改进

高智\*

(中国科学院力学研究所 高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190)

**摘要:**在干扰剪切流(Interacting Shear Flow, ISF)理论的基础上,提出 ISF 稳定性理论并把它用于改进高雷诺数( $Re$ )数流动计算方法。(1)高  $Re$  数内外绕流的 RANS 计算及工业标准 PNS 计算中,流动转捩的预测均基于经典边界层理论;然而转捩并非总是最早发生在边界层中,例如发生在壁面小突起、小凹坑、小窄缝等局部粘性/无粘强干扰区,这些强干扰区可能位于边界层内,但边界层理论并不适用于它们,又如转捩发生在分离点邻域强干扰区等。(2) ISF 理论表明:高  $Re$  数内外绕流为一复杂 ISF,转捩总是最早发生在该 ISF 的层流区中。(3) ISF 稳定性理论表明:作者提出的干扰剪切扰动流(Interacting Shear Perturbed Flow, ISPF)方程组可以计算 ISF 层流中非湍流扰动运动演化并预测转捩;ISF 方程组和 ISPF 方程组分别与 PNS 和抛物化稳定性方程(PSE)为同类方程组,PSE 分析计算边界层稳定性的众多成功实践,说明用 ISPF(即 PSE)方程组计算 ISF 层流扰动流并预测转捩完全可行。(4) RANS 和 PNS 方法经 ISF 稳定性理论改进后,在转捩前用 ISF 方程组(即 PNS)计算 ISF 层流基本流,用 ISPF 方程组(即 PSE)计算 ISF 层流扰动流并预测转捩位置;转捩后 RANS 方法计算 RANS 或 RANS/LES, PNS 方法计算干扰剪切湍流(ISTF)方程组即抛物化 RANS(PRANS)方程组。改进后的两方法,理论合理正确,方程体系完备、自洽,ISF 方程组只能用 ISPF 方程组相对应,因此是高  $Re$  数内外绕流计算的理想且可持续发展的两种方法。

**关键词:**高雷诺数流动; PNS 方法; RANS 方程; 干扰剪切流(ISF)理论; ISF 稳定性理论

中图分类号: V211.3

文献标识码: A

doi: 10.7638/kqdlxxb-2014.0098

## Interacting shear flow stability theory with application to improving computational method of simulating numerically high Reynolds number flows

Gao Zhi

(State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China)

**Abstract:** On the basis of the interacting shear flow (ISF) theory proposed by the author, the ISF stability theory and its two inferences with application to improving computational methods of simulating numerically high Reynolds ( $Re$ ) number inner/outer flows are presented in this paper. (1) In the RANS computations and an industry-standard PNS computations for high Reynolds number flows over bodies, predicting transition is always based on the classical boundary-layer theory coupled with experimental data; however, transition does not always occur originally in boundary-layer, initial transition may occur in dents, or small step or small cracks at wall, these local strong interaction flow regions may locate in boundary layer, but boundary-layer theory is not suitable for these flow regions, and transition occurs in strong interaction flow region near separation point etc. (2) Flow transition occurs always in interacting shear flow, ISF theory extracted by the author is composed of viscous shear layer and its neighbor outer inviscid

收稿日期: 2014-09-17; 修订日期: 2015-01-11

基金项目: 国家自然科学基金(11272324)

作者简介: 高智\*(1937-), 研究员, 主要从事流体力学, 计算流体力学研究. E-mail: gaozhi@imech.ac.cn

引用格式: 高智. 干扰剪切流动稳定性理论及其对高雷诺数流动数值模拟方法的改进[J]. 空气动力学学报, 2015, 33(2): 183-191.

doi: 10.7638/kqdlxxb-2014.0098 Gao Z. Interacting shear flow stability theory with application to improving computational method of simulating numerically high Reynolds number flows[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2015, 33(2): 183-191.

flow with interaction each other; ISF summarizes many viscous-inviscid flows with basis meanings and engineering values, two typical example of ISF are the classical viscous boundary layer added its neighbor outer inviscid flow, and the viscous/inviscid flow near wall in high  $Re$  number inner/outer flows over bodies. (3) The interacting shear perturbed flow (ISPF) equations offer new theoretical computational method to simulate non-turbulence perturbed motion and transition in ISF. The ISF-equations and ISPF equations are respectively the same kind of PNS- and PSE-equations. Many works of using PSE analyses and computes boundary-layer stability show that it is perfectly feasible to compute perturbed flow of ISF and predict transition using ISPF (or PSE) equations. (4) The computational results given by solving simultaneously ISF- and ISPF equations are reasonable approximation of the direct numerical simulation (DNS) of ISF before transition. (5) Integrating the ISF stability theory and its two inferences with both of the traditional PNS method and the current RANS, RANS/LES methods (call them RANS method unitedly here) leads to several substantial improvements of this two methods. Such as, avoiding artificial assumption of transition location or estimating experientially transition location on the basis of the boundary layer stability theory etc.. Both of improved PNS- and RANS-methods compute simultaneously ISF- and ISPF-equations, that provide reasonable approximation of direct numerical simulation (DNS) of ISF before transition; after transition the improved PNS method computes parabolized RANS(PRANS) equations and the improved RANS method computes RANS, RANS/LES equations and both of this two calculations provide reasonable approximation of statistical average flow given by DNS of interacting shear turbulent flow. (6) In the improved these two methods, equation system is perfect and self-affirming, therefore they are ideal methods for computing high  $Re$  number inner/outer flows over bodies and would have broad prospects of development and application.

**Keywords:** high Reynolds number flow; PNS method; RANS method; interacting shear flow (ISF) theory; ISF stability theory

## 0 引言

高雷诺( $Re$ )数流动的数值模拟是科学问题,也是众多工程技术领域的重大需求,多年来涌现了计算高 $Re$ 数流动的大量文献。通常认为 Navier-Stokes (NS)方程可以描述高 $Re$ 数湍流流动,并且认为在最小空间尺度(Kolmogoroff 尺度)网格下的 NS 方程高精度高分辨率计算,即直接数值模拟(DNS),可以获得最小尺度层次上的湍流统计平均特性或流动。但对具有工程价值的实际流动,DNS 的难度和耗费都很大,文献[1]估计具有工程使用价值的湍流 DNS 到 2080 年才能实现。未来五、六十年时期内,湍流计算主要是 RANS 方程计算[1]和工业标准气动计算的 PNS 方程计算[2],这两种计算都必须补充湍流模型和转捩模型,这些模型都具有经验性且都缺乏普适性。湍流模型已有广泛、丰富的研究和众多的应用计算,转捩模型的知识相比较欠缺,借助经验估算转捩位置的计算方法均基于粘性边界层稳定性理论[3-4],主要的如:转捩模型方法,即建立边界层间歇因子模式方程并植入湍流模型计算中(如见[5-6]);经验转捩准则方法,即根据风洞和飞行实验资料归纳出边界层

相关特征量在转捩处满足的经验转捩关系(准则),例如边界层动量厚度和外缘马赫数满足的经验转捩关系(准则)[7-8]等;应用较广泛的是半经验  $e^N$  方法[9-13],该方法利用边界层线性稳定性理论(LST)或抛物化稳定性方程(PSE)计算扰动幅值增长率,沿扰动传播方向积分增长率获得扰动的相对增长倍数  $e^N$ ,当边界层中最不稳定波的增长倍数达到某一经验值(或  $N_T \approx 9.0 \sim 11$ )时,边界层发生转捩。

然而必须指出针对本文研究的高 $Re$ 数内外绕流问题,许多重要的流动转捩并非总是最早发生在经典边界层中,例如转捩发生在壁面小突起、小凹坑、小台阶和小窄缝等所谓三层(Triple-deck)理论点邻域的局部粘性/无粘强干扰流动中[3],这些三层局部干扰区可能位于经典边界层内,但边界层理论及其稳定性理论并不适用于它们,又如转捩发生在分离点、尾缘点邻域的强干扰流动中,管道和喷管顺轴流的来流中心扰动严重时转捩发生在管道中心区的情况,都不是在经典边界层中发生转捩;特别是波系干扰严重的超声速绕流和激波十分贴近壁面的高超声速绕流,经典边界层现象可能不明显甚至不存在。另一方面,粘性/无粘干扰剪切流动(ISF)理论[14-16]表明:高 $Re$ 数

内外绕流是一复杂 ISF, 经典边界层仅是 ISF 粘性层中的一小段。例如高超声速钝头锥绕流, 激波和壁面之间的整个激波层为一复杂粘性/无粘干扰剪切流 (ISF), 参见图 1, 绕流转捩前为 ISF, 包括干扰剪切层流基本流 (ISLBF) 和干扰剪切扰动流 (ISPF), 转捩后为干扰剪切湍流 (ISTF)。因此利用边界层理论预测转捩, 首先要在 ISF 基本流中找出边界层, 并计算边界层方程及其稳定性方程, 然后把它们与 ISF 基本流计算相耦合; 局部边界层计算与 ISF 基本流计算显然不相匹配, 理论逻辑上也不合理。应当指出: 对 ISF 层流基本流计算, 与它相匹配的扰动流计算就是干扰剪切扰动流 (ISPF) 方程组计算, 因此联立求解 ISF 方程组和 ISPF 方程组计算 ISF 层流基本流及扰动流, 即 ISF 稳定性理论计算必将导致高  $Re$  数流动数值模拟方法的实质性改进。本文简述了 ISF 理论与 PNS 的关系, 干扰剪切扰动流 (ISPF) 理论、方程组及与抛物化稳定性方程 (PSE)<sup>[9-13]</sup> 的关系, ISF 第一和第二稳定性理论, ISF 稳定性理论及其推论并用于改进高  $Re$  数绕流流动的数值模拟方法。

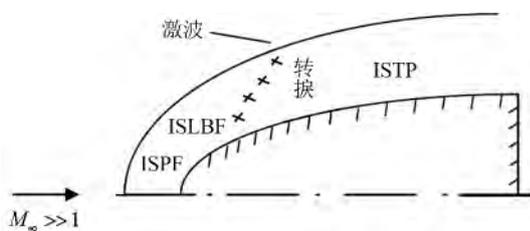


图 1 高超声速钝头锥绕流, 激波和壁面之间的整个激波层为复杂干扰剪切流 (ISF), 转捩前为干扰剪切层流基本流 (ISLBF) 和干扰剪切扰动流 (ISPF), 转捩后为干扰剪切湍流 (ISTF)

Fig. 1 Shock-wave layer in a hypersonic flow over blunt-cone-body is a complex interacting shearflow (ISF), that is interacting shear laminar basic flow and its perturbed flow before transition and interacting shear turbulent flow (ISTF) after transition

## 1 干扰剪切流动 (ISF) 理论、ISF 方程组及与 PNS 的关系

作者提炼出的干扰剪切流动 (ISF) 由粘性剪切层及与它相互作用的相邻无粘外流组成, ISF 的核心流动规律是粘性层流向对流占优、法向对流扩散相竞争, 该规律的数学定义式对二维流是:

$$\rho v \frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{\partial}{\partial y} (\mu \frac{\partial f}{\partial y}) \quad (1)$$

$$\rho u \frac{\partial f}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial x} (\mu \frac{\partial f}{\partial x}) \quad (2)$$

这里  $f = (u, v)$ ,  $u, v$  为粘性层流向 ( $x$  方向) 和法向

( $y$  方向) 流速分量,  $\rho$  和  $\mu$  分别为密度和粘性系数。作者<sup>[17]</sup> 导出 ISF 粘性层的长度和速度尺度律为:

$$(x_p, y_p, z_p; u_p, v_p, w_p) = (Re_L^{\frac{3}{2}q}, Re_L^{\frac{1+q}{2}}, Re_L^{n_z}; Re_L^{\frac{q}{2}}, Re_L^{\frac{1-q}{2}}, Re_L^{n_w}),$$

$$n_z - n_w = q \quad (3)$$

其中  $(x_p, y_p, z_p) = (x, y, z)/L$ ,  $(u_p, v_p, w_p) = (u, v, w)/U$ ,  $Re_L = \rho UL/\mu$ ,  $q = \ln \frac{u_p}{x_p} / \ln Re_L$ ,  $0 \leq q \leq 1/2$ ,  $q$  为干扰参数。 $q = 0$ , ISF 表示驻点流也表示经典边界层和相邻无粘外流 (两者之间无干扰);  $q = 1/4$ , ISF 的粘性层正是三层干扰流的下层<sup>[3]</sup>, 此时的 ISF 表示三层干扰流动。可见高  $Re$  数内外绕流近壁粘性/无粘层流是若干局部区域 ISF 组成的复杂 ISF; 描述该复杂 ISF 显然必须使用贴体正交曲线坐标系, 否则 ISF 数学定义式 (1) 和 (2) 不成立。

ISF 方程组与 PNS 的关系: 利用 ISF 数学定义式简化 NS 得到 ISF 方程组, ISF 方程组与熟知的抛物化 NS (PNS) 为同类方程组。因此, 对内外绕流近壁粘性/无粘层流, ISF (即 PNS) 方程组是完全 NS 方程组的合理近似, 这就从理论上解释了 ISF (PNS) 方程组为什么具有普适价值, PNS 方法为什么得到广泛应用并成为工业标准气动计算的基础<sup>[2]</sup>。PNS 是 20 世纪六七十年代人们为计算大范围 ISF (例如尖和钝前缘平板高超声速绕流, 横向压力梯度不可忽略的射流和混合层流动, 钝头体高空超声速绕流, 两板垂直相交的顺角流及矩形截面管道和圆管内外顺轴流, 小钝头细长锥和尖头细长锥高超声速绕流等) 而提出的, PNS 有些略有差异的不同形式, 称呼也不相同, 但它们有相同的数学性质, 即抛物化性质, 对它们的求解初边值数学提法适应, 不需要规定流向下边界条件, 且沿流向可对它们实施空间推进求解, 使计算维数减少一维, 在流向马赫数大于 1 时, 又可对它们实施高效的单次空间推进求解<sup>[19-21]</sup>。在这些大范围 ISF 中往往会出现湍流, 此时必须用干扰剪切湍流 (ISTF) 方程组<sup>[15-16]</sup>, 即抛物化 RANS (PRANS) 方程组替代 NS 方程组。不难看出提出 PNS 所考虑的这些大范围粘性/无粘流动其实也是若干局部区域 ISF 组成的复杂 ISF。

应当指出, 人们早先并没有弄清楚 PNS 到底描述什么基本流动, 适不适用于驻点流等问题。ISF 理论解决了上述问题, 它就是 PNS 的流体力学基本理论, 因此 ISF 理论亦被称作 PNS 理论<sup>[21]</sup>。对不可压缩二维驻点流和三维非定常驻点流, 文献<sup>[22]</sup> 已证实

ISF(即 PNS)方程组解与完全 NS 方程组解完全一致;对分离区小的内外绕流,众多计算证实<sup>[19-21]</sup> ISF(即 PNS)方程组数值解与完全 NS 方程组数值解很好相符。因此对高  $Re$  数内外绕流有粘/无粘层流(即 ISF),ISF(即 PNS)方程组是完全 NS 方程组的合理且很好的近似方程,正像文献<sup>[23-25]</sup>论述的薄层(TL)NS(即 PNS)方程组丢掉的粘性小项在寻常的 NS 计算中是算不出来的,理应丢掉这些粘性小项,且丢掉它们带来的误差小于湍流模型引起的误差,这是 ISF(即 PNS)方法成为工业标准气动计算基础的另一原因。最后有必要指出,ISF(即 PNS)理论<sup>[14-17]</sup>不仅使早期说法不一的 PNS 诸方法能够自圆其说,把 PNS 诸方法统一在一个理论之中;而且 ISF 理论在高  $Re$  数流动的 PNS 方程以及 NS 方程和 RANS 方程数值计算中都有有一些重要的应用,例如在计算网格设计和壁面边界条件选择中的应用,在 PNS 方程和 NS 方程计算结果可信度评估方面的应用<sup>[21]</sup>,特别是 ISF 粘性层长度尺度律<sup>[17]</sup>揭示了 ISF 中粘性/无粘干扰将导致粘性层产生小尺度干扰流动(例如三层干扰流动),这些小尺度干扰流动将导致物理量(例如壁面热流)局部突增,而对高超声速绕流,局部强干扰引起的热流突增等气动现象将导致飞行器局部受损,甚至造成飞行事故<sup>[26]</sup>,因此在 PNS 方程以及 NS 方程计算中,很有必要根据 ISF 粘性层长度尺度演化规律,分辨并计算好这些小尺度干扰流动结构。

## 2 干扰剪切扰动流 (ISPF) 理论、ISPF 方程组及与 PSE 的关系

在讨论 ISF 稳定性问题之前,先简述作者提出的干扰剪切扰动流(ISPF)理论及 ISPF 方程组<sup>[15-16]</sup>,并考察 ISPF 方程组与抛物化稳定性方程(PSE)<sup>[27-28]</sup>的关系。层流运动的稳定性通常根据层流中小扰动(即非湍流扰动)的演化来确定<sup>[3]</sup>,ISF 的稳定性因此由干扰剪切扰动流 (ISPF) 方程组的解来确定。ISPF 是存在非湍流扰动运动的 ISF,按照作者<sup>[15-16]</sup>的考虑,ISPF 由粘性剪切扰动流及与它相互作用的相邻无粘扰动外流所组成,粘性剪切扰动层在流向对流占优,法向对流扩散竞争,数学定义为<sup>[15-16]</sup>:

$$\begin{aligned} \bar{v} \frac{\partial f'}{\partial y} &\cong \frac{\partial}{\partial y} (\delta \frac{\partial f'}{\partial y}), \bar{u} \frac{\partial f'}{\partial x} \gg \frac{\partial}{\partial x} (\delta \frac{\partial f'}{\partial x}), \\ \bar{w} \frac{\partial f'}{\partial z} &\gg \frac{\partial}{\partial z} (\delta \frac{\partial f'}{\partial z}) \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $f' = u', v', w'$  和  $T'$ , 分别为流速分量  $u, v, w$  和

温度  $T$  的非湍流扰动量,并有  $u = \bar{u} + u', v = \bar{v} + v', w = \bar{w} + w', T = \bar{T} + T', y$  方向为 ISPF 粘性剪切扰动薄层的法向。按照流动稳定性理论<sup>[3]</sup>的通常处理,认为  $\bar{u} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  和  $u = (u, v, w)$  均满足 NS 方程,  $\bar{u}$  为未扰 ISF 流速矢量,由  $u$  的 NS 方程组减去  $\bar{u}$  的 NS 方程组得到支配非湍流扰动运动的控制方程组,再利用式(4)进行简化,得到干扰剪切扰动流 (ISPF) 方程组,对不可压缩流和直角坐标系中的情况有:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + (u' \cdot \nabla) \bar{u} + (\bar{u} \cdot \nabla) u' + \frac{1}{\rho} \nabla p' = \gamma \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\text{div}(u') = 0 \quad (6)$$

或保留非线性项  $(u' \cdot \nabla) u'$  的非线性 ISPF 方程组:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t} + (u' \cdot \nabla) \bar{u} + (\bar{u} \cdot \nabla) u' + (u' \cdot \nabla) u' \\ + \frac{1}{\rho} \nabla p' = \gamma \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{div}(u') = 0 \quad (8)$$

对内外绕流近壁有粘/无粘层流,即对近壁 ISPF,ISPF 方程组在壁面 ( $y = 0$ ) 上应满足流速无滑移边界条件:

$$u = \bar{u} = u' = 0, \quad \frac{\partial p'}{\partial x} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{\partial p'}{\partial x} = \gamma \frac{\partial v'}{\partial y^2} \quad (9)$$

对远场采用自由来流条件。线性 ISPF(LISPF)方程组和非线性 ISPF(NISPF)方程组可用来确定近壁 ISF 中非湍流扰动运动的演化,结合实验资料又可预测转换。应该提到 ISPF 方程组与 ISF 方程组都应在贴体坐标系中写出,不过从完全 NS 扰动方程组到 ISPF 方程组的抛物化简化处理,贴体正交曲线坐标系和直角坐标系下抛物化简化处理完全类似。

ISPF 方程组与抛物化稳定性方程(PSE)的关系,PSE 是 Herbert 和 Bertolotti 在 1987 提出的<sup>[27]</sup>,他们从原始变量 NS 扰动运动方程组出发,采用模(mode)-振幅函数分析方法,在扰动是时间周期函数的假设下,把原始扰动变量  $\phi' = (u', v', w'; T', \rho')$  转换到复数形式振幅函数  $\hat{\phi} = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}; \hat{T}, \hat{\rho})$ 。对线性 PSE(LPSE):

$$\begin{aligned} \phi'(x, y, z, t) = \hat{\phi}(x, y) \cdot \\ \exp\{i[\int_{x_0}^x \alpha(\bar{x}) d\bar{x} + \beta z - \omega t]\} \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\alpha, \beta$  是复数形式的流向和展向波数,  $\omega$  为频率。对非线性 PSE(NPSE)仍然假定原始扰动变量是时间和展向  $Z$  的周期函数,由于非线性作用将激发高次谐波,且假定高次谐波的波数和频率是基本波数和频率的整数倍,原始扰动变量展开为 Fourier 级数:

$$\varphi'(x, y, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}_{m,n}(x, y) \cdot \exp\left\{i\left[\int_{x_0}^x \alpha_{m,n}(\bar{x}) d\bar{x} + n\beta z - m\omega t\right]\right\} \quad (11)$$

其中,  $\hat{\varphi}_{m,n}$  表示阶数为  $(m, n)$  时的振幅函数,  $\alpha_{m,n}$  是阶数为  $(m, n)$  时的流向波数, 其频率为  $m\omega$  ( $\omega$  为基频)。把式(10)和式(11)代入原始扰动运动方程组, 作丢掉流向和展向高阶导数项的抛物化简化处理, 得到以振幅函数为变量的线性和非线性 PSE, 即 LPSE 和 NPSE。

通过考虑不难发现, 把线性和非线性 ISPF 方程组中原始变量  $(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}; \hat{T}, \hat{\rho})$  转换为振幅函数变量, 于是得到线性和非线性 PSE; 反之, 把线性和非线性 PSE 中的振幅函数变量逆转为原始扰动变量, 于是得到线性和非线性 ISPF 方程组。因此 PSE 与 ISPF 方程组一样, 它们都适用 ISF、适用于高  $Re$  数内外绕流近壁有粘/无粘层流流动。不幸的是, 从一开始 PSE 就被局限于 ISF 的粘性/无粘无干扰或弱干扰流动区域即边界层区域<sup>[27]</sup>, 丢掉了 PSE 还适用的 ISF 中粘性/无粘强干扰的流动区域, 特别是丢掉了 PSE 对 ISF 整个流动区域的适用性。PSE 提出近三十年来, 众多学者利用它分析了边界层的稳定性特性, 获得了有价值的丰硕成果<sup>[4, 9-13, 28]</sup>。主要的成果如线性 PSE 算出中性稳定曲线比边界层线性稳定性理论(LST)的结果更接近实验, 且既能考虑流动的非平行性, 计算量又比 LST 小; 用非线性 PSE 算出的结果(包括基本流动, 高次谐波以及对基本流修正的幅值与剖面等)与直接数值模拟(DNS)的结果很好相符; 用非线性 PSE 算出的高速平面混合层的二维及三维大尺度涡结构亦与 DNS 的结果很好相符。总之, 根据已有的研究成果可得到如下的结论: 对 ISF 粘性层之边界层流动中的非湍流扰动运动演化及转捩发生, PSE 和 ISPF 方程组解是 DNS 的合理近似; 而对 ISF 粘性层之粘性/无粘强干扰流动区域中的非湍流扰动运动演化及转捩发生、特别是对 ISF 整个流动区域中的非湍流扰动运动演化及转捩发生, PSE 和 ISPF 方程组解还有待发展和深化。此外应指出: 文献[18]证实 ISF 粘性层和它的扰动流(即 ISPF)粘性扰动层存在同一的长度尺度结构, 因此若 ISF 基本流因粘性/无粘干扰而出现小尺度结构和相应的物理量(如壁面热流)突增, 则它的扰动流(即 ISPF)中也将出现小尺度扰动结构和相应的扰动量突增, 扰动量突增无疑与流动转捩密切相关, 因此在 PSE 和 ISPF 方程计算中, 特别在用振幅方程计算时, 必须分辨并

算好粘性/无粘干扰引起的小尺度扰动结构及相应的扰动量突增。

### 3 ISF 第一和第二稳定性理论

在 ISPF 方程组研究<sup>[15-16]</sup>的基础上, 本文提出 ISF 稳定性理论。

ISF 第一稳定性理论: 对给定的 ISF 和 ISF 方程组解, 若非湍流扰动  $(u', p')$ , 即 ISPF 方程组(5-6)或式(7-8)的解随时间衰减或放大, 则称未扰或称 ISF 层流基本流分别为稳定和不稳定。

ISF 第二稳定性理论: 对给定的 ISF 和定常 ISF 方程组解及  $x = x_0$  位置的“初始”扰动, 若非湍流扰动运动  $(u', p')$ , 即定常 ISPF 方程组(5-6)或式(7-8)的解随流动向下游( $x > x_0$ )发展而衰减或放大, 则称 ISF 层流基本流分别为稳定或不稳定。

(1) ISF 稳定性理论是一全新的课题, 故需作一些必要的讨论。

由于 ISF 包含许多近壁局部区域 ISF 和节 1 所说的大范围 ISF, 所以 ISF 稳定性分析涉及许多丰富的研究内容, 例如驻点邻域 ISF 稳定性、经典边界层与其无粘外流组成的 ISF 的稳定性, 分离点邻域 ISF 和再附点邻域 ISF 稳定性, 圆筒内、外顺轴向 ISF 稳定性、高超和超声速尖前缘和钝前缘平板、尖细长锥和小钝头细长锥高超超声速绕流激波和壁面之间 ISF 的稳定性等等。这些无疑都超出了粘性边界层稳定性理论的范围。因此, 需要实验的研究和理论分析计算, 需要熟习节 1 和节 2 中研讨的 ISF 理论和 ISPF 理论以及求解 PNS 和 PSE 方程的数值方法。

上述 ISF 稳定性分析, 无疑具有重要的理论基础意义和工程应用价值。稍加考虑即可列举出许多有意义的例子, 例如圆筒内顺轴流, O. Reynolds 在 1883 年经典实验中测出的转捩临界 Reynolds 数后经实验测定多次加以改进和完善, 然而迄今未看到相应的理论分析和计算结果。又如高超和超声速尖前缘和钝前缘平板、尖细长锥和小钝头细长锥绕流 ISF 稳定性分析, 获得非湍流扰动运动演化历程并结合实验资料预测转捩位置, 无疑是迫切的工程需求, 这种激波很贴近壁面的复杂干扰流动中往往边界层不明显甚至不存在。又如驻点邻域 ISF, 分离点邻域 ISF 和再附点邻域 ISF 稳定性分析, 自然是具有流体力学基础意义的新课题。显然 ISF 稳定性理论能够分析和计算上述这些新课题。

(2) 对 ISF 第一稳定性理论, 当沿用边界层稳定性理论<sup>[3]</sup>, 采取模(mode)-振幅函数分析方法时, 需

要找出 ISF 振幅函数满足的广义 Orr-Sommerfeld (OS) 方程并进行相应的特征值问题求解、研究初始稳定、二次稳定、中性稳定曲线、中性稳定 Reynolds 数、放大因子、及局部扰动波包 (wave-packets) 理论等。

已知利用 PSE 即 ISPF 方程组求解的模-振幅函数方法, 分析计算粘性/无粘无干扰和弱干扰 ISF 粘性层(即边界层流)中非湍流扰动运动的演化及转捩发生的结果是 DNS 结果的合理近似。但是对粘性/无粘强干扰 ISF, 例如三层干扰流动<sup>[3]</sup>, 它的流向和法向长度尺度仅为  $Re^{-3/8}$  和  $Re^{-5/8}$  或更小<sup>[3,17]</sup>。对强干扰 ISF, 尚未看到 PSE 即 ISPF 方程组的模-振幅函数方法的求解, 这是有待发展的研究。由于 ISF 粘性层和 ISPF 粘性扰动层具有同一的空间尺度结构<sup>[18]</sup>, 故在强干扰的流向小尺度区域, 物理量(如壁面热流等)及非湍流扰动量都将发生局部“突增”现象。在高超声速绕流中, 壁面热流等局部突变是引起飞行器局部受损的严重气动现象<sup>[26]</sup>; 非湍流扰动量的局部突增无疑与转捩密切相关, 往往直接导致转捩<sup>[3]</sup>。因此, 对 ISPF 即 PSE 的求解不论采用模-振幅函数方法还是用原始扰动变量方法, 以及对 ISF 即 PNS 方程的求解, 都应关注和保证 ISF 强干扰区求解的有效性。如上所述强干扰区涉及的流向长度仅约  $LRe^{-3/8}$ , 与  $L$  相比很小, 但它们对壁面热流突增、发生转捩的计算至关重要; 这样才能保证在复杂 ISF 的整个流动区域, ISF 即 PNS 的结果与 NS 的结果很好的相符, 因此保证了在复杂 ISF 的整个层流流动区域 ISF(即 PNS)方程组解加上 ISPF(即 PSE)方程组解是 ISF 的 DNS 的合理近似。

(3) 关于 ISF 第二稳定性理论, 根据 ISF 粘性剪切层数学定义式(1)和(2)及连续性方程推知, 粘性层切向特征流速  $u$  远大于法向特征流速  $v$ ,  $x$  方向的长度尺度远大于法向长度尺度, 因此分析和计算非湍流扰动运动沿  $x$  方向的演化具有物理意义, 现在虽然还未看到这样的数值计算, 但可推断这样的计算可行且有效。已知文献上不论对 ISF(即 PNS)方程组的求解, 还是对 ISPF(即 PSE)方程组的求解, 在流向马赫数大于 1 的条件下都采用空间推进求解的有效计算方法, 而且数值结果丰硕, 求解技术众多<sup>[9-13,19-21]</sup>。因此可以合理推断: 由于 ISPF 粘性扰动层与 ISF 粘性层存在同一的空间尺度结构<sup>[18]</sup>, 因此在与 ISF(即 PNS)方程组计算网格设计大体一致的粗网格下, 人们能够有效地求解 ISPF(即 PSE)方程组, 获得 ISF 层流中非湍流扰动运动, 如对不可压缩流即  $u'$  和  $p'$

的演化历程, 结合实验资料并可预测转捩位置。PSE 分析边界层稳定性的众多有效的计算实践亦为人们能够有效求解 ISPF 方程提供了有力的旁证。关于 ISF 第二稳定性理论的进一步讨论与对第一稳定性理论讨论一致, 这里不再重复。

(4) 关于 ISF 稳定性理论的重要性问题, 已有流动转捩位置的理论加经验预测均基于边界层稳定性理论, 然而转捩并非总是最早发生在粘性边界层中, 边界层仅是 ISF 粘性层的一小段, 因此已有预测转捩位置的边界层理论计算方法局限性很大。流动转捩总是发生在 ISF 层流中, 如上所述 ISF 包含了众多具有基础意义和工程应用价值的粘性-无粘流动, 经典边界层加上它的相邻无粘外流仅是 ISF 的一个典型特例。可见, ISF 稳定性理论提供了更好、覆盖面更宽广的预测转捩位置的理论计算方法, 而且 ISF 稳定性理论的结果自然也包含了边界层稳定性理论的结果在内, 因此对层流-转捩-湍流全程流动计算具有重要的理论意义和应用价值。

## 4 ISF 稳定性理论的推论

推论 1: 干扰剪切扰动流 (ISPF) 即 PSE 方程组计算结合实验资料提供了预测 ISF 层流转捩位置的理论计算方法。

讨论: 参考边界层稳定性理论预测转捩的研究<sup>[3-13]</sup>, 预测 ISF 转捩位置除了计算 ISPF 方程组外, 还需要根据具体 ISF 的转捩实验数据确定扰动量的时间放大程度(如  $e^N$  方法中的  $N$  值)和空间放大程度与转捩位置的定量关系。因此不论根据时间放大还是空间放大来确定 ISF 转捩位置都具有经验性, 也没有对所有 ISF 都适用的通用性质。但是, 由于 ISF, 高  $Re$  数内外绕流近壁粘性/无粘层流是比边界层更宽广的重要流动现象, 因此 ISF 稳定性理论开辟了流动稳定性研究的新课题和新领域, ISF 稳定性理论的结果也包含了边界层稳定性理论的结果在内, 对它的实验研究和理论分析计算因此值得关注和重视。由于粘性边界层加上它的相邻无粘外流是 ISF 的一个典型特例, 因此 ISF 稳定性研究完全可以参考和借鉴边界层稳定性理论的有关研究。

推论 2: ISF(即 PNS)和 ISPF(即 PSE)方程组粗网格下的计算结果可合理近似 ISF 转捩前 DNS 的结果。

文献上的已有计算结果和节 2 与节 3 的分析讨论说明: 对 ISF、对高  $Re$  内、外绕流近壁粘性/无粘层流, ISF(即 PNS)方程组数值结果与 NS 结果很好相

符,关于边界层非湍流扰动运动演化,ISPF(即 PSE)方程组的计算结果与 DNS 的结果很好相符,关于 ISF 非湍流扰动运动演化,可以预期 ISPF(PSE)方程组计算将得到类似的结果,因此推论 2 成立。值得强调,在计算机时代,发展这样的近似方程理论,即在粗网格条件下计算它们可合理近似转捩前 DNS 的方程理论,具有重要的理论意义和工程价值;近似方程理论既能满足工业标准计算的需求,且在一定程度上能够揭示流动机理。目前看来,推论 2 还是合理简单且唯一的近似方程理论,对唯一近似方程理论的重要性有必要进一步加以强调,这是因为边界层稳定性理论不能解决 ISF 的稳定性问题;而层流 DNS 虽然比湍流 DNS 的耗费少很多,但由于转捩处物理量及其扰动量的变化梯度大,因此以转捩处为下游边界的层流 DNS 并不可能;转捩前层流的 DNS 只能与更远下游的湍流 DNS 一同求出。基于相同的理由,以转捩处为下游边界的层流基本流 NS 方程组求解以及扰动流 NS 扰动方程组的数值求解也没有可能。此外对工业标准气动计算,即使在 DNS 时代,RANS 方法仍是一种有用的方法。因此对高  $Re$  数内外绕流计算,ISF 加 ISPF 方程组可能是长期有用的近似方程理论,只要 RANS 方程有用,该近似方程理论就有用;对于转捩后的湍流现在没有、作者认为未来也不可能有这样的近似方程理论,由于湍流脉动在时间和空间上都具有杂乱无章和随机性特性,因此难以提出湍流脉动运动的演化方程,人们只好对湍流做时间平均和空间滤波运算,得到 RANS 和大涡模拟(LES)方程,再补充 Reynolds 应力模型和亚格子应力模型以封闭 RANS 和 LES,获得湍流时间平均流动和大涡运动,这可看作是合理近似湍流 DNS 的另一种形式的近似方程理论;很显然 RANS、LES、RANS/LES 等就是这样的近似方程理论。应该提到,湍流 DNS 给出的也是最小尺度(Kolmogoroff 尺度)网格下的湍流统计平均流动。

## 5 ISF 稳定性理论和推论的应用

现今不论是工业标准气动计算基础的传统 PNS 方法,还是广泛应用的湍流 RANS、RANS/LES 等方法(统称 RANS 方法),都存在一个不足,即对层流-转捩-湍流全程高  $Re$  数流动计算、层流计算和转捩位置的确定是至今仍未很好解决的难题。

推论 1 和推论 2 与传统抛物化 NS(PNS)方法和流行的湍流 RANS 方法相结合,这两个方法均将得到实质性的改进。现今得到广泛应用、已成为工业

标准气动计算基础的传统 PNS 方法<sup>[2,19-25]</sup>运算为:ISF(即 PNS)方程组计算加上基于边界层稳定性计算结合实验资料预测转捩位置,转捩后进行干扰剪切湍流(ISTF)(即 PRANS)方程组计算。

推论 1 和推论 2 把传统 PNS 方法改进为如下的运算:

ISF(即 PNS)和 ISPF(即 PSE)方程计算结合实验资料并确定转捩位置,转捩后为 ISTF(即 PRANS)方程计算。

这里 PRANS 为抛物化 RANS。

流行的湍流 RANS 方法运算为:RANS 和 NS 计算加边界层稳定性计算结合实验资料预测转捩位置,转捩后进行 RANS、RANS/LES 等方程组计算。

推论 1 和推论 2 把流行的 RANS 方法改进为:

ISF(PNS)和 ISPF(PSE)方程组计算结合实验资料确定转捩位置,转捩后为 RANS、RANS/LES 等方程组计算。

显然,改进后的两方法与传统 PNS 方法和流行的湍流 RANS 方法相比,最大的特点是避免了根据边界层稳定性计算结合实验资料推算转捩位置的处理。边界层与 ISF(对 PNS 方法)和近壁 NS 流(对 RANS 方法)不一致,边界层只是 ISF 粘性层和近壁 NS 流粘性层中的局部流动区域。边界层稳定性计算必须首先在 ISF 或近壁 NS 流中找到边界层,然后求解边界层方程组及其稳定性方程,更大的问题是我们不知道转捩是否最早发生在边界层中,也不知道 ISF、近壁 NS 流中是否存在边界层。总之根据边界层稳定性理论预测转捩的方法,边界层与 ISF 或近壁 NS 流不一致,边界层方程与 ISF 方程和 NS 方程不一致,对边界层的计算其实是额外的计算,且值得怀疑的问题不少。相反根据 ISPF(即 PSE)方程组计算预测转捩位置的方法,它算出的是 ISF 中非湍流扰动的演化历程,ISF 扰动流与 ISF 基本流完全一致,ISPF 与 ISF 方程组相匹配,特别是转捩总是最早发生在 ISF 中。改进后的两方法在转捩前都是计算 ISF 和 ISPF 方程,这是 ISF 层流区 DNS 的合理近似,在转捩后是计算 PRANS(对 PNS 方法)或是计算 RANS、RANS/LES 方程(对 RANS 方法),这是 ISF 湍流区 DNS 的合理近似,因此是高  $Re$  数流动计算的理想方法,且是可持续发展的两方法,因为不论合理近似层流 DNS,还是合理近似湍流 DNS,不论转捩的实验和理论分析计算,还是湍流 Reynolds 应力模型和亚格子尺度应力模型,以及计算能力的提高,都有不断改进的余地和需求。

最后提到,在改进后的 RANS 方法中,对近壁粘性/无粘层流及其扰动流的计算使用 ISF 和 ISPF 方程组,且如节 4 所述不能使用 NS 方程组和相应的 NS 扰动运动方程组;由于 ISF 是近壁 NS 层流的很好近似,ISF 方程组是近壁 NS 方程组的很好近似;而且 ISF 和 ISPF 方程组数学上均为抛物型,对它们的求解不论是空间推进求解还是时间相关求解,都不需要规定下游边界条件,大大简化了转捩前层流流动的计算;相反用 NS 或 RANS 方程组计算转捩前的层流流动时,由于不能在转捩处设置下游边界条件而必须并把下游边界放在转捩后流动沿流向变化缓慢的区域,计算实际上已成为层流加湍流的 DNS,无疑增加了计算的困难和麻烦。特别是对超声速和高超声速绕流,不论对 ISF(即 PNS)方程组还是对 ISPF(即 PSE)方程组,均可实施高效的单次空间推进求解,计算维数减少一维,是理想的气动快速算法。

## 6 结束语

高  $Re$  数流动计算是科学问题,更是众多工程技术领域的重大需求。计算需要的湍流模型已有广泛的研究和应用,需要的流动转捩位置理论预测均基于边界层稳定性理论,然而转捩并非总是最早发生在粘性边界层中,且有些内、外绕流的层流区域边界层现象可能不明显甚至不存在,因此已有预测转捩位置的计算方法局限性很大。流动转捩总是最早发生在干扰剪切流(ISF)中,ISF 包含了众多具有基础意义和工程应用价值的粘性-无粘流动,经典边界层加上它的相邻无粘外流仅是 ISF 的一个典型特例。显然 ISF 稳定性理论是一个新课题,是流动稳定性的新开拓,该课题的实验研究和深化、干扰剪切扰动流(ISPF)方程即 PSE 的有效求解,必将导致已有的高  $Re$  数流动计算方法:传统 PNS 方法和湍流 RANS 方法的实质性改进。改进后的两方法在转捩前都是计算 ISF 和 ISPF 方程体系,得到的是层流 DNS 的合理近似,转捩后是湍流 DNS 的合理近似,方程体系完备、自洽,除需补充湍流模型外,不需要人为假定或根据边界层稳定性理论经验估算转捩位置,是粗网格下计算高  $Re$  数流动的理想且可持续发展的方法;特别是只要 RANS 方法有用,ISF 和 ISPF 近似方程理论就有用处。进而考虑到湍流 DNS 给出的最完美结果是最小尺度(Kolmogoroff 尺度)网格下的湍流统计平均流动,因此改进后的 PNS 方法和 RANS 方法很有可能引领未来的工业标准高  $Re$  数流动计算研究。

## 参 考 文 献:

- [1] Spalart P R. Strategies for turbulence modeling and simulations [J]. Inter. J. of Heat and Fluid Flow, 2000, 21: 252-263.
- [2] Anderson J D Jr. Hypersonic and high-temperature gas dynamics[R]. 2<sup>nd</sup> ed., AIAA Education Series, 2006.
- [3] Schlichting H, Gersten K. Boundary-layer theory[M]. Springer 2000.
- [4] Luo Jisheng, Shen Qing, Yang Wubin. Transition and its prediction of compressible shear-layer flow[M]//Fluid Dynamics. Beijing: Scientific press of China, 2014: 72-94. (in Chinese) 罗纪生, 沈清, 杨武兵. 可压缩剪切层的转捩及其预测[M]//流体动力学. 北京: 科学出版社, 2014: 72-94.
- [5] Walters D K, Leylek J H. A new model for boundary layer transition using a single-point RANS approach[J]. J. Turbomach, 2004, 126: 193-302.
- [6] Wang Liang, Fu Song. A turbulent-flow transition model suitable to supersonic boundary flows[J]. Acta Mechanica Sinica, 2009, 42(2): 162-168. (in Chinese) 王亮, 符松. 一种适用于超声速边界层的湍流转捩模式[J]. 力学学报, 2009, 4(2): 162-168.
- [7] Reda D. Review and synthesis of roughness-dominated transition correlation for reentry applications[J]. J. Spacecraft & Rockets, 2002, 39(2): 161-167.
- [8] Kong Weixuan, Gao Ruizhe, Yan Chao. Hypersonic boundary layer transition prediction by empirical transition criteria[C]//The proceeding of 15<sup>th</sup> National Computational Fluid Mechanics Conference, Shandong, 2012: 164-169. (in Chinese) 孔未萱, 高瑞泽, 阎超. 经验转捩准则对高超声速从边界层转捩的预测[C]//第十五届全国计算流体力学会议论文集, 山东烟台, 2012: 164-169.
- [9] Su Caihong, Zhou Heng. Transition prediction of hypersonic sharp cone boundary layer flow with small angle of attack and improvement of  $e^N$  method[J]. Science in China(Series G), 2009, 39(1): 123-130. (in Chinese) 苏彩虹, 周恒. 小攻角高超声速尖锥边界层的转捩预测及  $e^N$  方法的改进[J]. 中国科学(G 辑), 2009, 39(1): 123-130.
- [10] Herbert T. Parabolized stability equations[J]. Annu. Rev. Fluid Mech., 1997, 29: 245-283.
- [11] Chang C. The Langley stability and transition analysis code (last-rac); 1<sup>st</sup>, linear and nonlinear PSE for 2D, axisymmetric and infinite swept wing boundary layer[R]. AIAA 2003-974, 2003.
- [12] Choudhari M, Chang C L, Jentink T, et al. Transition PSE analysis for the HIFiRE-5 vehicle[R]. AIAA 2009-4056, 2009
- [13] Hu S H, Zhong X. Nonparallel stability analysis of compressible boundary layer using 3-D PSE[R]. AIAA 99-0813, 1999.
- [14] Gao Zhi. Viscous-inviscid interacting flow theory[J]. Acta Mechanica Sinica, 1990, 6(2): 102-110.
- [15] Gao Zhi. Interacting shear flow(ISF) theory, diffusion parabolized NS equations and wall-surface criteria and the applications[J]. Chinese Mechanics Abstracts, 2007, 21(3): 13-22. (in Chinese) 高智. 干扰剪切流(ISF)理论、扩散抛物化 NS 方程组和壁面判据及它们的应用[J]. 中国力学文摘, 2007, 21(3): 13-22.
- [16] Gao Zhi. Interacting shear flow (ISF) and boundary-layer flow and applications of ISF theory in computational fluid dynamics[J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(1): 114-116. (in Chinese) 高智. 干扰剪切流动(ISF)和边界层流动及 ISF 理论在计算流体力学中的应用[J]. 力学进展, 2008, 38(1): 114-116.
- [17] Gao Zhi. Strong viscous layer flow theory with application to viscous

- flow computation[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2001, 19(4): 420-426. (in Chinese)
- 高智. 强粘性层流理论及在粘性流计算中的应用[J]. 空气动力学学报, 2001, 19(4): 420-426.
- [18] Gao Zhi. Invariance of interactive-structure between convection and diffusion[J]. Acta Mechanica Sinica, 1992, 24(6): 661-670. (in Chinese)
- 高智. 对流扩散相互作用结构的不变性[J]. 力学学报, 1992, 24(6): 661-670.
- [19] Rubin S G, Tannehill J C. Parabolized/Reduced Navier-Stokes computational techniques[J]. Annu. Review Fluid Mech. , 1992, (24): 117-139.
- [20] Tannehill J C, Anderson D A, Pletcher R H. Computational fluid mechanics and heat transfer[M]. 2<sup>nd</sup> ed. New York: Hemisphere press, 1997.
- [21] Yu Y. Review on Parabolized Navier-Stokes (PNS) equations and Gao's PNS theory with inferences and applications[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2015, 33(1): 54-65.
- [22] Li G B, Dai M G, Gao Z. An application of interacting shear flows (ISF) theory: exact solution for unsteady oblique stagnation point-flow[J]. Acta Mechanica Sinica, 2006, 22: 397-402.
- [23] Baldwin B S, Lomax H. Thin-layer Navier-Stokes approximation and algebraic model for separated turbulent flows[R]. AIAA 78-0257, 1978.
- [24] Blottner F G. Significance of the thin-layer Navier-Stokes approximation[M]//Cebeci T. Numerical and physical aspects of aerodynamic Flows. New York: Springer-Verlag, 1986: 184-205.
- [25] Zhuang Fenggan, Zhang Deliang. Significance of diffusion-parabolized NS equations and its application to computational fluid dynamics [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2003, 21(1): 1-10. (in Chinese)
- 庄逢甘, 张德良. 扩散抛物化(DP)NS方程组的意义及其在计算流体力学(CFD)中的应用[J]. 空气动力学学报, 2003, 21(1): 1-10.
- [26] Bertin J J, Cummings R M, Critical hypersonic aerothermodynamics phenomena[J]. Annu. Rev. Fluid Mech. , 2006, 38: 129-157.
- [27] Herbert T H, Bertolotti F P. Stability analysis of non-parallel boundary layer[J]. Bull. Am. Phys. Soc. , 1987, 32: 2097-2806.
- [28] Chang C L. The langley stability and transition analysis code(LAST-RAC) Part 1 LST, linear and nonlinear PSE for 2D, axisymmetric and infinite swept wing boundary layers[R]. AIAA 2003-0974.